Andreas Holmse

Nyt Magazin

for

Naturvidenskaberne.

Udgives af

den physiographiske Forening

i

Christiania.

Femte Bind,

med 5 Steentryktavler.

Christiania.

Johan Dahl.

1848.

Indhold.

Förste Hefte.

Andet Hefte.

Tredie Hefte.

Fjerde Hefte.

Nyt Magazin for Naturvidenskaberne.

5te Bind.

I.

Forsög til en mineralogisk-geognostisk Beskrivelse over Modums Koboltgruber, samt nogle almindelige Betragtninger over Fahlbaand [1]).

Af

Karl F. Böbert.

§ 1. Om Koboltleiestederne paa Modum i Almindelighed. Grundfjeldets Beskaffenhed. Leiestedernes forskjellige Benævnelser.

Koboltertserne forekomme paa en höi, tildeels brat og temmelig lang Fjeldryg, der stryger fra Syd til Nord

[1]) Som Bergmester ved Modums Blaafarveverk har jeg havt Anledning til i Löbet af omtrent 13 Aar at samle Materialier

og gjennemskjæres af flere Tværdale. Denne Fjeldryg bestaaer ligesaavel som dens Omgivelser af den bekjendte Vexelleining af Urbjergarter, navnligen Gneis, Glimmerskifer, Hornblendeskifer, Chloritskifer og Granit. Den sidstnævnte optræder undertiden i höi Grad storkornig; ja dens enkelte Bestanddele udtræde fra hinanden til at danne store selvstændige Masser, som kunne fortjene for sig at ansees som Bjergarter; saaledes især Quartsen, som indtager hele Strækninger, hvor den da fortrænger Skiktningen, men ved succesiv Overgang igjen forlöber sig i de ledsagende skifrige Bjergarter. Overhoved vise alle disse Bjergarter hyppigen Overgange til hinanden indbyrdes; herfra er dog maaskee at undtage en sort grovbladet Glimmer, der ofte lægger sig imellem de övrige Skikter som ganske skarpt afsondrede, mere eller mindre mægtige Lag, men dette dog altid i fuldkommen Overeensstemmelse med den paa Stedet herskende Skiktningsregel.

Leiestederne selv stryge fra Syd til Nord, nemlig som de Bjergarter, hvori de findes. Imellem Baandstenen og Sidestenen er ingen væsentlig Forskjel at bemerke, da selve Steenskikterne ikkun i visse Strækninger mere eller mindre ere ansvangrede med Ertspartikler. Den simple Bjergarbeider pleier her at kalde enhver Ertsforekomst en Gang, hvilket efter Hausmann [1]) og von Buch [2])

---

til en meget udförlig Fremstilling af de mineralogiske og geognostiske Forholde ved dette Verks Gruber; en Mængde Forretninger baade forhen paa Modum og nu paa Kongsberg have imidlertid forhindret og forhindre mig fremdeles i at udföre et saadant Arbeide i dets hele Omfang, hvorfor jeg her forelöbigen ikkun meddeler et sammentrængt Udkast dertil.

[1]) Reise durch Skandinavien in den Jahren 1806 und 1807.

[2]) Reise durch Norwegen und Lappland.

ligeledes er Tilfældet i Sverige, f. Ex. med Ertsleiet ved Dannemora o. fl.; derfor benævnedes Ertsleiestederne paa Modum ogsaa i lang Tid saaledes. Senerehen og indtil den nyeste Tid har man, vistnok med mere Grund, henregnet dem til Leiernes Klasse, hvilket ogsaa jeg gjorde i flere Aar [1]. Siden mere end et Decennium er jeg imidlertid bleven overbeviist om, at disse Ertsdeposita heller ikke henhöre til de egentlige Leiers Kategorie, naar Ordet Leie tages i dets strengere Betydning, men at de frembyde en fuldstændig Analogie med de saakaldte Fahlbaand, der hidindtil især ere bekjendte fra Kongsberg; de benævnes da og siden den Tid temmelig almindeligen og rigtigt Koboltbaand eller Kobolt-Fahlbaand. Mere herom i det Fölgende [2].

§ 2. Koboltbaandenes geognostisk-mineralogiske Charakteer.

Hvordan disse Ertsleiesteders geognostiske Charak-

---

[1]) Karstens Archiv für Mineralogie &c., Bd. IV, H. 1, 1831.

[2]) Naar Berg-Ingenieur Daubrée i en interessant Afhandling: Mémoire sur les dépôts métallifères de la Suède et de la Norvège, i Annales des mines, T. IV, 1843, maaskee er den förste, der igjennem en trykt Meddelelse har gjort et större Publicum opmerksom paa Analogien mellem Fahlbaandene og de saakaldte Koboltleier paa Modum, saa maa dette ikke forstaaes saaledes, som om Daubrée havde været den förste Opdager af bemeldte Forhold, hvilket derimod, som noksom bekjendt, allerede 10 Aar tidligere udförligt og paa det Bestemteste er paaviist baade af Prof. Keilhau og mig i flere skriftlige Erklæringer i Anledning af Blaafarveverkets Prætension paa samtlige Koboltskjærp paa Modum, ligesom og den Förstnævnte i Beretningen om en i 1840 foretaget Reise i Christiansands-Stift omtaler et lignende Forhold med Hensyn til Jernmalmleier o. s. v.; see Nyt Mag. f. Naturvidensk. B. III, P. 201—203.

teer er i Almindelighed, seer man af det Ovenanförte; der bliver saaledes kun tilbage at angive de Mineralier, hvoraf de ere sammensatte. Foruden de forskjellige Nuancer af den egentlige Koboltglands, ledsaget af Koboltblomster og meget Koboltbeslag, findes der efter Hausmann [1]) Kobberkiis, spraglet Kobbererts, Hornblende, Anthophyllit, Salait, Skapolith, Schörl, Serpentin og Magnetjern; hertil komme endnu fölgende Mineralier, der for största Delen her ere opdagede af mig: gedigent Kobber — pladeformigt og dendritisk —, sölvholdig Blyglands, Malachit, Kobbergrönt, Kobberglands, Molybdæn, Magnetkiis, Jernkiis i smukke Krystaller, Straalsteen, Epidot, röd og sort Rutil i tildeels store Krystaller, Asbest, Amianth, Talk, Turmalin, Granat, bruun Sphen, Rögtopas, meget store Kalkspathkrystaller paa oversættende Gange, Quartskrystaller og en smukt krystalliseret Glimmer, samt en feed, leeragtig Masse i gangagtige Partier. I nogle Granitgange, som hist og her gjennemsætte Leiestedet, bryder en Art Feldspath af blaaagtig Farve og stærk Glasglands, der, ligesom flere andre her antrufne Mineralier, turde fortjene en nöiere Undersögelse.

Noksom bekjendt er Forekomsten af den egentlige Koboltglands i dens sædvanlige Krystalformer, nemlig Octaëder, Dodecaëder og Ikosaëder; yderst sjelden antræffes den som fuldkomne Hexaëdre; desuden forekommer den dröi deels som större Masser, deels som mindre Partier indtil som ganske fiint indsprengte Partikler. Som stor og merkværdig Sjeldenhed ere et Par Gange smukke Druser af sammenhobede Krystaller fundne, medens disse ellers stedse pleie at sidde ganske enkeltviis i Bjergarten.

---

[1]) l. c. Bd. II, Pag. 88.

Efter Stromeiers bekjendte Analyse bestaaer denne Koboltglands af

Kobolt . .	33,10
Arsenik . .	43,46
Jern . . .	3,23
Svovl . .	20,08
	99,87

Mindre paaagtede vare indtil for faa Aar siden tvende afvigende Arter Koboltcrts, endskjönt Steffens [1]) omtaler Krystaller af den ene som tilhörende en særegen Glandskobolt — „en partiel decrescerende Glandskobolt", og Breithaupt [2]) beskriver den anden som et dröit Mineral under Navn af Hartkobaltkies. Det förste Species, hvilket ogsaa jeg allerede i Aaret 1831 omtalte i en Skizze over de norske og svenske Koboltleiesteder [3]), har ganske Arsenikkisens Krystalform; udmerkede Exemplarer deraf i min Mineralsamling vakte först Professor Keilhaus Opmerksomhed og foranledigede derefter nuværende Lector Scheerer [4]) til en fortjenstfuld Beskrivelse og Analyse, ifölge hvilken sidste Mineralet indeholder:

Svovl . .	17,57
Arsenik . .	47,55
Jern . . .	26,54
Kobolt . .	8,31
	99,97

et Resultat, som förer til Formelen $3\,(Fe\,S^2 + Fe\,As^2) + (Co\,S^2 + Co\,As^2)$.

[1]) Handbuch der Oryktognosie, B. III, Pag. 260.

[2]) Annalen der Physik von Poggendorff, St. I, 1827, Pag. 115.

[3]) Karstens Archiv für Mineralogie &c., B. IV, Pag. 281.

[4]) Annalen der Physik von Poggendorff, B. XLII, Pag. 456.

Samtidigen med Scheerer havde og Prof. Wöhler [1]) undersögt denne Koboltcrts med det samme Resultat i Hovedsagen; han foreslaaer for Samme Navnet Kobolt-Arsenikkiis. Foruden den af Wöhler anförte klare krystalliniske Quarts, som findes i de större Koboltkrystaller af dette Slags, bemerkes deri ogsaa ofte Krystaller af Rögtopas og Turmalin; disse sidstnævnte ere formodentlig de ligeledes af Wöhler omtalte, bruungule, ganske mikroskopiske Krystaller, der ikke kunde bestemmes.

Efter chemiske og metallurgiske Erfaringer skal Koboltgehalten i dette Species være ringere og ringere, jo större Krystallerne ere; ogsaa har man troet herunder at kunne antage en fuldstændig Overgang til reen Arsenikkiis. I det Store har man villet overföre denne Anskuelse paa det hele Koboltleie, idet man troede, at dets nordlige og sydlige temmelig mægtige Endestykker bestode alene af Arsenikkiis, medens Koboltgehalten, mere og mere tiltagende fra begge Sider, formeentes at være störst i Midten. Hvad den förste Supposition angaaer, at Koboltgehalten staaer i Forhold til Krystallernes Störrelse, saa maae de iblandt Andet af Hr. Scheerer anförte Kjendsgjerninger uden Tvivl tjene til Rettesnor; deraf vilde den Slutning fölge — for hvis fuldkomne Paalidelighed jeg dog ikke vil indestaae —, at Koboltgehalten ved Krystallernes voxende Störrelse omsider maatte blive saagodtsom lig Nul. Men hvordan det end hermed forholder sig, saa er saameget vist, at der i selve Koboltleiet findes virkelig Arsenikkiis, saavel i dröie Partier som i mindre og middels store Krystaller.

Rigtigheden af den anden Formodning betræffende

---

[1]) Neues Jahrbuch von Leonhard und Bronn, 1838, H. 3, P. 288.

Koboltleiet i det Store har jeg Grund til at betvivle, da der ligesaavel ved begge Leiestedets Endestykker i Nord og Syd forefindes Koboltërts af bedste Qualitet ved Siden af Arsenikkiis, som i Sammes Midte, omendskjönt her rigtignok i större Masser, end der. De Oplysninger, man for Öieblikket har, tillade neppe at antage, at Leiestedet efter Ströget saaatsige gaaer over fra at være et Koboltleie til et Arsenikleie; derimod ledsages Hoved-Koboltbaandet, som vi senerehen ville faae see, paa en Udstrækning i Breden af henimod en halv Miil, af flere Sidebaand, hvoraf det förste foruden Arsenikkiis endnu förer lidt Kobolt, medens de andre ganske udelukkende indeholde Arsenikkiis. Denne Omstændighed har givet Anledning til den formeentlig urigtige Slutning, at det paa den östlige Side af Storelven ved Gaarden Fjerdingstad optrædende Arsenikkiisleie, efter næsten en Miils Afbrydelse, dog skulde være Fortsættelsen af Skuteruds Hovedkoboltbaand, imedens det alligevel — ifald man nu endelig ikke vil tilstaae det nogen Selvstændighed — hverken er eller kan være noget Andet, end Fortsættelsen af det iblandt hine Sidebaand, i hvis Ströglinie det falder, og som fra Stykke til Stykke er tydeligt nok at see. Fortsættelsen af Hovedkoboltbaandet derimod maatte efter Skikternes forherskende Strög söges temmelig langt fra ovennævnte Arsenikkiisleie, nemlig paa Storelvens vestlige Side, saafremt en saadan Fortsættelse efter de nu forhaandenværende Data overhoved var sandsynlig [1]).

Hvad det andet Koboltspecies angaaer, saa er dette, som allerede bemerket, rimeligviis det Mineral, der af

[1]) Cfr. Scheerers Afhandling i nysanförte Stykke af Poggendorffs Annaler.

Breithaupt er beskrevet som forekommende i dröi Form. Saavidt jeg veed, har jeg været den Förste, som gjorde opmerksom paa Krystallerne af dette Species; om disse alene ere fundne i den senere Tid, eller om de paa Grund af deres sjeldnere Forekomst tidligere bleve overseete, vil jeg lade være usagt. Allerede efter Farven adskilte jeg længe tre Koboltarter med deres eiendommelige Krystallisationer: Glandskobolten rödagtig hvid, Koboltarsenikkisen med dens blygraae, matte, smudsige Farve, som endog ved Krystaller med nogen Glands er umiskjendelig, og endelig det tredie Species med dets tinhvide, stikkende Metalglands, hvorved Öiet hviler med Behag. En simpel Röstning af disse tre Slags Koboltertser i et aabent Glasrör og deres Forhold derved hentyder ogsaa allerede paa deres væsentlige Forskjellighed.

Scheerer underkastede ogsaa dette andet Species en fuldstændig Analyse, og Udfaldet stadfæstede fuldkommen den Formodning, at man havde at gjöre med tre forskjellige Specier, nemlig Koboltglands, Koboltarsenikkiis og den Art, som af Scheerer er benævnt **Arsenikkoboltkiis**, hvilken her endnu noget nærmere skal blive betragtet, og som efter bemeldte Chemiker bestaaer af

Arsenik . .	77,84
Kobolt . .	20,01
Svovl . . .	0,69
Jern . . .	1,51
Kobber . .	Spor
	100,05

svarende til Formelen $Co\,As^3$.

Wöhler kom temmelig nöie til det samme Resultat, men finder det af Scheerer foreslaaede Navn **Arsenikkoboltkiis** mindre passende. Som Supplement til begge

disse Chemikeres Meddelelser tilföier jeg, at den dröie Arsenikkoboltkiis sommetider forekommer i convexe („geflossene") Partier, ligesom de af Scheerer berörte sammenvoxede Krystaller ikke alene findes af Arsenikkoboltkiis og Glandskobolt, men og af enhver af de tre Sorter indbyrdes og af alle tre tilsammen. Med Hensyn til at Prof. Wöhler finder det paafaldende, at intet af disse Mineralier holder Nikkel, er at anföre, at Blaafarveverkets Betjenter i den senere Tid ved forskjellige Leiligheder ville have bemerket en ringe Nikkelgehalt deri, ligesom der ogsaa i ældre Notitser hist og her tales om Dannelsen af nikkelholdig Speise ved Farveprocessen. Angaaende den speciellere Charakteristik af disse tvende Slags Koboltertsr henvises til de ovenfor citerede Afhandlinger af Scheerer og Wöhler, idet jeg slutteligen ikkun anmerker, at Skuteruds Gruber ikke alene af dem men ogsaa af Koboltglandsen levere udmerkede Krystaller, som ved den sidstnævnte og ved Koboltarsenikkisen undertiden opnaae en Længde af nogle Tommer, medens den störste mig bekjendte Krystal af Arsenikkoboltkiis, et smukt Octaëder med Leucitoëderflader, har en Axe af omtrent $\frac{3}{4}$ Tomme.

§ 3. Koboltbaandenes Udstrækning efter Mægtighed, Strög og Fald. Sidebaand.

For at dette Afsnidt bedre kan forstaaes, lader jeg medfölge et Situationskart (Tab. I) over det Landstykke, hvorom der her er Spörgsmaal, en Strækning af noget over een Miil i Længden. Navnligen omfatter Kartet det vestlige eller Hoved-Koboltbaandet fra dets sydligste Partie ved Pladsen Muggerud til dets nordlige Ende, forsaavidt samme nu er kjendt, ved Heggebæk med Skuteruds- og Saastads Gruber, samt Jupedals-, Devigkollens-, Svar-

tefjelds-, Svendsbyes- og Heggebæks-Skjærp. Fremdeles det östlige Koboltbaand eller det förste Sidebaand med Olasbye-, Bakken- og Gubberud-Skjærp, hvilke endnu före lidt Kobolt. Dette Baand strækker sig længere sydlig udover Kartets Grændse, hvor det t. Ex. paa Gaarden Ödenæs fremviser et Koboltskjærp circa 1500 Alen östlig fra Gaarden Skuterud. Den vestlige og östlige Beliggenhed af disse Ertsbaand betinges ved Snarums-Elven, der har sit Löb imellem dem. Det hele Kart er optaget med den Nöiagtighed, som til Hensigten kunde være fornöden, og ikkun Beliggenheden af Gaardene Langerud, Svendsbye og Korsbön med deres Situation mellem Snarums-Elven og Svartefjeld har efter flere Aars Forlöb maattet tilföies efter Hukommelsen. Med Hensyn til den medfölgende Fremstilling af en Deel Fjeldhöider er at anmerke, at den ikkun skal give et omtrentligt Billede af den Fjeldtrakts Charakteer, paa hvis Ryg det vestlige Koboltbaand findes henlöbende; dog ere Höiderne ved Skuteruds Syd-, Mellem- og Nord-Gruber, samt ved Middagshvile- og Middagskollen-Grube fordetmeste fundne ved Nivellements. Saa meget til fornöden Forklaring over Kartet og sammes Hensigt.

Jeg gaaer nu over til nærmere Betragtning af Hoved-Koboltbaandet paa Snarums-Elvens vestre Side. Uagtet senere Opskjærpninger have givet vigtige Oplysninger betræffende dette Baands Mægtighed, som af og til belöber sig til over 500 Alen, saa var man i tidligere Aar dog ikke saa ganske i Uvidenhed herom, da allerede Vidtloch, Koboltertsens förste Finder paa Modum, paa flere Steder har paaviist den. Over Baandets Udstrækning i Længde og Dyb eller efter Strög og Fald havde man derimod endnu for kort Tid siden höist mangelfulde Begreber,

uagtet det allerede i meer end et halvt Aarhundrede har været afbygget ved Grubedrift. Hvad Udstrækningen i Længden eller efter Ströget angaaer, da sögte man Fortsættelsen af Skuteruds og Saastads Ertsleiested, som ligger paa Snarums-Elvens vestre Side (see Kartet), mod Nord paa bemeldte Elvs östlige Side og antog altsaa, at det gjennemskjærer Elven. Jeg selv nærede længe denne Mening, uagtet der ogsaa paa den vestlige Side fra Gruben Middagshvile opefter mod Nord i næsten een Miils Længde fandtes Koboltskjærp paa Gaardene Hovde, Langerud og Korsbön, ligesom og paa Elvens östlige Side mod Syd ligeoverfor Gaarden Ödenæs. Den heraf fölgende isolerede Beliggenhed af disse vestlige Skjærp mod Nord og de östlige mod Syd, saafremt Hovedbaandets Strög fra Skuterud- og Saastad-Gruber af skulde antages at gaae tværs over Elven til Gaarden Lofthuus ved Snarums Annexkirke, var det, som först og fremst gjorde mig opmerksom paa Muligheden af et andet Forhold. En geometrisk Opmaaling af hele Terrainet saavelsom en nöiere Iagttagelse af Fjeldskikternes Strög gav mig da endelig ogsaa den faste Overbeviisning, at Hoved-Koboltbaandet udelukkende maatte söges paa Elvens vestre Side, og at alle nu bekjendte Koboltskjærp mellem Skuterud og Korsbön henhöre til samme. Skjærpene paa Elvens östlige Side derimod ligge paa et Sidebaand, som er næsten uafbrudt at see paa Gaardene Olasbye, Lofthuus, Hilsen, Gundhuus og Skretteberg indtil den forhen betegnede Gaard Ödenæs östlig fra Skuterud.

Med Hensyn til Ertsbaandets Udstrækning efter Faldet antog man förend min Ankomst til Modum som fast Regel, at det ophörte omtrent i 8 Lagters Dyb, idet man i denne og hist og her i endnu ringere Afstand fra Over-

fladen sædvanligviis antraf uholdig Bjergmasse. Mine Erfaringer fra andre lignende Ertsleiesteder, — Erfaringer, som först nyligen vare udvidede ved Undersögelsen af det ganske analoge Koboltleie ved Vena eller Askersund i Sverige —, bragte mig snart paa den Tanke, at Koboltertsens Forekomst maatte strække sig dybere, hvilket da ogsaa fuldkommen stadfæstedes. Jeg anlagde nemlig ved Nord-Gruberne den saakaldte Ludwigs-Stoll, som under Baandets höieste Punkt ved Gruben No. 3 bringer ind i et Dyb af 25 Lagter, og fandt her Erts. Forhaabnings-Stollen ved Mellem-Gruberne, flere Lagter dybere end Ludwigs-Stollen, aabnede rige Anbrud, som endnu havdes i en Afsænkning af 12 Lagters Dyb under Stollens Saale. Endelig naaede Benecke-Stollen ved Sydgruberne, som under Nordgrube No. 3 bringer ind nogle og 60 Lagter, Ertsbaandet i et Dyb af omtrent 30 Lagter ved den förste Grube, hvorved det nu noksom er godtgjort, at Kobolten forefindes i endnu större Dyb, da den i Stollsaalen haves i uformindsket Freqvents. Imidlertid har det intetsteds viist sig, at Baandets Ertsföring tiltager i Dybet. Ikkedestomindre seer man nu for sig et næsten uudtömmeligt Forraad af Erts, hvilken Udsigt ikke lidet har bidraget til at frelse Verket fra en snarlig Nedlæggelse; thi ved Leiestedets i Gjennemsnidt store Armod skulde man, indskrænket til en ikkun 8 Lagters dyb Drift, under den senere Tids meget forögede Ertsconsumtion vistnok hastigen være kommen til Ende.

At Hoved-Koboltbaandet ledsages af flere Sidebaand, har jeg allerede flere Gange omtalt, hvorhos jeg ogsaa allerede for en Deel har beskrevet det förste og vigtigste af dem, beliggende paa Snarums-Elvens östlige Side, hvilket og findes angivet paa det medfölgende Kart.

Hertil har jeg ikkun at tilföie, at den Parallelisme, som dette Baand har med Hovedbaandet, fortjener at lægges Merke til, samt at det er af ringere Mægtighed. Adskillige Opskjærpninger mellem Snarums-Elven og Vigersund-Fjorden, saasom paa Gaardene Flannum, Skjærdalen o. s. v., bevise noksom Tilværelsen af flere Sidebaand. Men ligesom allerede det förste hidtil ikkun har viist Spor af Koboltgehalt, saa indeholde de övrige formeentlig udelukkende blot Arsenikkiis ganske uden nogen Kobolt, hvorvel man i den senere Tid paa Ringerige, i gamle Kobber- og Jern-Skjærp, der ligge i disse Sidebaands Strög, vil have fundet fattige Koboltertser. I Egnen mod Vest fra Hovedbaandet kjender jeg intet Sidebaand.

§ 4. Koboltbaandenes Armod og Uregelmæssigheder. Paaliggende og indsluttede uholdige Bjergmasser.

Sjelden findes nogetsomhelst Ertsleiested frit for uholdige Partier, uholdige mellemliggende Steenlag eller deslige; hvor meget mere maa da ikke dette være Tilfældet med et Leiested, hvis Erts ikkun adspredt og sparsomt optræder mellem Skikterne paa store Strækninger. De uholdige Mellempartier ere her undertiden meget betydelige, saa at man har behövet flere Aar til at bortrydde dem. Hvor disse Masser bestaae af den egentlige Baandsteen, forsvinder Ertsen efterhaanden og indfinder sig igjen paa samme Maade, hvilket især finder Sted, naar Steenarten er meget quartsrig, eller naar den bestaaer af en graaagtig Glimmer [1]). Derimod danner, som allerede tidligere anmerket, den sorte Glimmer ganske isolerede, hvorvel regelrette Partier i Baandmassen, og afskjærer Ertsföringen uden

---

[1]) See Karstens Archiv 1832, B. IV, Pag. 280.

Overgang. Som aldeles fremmede og regellöse Gjæster gjennemsætte flere Granitgange de nordre Gruber [1]; disse gaae uafbrudt ned og ind i den i det störste hidtil bekjendte Dyb liggende Grubesaale og vise ikke Spor af Erts. De förstnævnte uholdige Masser findes ligesaavel paa som i Baandmassen, og bedække da paa en Maade de ertsförende Skikter i större og mindre Strækninger; Bergmanden kalder dem i saadanne Tilfælde „Graabjerg". Disse unyttige Partier have givet den förste Anledning til hiin omtalte Mening om Ertsens ringe Dyb; thi efter faa Lagters Afsænkning kom man næsten stedse til et saadant Partie og troede da at have naaet Leiets Ende, især fordi disse uholdige Stykker ofte have stor Mægtighed. Endnu förend jeg havde fundet Erts ved Stoller i forholdsmæssigen meget större Dyb, satte jeg mig ud over denne Fordom, og idet jeg ufortröden lod gjennembryde de uholdige Mellemmasser, fandt jeg Koboltcn nedenunder igjen.

Foruden Mellemkomsten af disse större uholdige Lag finder i mindre Maalestok en stadig Afvexling Sted af ertsholdige og uholdige Partier, hvorhos de sidste endog ere overveiende. Samtlige Ertspartier pleie at hænge sammen indbyrdes baade efter Baandets Strög, Fald og Mægtighed eller Brede, saa at man kan tænke sig det hele Ertsleiested sammensat stribeviis af uregelmæssige uholdige Stykker og ertsförende Partier. Tager man nu Alt dette i Betragtning tilligemed den Omstændighed, at Ertsforekomsten her overhoved ikke er leieformigen concentreret, men ikkun findes vidt omkring adspredt i Bjergart-Skikterne, saa er det begribeligt, at disse Leiesteder i det Hele maae kaldes meget fattige; og Hausmanns Yt-

[1]) Sammesteds, Pag. 277.

tring [1]), at Kongsbergs Fahlbaand ikke fortjene Navnet Ertsleier er da og anvendelig paa dem, idet i disse saavelsom i hine de uholdige Masser ere prædominerende. Ifölge nöiagtige Undersögelser i A. 1830 fandt jeg, at der i Löbet af eet Aar udbrödes 200,000 Tönder (à 8 norske Cubikfod) Baandmasse, hvoraf ikkun erholdtes 6000 Tönder Koboltmalm, altsaa 3 pCt. Endvidere gave efter Middeltal 100 ℔ af denne Koboltmalm 2 ℔ eller 2 pCt. Koboltsliig. Ved Anvendelsen af Sligerne til Farvefabrikationen haves fremdeles et Tab af circa 25—30 pCt. af Jern, Svovl, Arsenik o. s. v. Af rigere Ertser med en Gehalt af omtrent 60—70 ℔ Sliig pr. Tönde à 800 ℔ vindes der om Aaret ikkun nogle Hundrede Tönder, medens Malmquantiteterne siden 1830 efterhaanden ere voxede til nogle og 30,000 Tdr. om Aaret. Den naturlige Fölge af denne store Armod er, at der udfordres et ualmindeligt stort Arbeidsbelæg for at tilveiebringe Erts til det sædvanlige aarlige Fabrikat af 3000 Ctr. Blaafarve, hvilket Qvantum t. Ex. af et Sachsisk Blaafarveverk produceres med et forholdsviis ringe Mandskab, saavelsom og at der aarligen afbygges store Rum i Gruberne.

Hoved-Koboltbaandets midlere Strög er i hor. $11\frac{1}{2}$ r.; men ofte observeres endog paa Stykker af faa Lagters Længde Afvigelser af flere Timer, saa at Ströget varierer mellem hor. $10\frac{1}{2}$ og hor. 2. Ertsbaandet er i denne Henseende mestendeels afhængigt af Skikternes Retning, en Regel, hvorfra der kun gives enkelte Undtagelser ifölge nogle Eiendommeligheder ved Fahlbaanddannelsen. Forrykninger af Leiestedet har jeg intetsteds bemerket, uagtet dets langt mere vestlige Beliggenhed fra Saastad-Gruberne af

[1]) Reise durch Skandinavien, B. II, Pag. 13.

nok kunde lade formode saadanne. Denne Beliggenhed lader sig imidlertid meget let og naturligen forklare, naar man seer, at Bjergskikterne fra bemeldte Gruber af lidt efter lidt antage et vestligere Strög. For at vise dette, ere paa Kartet endeel Strög- og Fald-Angivelser anbragte. — Selv de flere Lagter mægtige fra Öst til Vest strygende Granit-Gange ved Nordre-Gruberne synes ikke at have bevirket nogensomhelst Forrykning.

Med Hensyn til Afvigelserne i Baandets Mægtighed kan der neppe siges Noget med Bestemthed, idet paa Steder, hvor det undertiden endog synes at være sammentrykt blot til nogle faa Lagters Brede, maaskee ikkun ufuldstændig Opskjærpning forhindrer den rette Bestemmelse af Mægtigheden. Thi det maa endnu fremdeles bringes i Erindring, at det sommetider neppe er muligt at skjelne mellem Baandets Masse og Sidestenen, forsaavidt som Talen er om en præcis Grændse mellem dem, medens der dog i Almindelighed ikkun udfordres nogen Övelse for strax at erkjende Tilstedeværelsen af Kobolt-Fahlbaandet, der udmerker sig ved ualmindelig Rigdom paa Qvarts og hvis Skikter ere imprægnerede med Svovlmetaller, samt ere mere eller mindre forvittrede.

Baandets Fald er östligt og steilt, i Regelen omkring 75°; i sjeldne Tilfælde er det kun 30—40°. Ganske undtagelsesviis falder det hist og her med samme Steilhed mod Vest, eller ogsaa staaer det saagodtsom perpendiculairt. Naar Skikternes Strög nærmer sig til de ovenfor angivne Extremer, saa bliver Faldet paa saadanne Steder naturligviis i Forhold dertil i nogen Grad sydligt eller nordligt. Undertiden fortrænges Skiktningen aldeles ved massiv Struktur.

§ 5. Om Koboltbaandenes Analogie med Kongsbergs Fahlbaand. Nogle almindelige Betragtninger angaaende Fahlbaand overhoved.

At Kobolt-Baandene paa Modum höre til den samme Klasse af Leiesteder som de Kongsbergske saakaldte Fahlbaand, er allerede anfört; de sidstes fuldstændigere Beskrivelse af Hausmann [1]), Keilhau og Flere [2]) er derfor ogsaa næsten ordret anvendelig paa hine. Hvad der gjör Overeensstemmelsen mellem bemeldte Leiesteder i geognostisk Henseende endmere tydelig, er den Omstændighed, at jeg har fundet det vestlige Koboltbaand i flere Gruber gjennemsat af Gange, der stryge fra Öst til Vest og som före Kalkspath og Quarts (tildeels i Druser), samt Kise og sölvholdig Blyglands, hvilke Gange undertiden naae en Mægtighed af henved $\frac{1}{4}$ Lagter. Derhos finder ogsaa en flygtig Lighed Sted ved begge Leiesteders ydre Fremtræden, idet Hoved-Fahlbaandet ved Kongsberg, nemlig Baandet paa det saakaldte Overbjerg, ligeledes ledsages af flere nogenlunde parallele Sidebaand, i hvilket Henseende især Fahlbaandene paa Over- og Underbjerget i det Kongsbergske Revier kunne sammenlignes med det vestlige og östlige Koboltbaand paa Modum [3]). Den væsentligste Forskjel mellem begge disse Slags Leiesteder, som dog ikke har nogen Indflydelse paa deres analoge geognostiske Bygning, bestaaer for det Förste deri, at Koboltertserne i de modumske Baand for en större Deel

[1]) L. c. Pag. 12.

[2]) Indstilling fra Comm. til Undersögelse af Kongsberg Sölvverk, af Wedel-Jarlsberg, Blom, Aall, Keilhau og Lammers, samt min Oversættelse heraf i Karstens Archiv, 1839, B. XII, P. 277.

[3]) Cfr. Hausmanns Reise durch Skandinavien, B. II, Tab. I, samt Karstens Archiv 1839, B. XII, Tab. VI.

træde istedetfor de övrige Svovlmetaller, der saa fremstikkende charakterisere de kongsbergske Fahlbaand, og for det Andet deri, at disse sidste indslutte de verdensberömte rige Sölvgange; begge Forholde ere dog i den Sammenligning, vi her anstille, ikkun at ansee som tilfældige Omstændigheder.

Efterat det Forestaaende var nedskrevet, fandt jeg tilfældigviis i en af Sölvverkets Oberbergamts-Journaler af Aaret 1799 en historisk Notits angaaende samme Materie, som fortjener her at anföres, da den afgiver et Beviis for, at de ældre kongsbergske Bergmænd allerede havde en Idee om de modumske Leiesteders fahlbaandagtige Natur. Det vil erindres, at der ovenfor er talt om Sidebaand, der stryge omtrent ligelöbende med Hovedbaandet paa Modum, og hvoraf navnligen det ene anförtes at være synligt paa Gaarden Skjærdalen. Nu findes i ovennævnte Journal under No. 1092 Fölgende anfört: „Hyttemesteren ved Blaafarveverket Müchler melder med 2de Skjærpere (der synes at være sendte til ham fra Kongsberg i den Anledning) at have undersögt det paa Gaarden Skjærdalen befundne Fahlbaand. Overskjærperen fandt strax ved Elvbredden Blyglands og bruun Blende, som forekom i en Quartsgang. Noget længere til Nord opdagedes nogle Grene af Hovedgangen, der bestode af Spath og Quarts, indeholdende indsprengt Blyglands, Kiis og bruun Blende; men her mödte den Vanskelighed, at Gangen overskar netop de bedste Fahlbaand i Elven, saa at Opdagelsen ikke videre kunde forfölges. Den med Blyglands og Blende indsprengte Gangmasse indeholdt efter Müchlers Pröve $2\frac{3}{4}$ Lod Sölv pr. Centner“.

Jeg tillader mig her endnu at tilföie nogle almindelige Betragtninger over Fahlbaandene overhoved. Geognosiens

Lærebøger sige os, saavidt mig bekjendt, ikke hvad der egentligen er at forstaae ved et Fahlbaand; ja kanskee findes ikke en Gang dette Navn i dets rette Betydning i nogen af dem. Og dog synes disse Bildninger at tilkomme en Plads ved Siden af Ertsleier og Ertsstokke, hvilket jeg i det Fölgende skal söge at vise. Fahlbaandene har man, som bekjendt, allerförst lagt Merke til i Norge, og hidindtil have de især været omtalte i Lokalbeskrivelser over Kongsbergs sölvförende Formationer. Det behöver neppe at anföres, at de kongsbergske Sölvgange stedse forekomme i Forbindelse med disse saakaldte Fahlbaand, idet de förste overskjære de sidste, og da i disse Gjennemskjæringspunkter fortrinligviis og næsten alene der ere sölvholdige. Om dette Forhold have især Hausmann og Keilhau givet udförlige Oplysninger [1]).

Uagtet nu Fahlbaandene hidindtil hovedsageligen ikkun ere betegnede som et specielt og lokalt Forekommende i Kongsbergs Formationer, saa har jeg ved at studere dem nöiere og efter Sammenligning med endeel Leiesteder i Sverige og Rusland, dog erholdt den Overbeviisning, at de ogsaa ere forhaanden i andre Lande. Men indskrænker Forekomsten af disse Bildninger sig ikke til et enkelt bestemt Sted, fremtræde de ogsaa andetsteds paa samme Maade, saa turde de nok have Krav paa at indrangeres i Systemet over de særegne Leiesteder som en eiendommelig Klasse blandt disse; virkelig kan det kun være paa Grund af det ringe Bekjendtskab, man har havt til dem,

[1]) Hausmanns Reise, l. c.; og Indstilling o. s. v. af Wedel-Jarlsberg, Blom, Aall, Keilhau og Lammers, 1835, samt endelig Oversættelsen af en Deel af sidstnævnte Skrift i Karstens Archiv, B. XII, 1839.

at de hidtil i de tilsigtede Systemer ere aldeles forbigaaede. Hvad det fölgende Bidrag til Fahlbaandenes Charakteristik betræffer, bedes bemerket, at det kun er bestemt til at henlede andre Naturforskeres Opmerksomhed paa denne Gjenstand, idet jeg ikke tvivler paa, at Fahlbaandene findes i langt större Udbredelse, end hidtil er antaget, og at tillige endeel af de saakaldte Ertsleier urigtigen tages for saadanne, medens det efter nöiere Undersögelse turde vise sig, at de höre til Fahlbaandenes Kategorie.

Efter de ovennævnte Geognosters Meddelelser og ifölge mit eget Lokalbekjendtskab bestaae Fjeldene i Kongsbergs Omegn fordetmeste af skifrige Bjergarter, navnligen af Gneis, Glimmerskifer, Hornblendeskifer, Talk- og Chloritskifer, hvis Skikter næsten staae vertikalt med et constant Fald til Öst, — nemlig kun undtagelsesviis indskydende mod Vest eller staaende ganske lodret —, og temmelig bestemt stryge fra Syd til Nord. I disse Bjergarter udmerke sig nu visse Strækninger tildeels af betydelig Længde og Brede derved, at deres Masser ere gjennemsprengte med Svovlmetaller, især med Jernkiis, Kobberkiis og Zinkblende, samt desuden med noget Blyglands og Sölv. I det Hele taget ere disse Svovlmetaller i saa fine Partikler fordeelte i de til hine Strækninger hörende Skikter, at man som oftest neppe vilde formode deres Nærværelse, hvis ikke den store Tilböielighed, de have til at forvittre, næsten overalt meddeelte de blottede Bjergarters Skikter et paafaldende udbleget (fahl) og oplöst Udseende, — ofte fremstillende selv en smudsig bruungul eller rustguul Farve —, hvilken Forvittring endnu væsentlig befordres ved den Omstændighed, at Skikterne næsten opretstaaende gaae ud i Dagen. Hist og her findes dog ogsaa rigere Erts-Ansamlinger i disse Skikter,

saa at endog Grubedrift har været drevet derpaa, f. Ex. Kobberskjærpene paa Vindoren og ved Gröslie i Nummedalen, den saakaldte Kiisgrube i Sandsvær o. fl.

Disse mere eller mindre metalrige Skiktpartier eller Zoner, som man formeentlig rigtigst bör kalde dem, have vore Forfædre tillagt Navnet F a h l b a a n d; de ere det rette Hjemsted („Muttergestein") for Kongsbergs Sölvgange. Deres Udstrækning belöber sig efter Længden tildeels endog til flere Mile og efter Breden fra nogle indtil over 1000 Fod; imidlertid lader sig intet aldeles Bestemt sige betræffende deres Dimensioner, da Jordbedækninger, Skove, Myre o. s. v. desangaaende forhindre en fuldstændig Observation. Saa meget er vist, at de paa blottede Steder ogsaa jævnligen sees at vexle med mindre Partier af uforvittrede, ganske metalfrie Bjerglag, hvilke dog, naar de ikke netop ere virkelig fremmede Indleininger, i Almindelighed baade efter Strög- og Fald-Retningen gaae over igjen til Fahlbaand-Skikter, saa at man kan tænke sig den hele til et Fahlbaand hörende Masse som en Dannelse, hvis Skikter afvexlende ere Lag med og uden Erts. Om disse tvende Slags Lag netformigen eller ikkun som Striber eller parallele Tavler afvexle med hinanden, turde være vanskeligt at afgjöre, ligesom om de mindre Fahlbaand af sommetider ikkun faa Fods Mægtighed og ringe Længde-Udstrækning ere at betragte som de störres selvstændige Ledsagere, eller under alle Omstændigheder alene som Dele af de sidste; jeg for min Deel regner alle mere eller mindre sammenhængende, tildeels endog ganske isolerede fahlbaandagtige Partier, der findes samlede i en vis Zone, til eet og samme Fahlbaand.

Af egentlige Fahlbaand eller Fahlbaand-Zoner haves der i Kongsbergs Omegn omtrent syv, hvoraf de vigtigste

stryge temmelig parallelt med hinanden indbyrdes, som Fölge af, at de ere bundne til Skikternes Strygende; heriblandt navnligen Overbjergets og Underbjergets Fahlbaand. Nogle andre turde maaskee ikkun være at betragte som Fortættelser af disse to. Overbjergs-Fahlbaandet er Hovedbaandet i enhver Henseende; de övrige ere Sidebaand, der med tiltagende Afstand fra Hovedbaandet ogsaa blive af mindre og mindre Betydenhed. Der hvor Bjergarterne ikke ere skifrige eller hvor deres Skikter fremtræde uregelmæssigen og forvirret, bemerkes just ogsaa en saadan Charakteer hos Fahlbaandene, f. Ex. hos dem ved Helgevandet, et sikkert Beviis for, at dette Slags Masser stedse staae i et corresponderende Forhold til de Bjergarters Skikter, hvori de findes. Usædvanlige Udvidelser og Sammenknibninger ere heller ikke sjeldne ved dem. Hvad deres Ertsgehalt angaaer, saa er denne i det Hele saare ringe; naar man undtager de allerede anförte faa Steder, hvor Ertsmassen næsten leieformigen har concentreret sig, samt de hyppigere forekommende nyreformige Erts-Ansamlinger, saa har man ikkun med Bjergartskikter at gjöre, der temmelig sparsomt ere imprægnerede med större og mindre Ertspartikler.

Til hvilket Dyb Fahlbaandene gaae ned, er endnu ganske ubekjendt, idet selv de dybeste Gruber ikke tilstede nogen Formodning om, hvor de ophöre. De ved Siden af hinanden henstrygende betydeligere Baand blive adskilte ved uholdige Lag af flere hundrede Lagters Mægtighed, som strax kjendes ved et friskere Udseende. Fahlbaandenes udblegede og forvittrede Overflade i Dagen er vissseligen et væsentligt Kjendemerke for den övede Skjærper og Bjergmand, for ved förste Blik at overbevises om et Baands Tilstedeværelse; tillige er det næsten alene derved,

at de omtrentlige Grændser for slige Baand kunne bestemmes, da deres Metalgehalt taber sig saa ganske lidt efter lidt, at en præcis Delingslinie mellem Baand- og Sidesteen neppe kan paavises. Desuagtet tör det ikke antages, at denne eiendommelige Farve af Fahlbaands-Overfladen nödvendigviis maa findes hvorsomhelst paa et saadant Leiested; enkelte Partier deraf, som ikke ere blottede eller som ere meget quartsrige, have i Regelen ogsaa en uforandret og frisk Overflade. Ikkedestomindre har jeg troet at kunne antage, at Navnet Fahlbaand har sin Oprindelse fra det forvittrede Udseende og den „fahle" Couleur. Thi det er bekjendt, at de kongsbergske Sölvgange fra först af bebyggedes af tydske Bjergmænd, og at disse kaldte den forvittrede, graa-gule og guul-brune Bjergart, hvori Gangene fandtes i Dagen, et falmet (fahles) Baand, synes saa vist, at jeg uden Betænkelighed har valgt denne Skrivemaade, uagtet man hidindtil næsten udelukkende har skrevet Faldbaand [1]).

---

[1]) At Ordet „fahl" ikke alene betyder graa, falmet, udbleget eller deslige, — i hvilken Betydning det dog ogsaa synes at være det rette Epitheton, naar Talen er om Fahlbaandenes Oplösning og Forvitring —, men tillige smudsig guul og röd, bruunagtig eller rustfarvet o. s. v., hvilke samtlige Farvenuancer Fahlbaandenes Overflade frembyder, erfares ikke alene af Heinsius „Volksthümliches Wörterbuch der Deutschen Sprache", men ogsaa ved analoge Benævnelser af visse Mineralier af Richters „neuestes Berg- und Hüttenlexicon", Hartmanns „Handwörterbuch der Mineralogie, Berg-, Hütten- und Salzwerkskunde" o. fl. a. Jo rigere et Baand er paa Kiis, desto större er dets Tilböielighed til Forvitring, desto oftere viser dets Overflade en fra smudsigt Guult til Mörkebruunt nuanceret Farve samt et rustfarvet Beslag, og desto större er Bjergmandens Haab om sölvrige Gange, hvorfor man paa

Slutteligen er endnu kun at anmerke, at Sölvgangenes Optræden ingenlunde kan komme i Betragtning som en væsentlig, men ikkun som en tilfældig Omstændighed, naar man forsöger at give en Definition over Fahlbaandene i Almindelighed og over de kongsbergske i Særdeleshed; thi det er bekjendt nok, at Fahlbaand kunne være forhaanden uden Gange, hvorimod de sidste næsten udelukkende alene paa Overskjæringspunkterne med Fahlbaandene ere ædle. Disse Gange staae altsaa aabenbarligen i et bestemt Afhængigheds-Forhold til Fahlbaandene, men ikke omvendt.

Efter saaledes noget udförligt at have fremstillet Forholdene ved de kongsbergske og for en Deel ogsaa ved de modumske Fahlbaand, være det mig tilladt endvidere at gjöre opmerksom paa nogle Leiesteder, der ligeledes

---

Kongsberg siger: „Fahlbaandet blomstrer", hvilket efter det nys Forklarede ingenlunde staaer i Strid med den partielle Betydning af „fahl". — Skrivemaaden Faldbaand udledes af ældre Skribenter fra „Fällen", hos de tydske Bjergmænd formeentlig det samme som Skikter; jeg maa tilstaae, at jeg ikke finder nogen Mening i denne Benævnelse, saa meget mindre, som den norske Bjergmand paa sin Side almindeligviis ogsaa kalder Gneisformationens Skikter Baand, hvoraf fölger, at Faldbaand skulde være sammensat af tvende Ord, hvoraf hvert for sig saaledes betyder Eet og det Samme, nemlig Skikt. Formeentlig forstaaes i den tydske Bjergmands-Terminologie under „Fällen" heller ikke Skikter, men ikkun visse Skiktningsklöfter. Forövrigt kalder man i bemeldte Terminologie som bekjendt Steen- eller Bjergarten „faul", naar den er oplöst og forvitret, netop som ved Fahlbaandenes Overflade. Vel muligt, at den tydske Bjergmands-Benævnelse „faules Band" paa Kongsberg i Tidens Löb er forvandsket til „Fahl- og Faldbaand" (Fahlbaand).

turde være hverken mere eller mindre end Fahlbaand. I sin Tid har jeg paaviist Analogien mellem Glandskobolt-Leiestederne paa Modum i Norge og ved Vena eller Askersund i Sverige, idet jeg dengang ansaae begge Forekomster som virkelige Ertsleier [1]. Da det imidlertid senerehen er sat udenfor al Tvivl, at de modumske Leiesteder ere Fahlbaand, saa gjælder dette ifölge hiint analoge Forhold naturligviis ogsaa for bemeldte Leiesteder ved Askersund. Dog maa jeg her endvidere beröre en Omstændighed, der gjör sig gjældende saavel ved Modums som ved Askersunds Leiesteder. Paa begge Steder bestaaer nemlig Grundfjeldet ikke alene af skifrige, tydeligen skiktede Bjerglag, men jævnligen ogsaa af quartsagtige Partier, hvori neppe nogen Skiktning er at bemerke. Fahlbaandenes Ertsföring gaaer nu ligesaavel igjennem de skifrige, som gjennem de quartsagtige eller uskiktede Partier, i hvilke sidste man forgjæves vilde söge efter Ertsbaandenes rette Strög, naar man ikke vidste, at det holder sig ganske conformt med Skiferskikternes i Naboskabet, til hvilke desuden Quartsmasserne i Almindelighed omsider pleie efterhaanden igjen at gaae over.

Hr. Bloede beskriver et Leiested af Kobber og Tin ved Pitkaranda i Districtet Serdopol ved Ladogasöen i Gouvernementet Petersburg, som efter den meddeelte Charakteristik tydeligen sorterer under Fahlbaandenes Kategorie [2]. Tillige sees deraf, at man der ligesom paa Modum först ansaae Leiestedet for en Gang og siden for

---

1) Karstens Archiv, 1832, B. IV, Pag. 280.

2) Neues Jahrbuch von Leonhard und Bronn, 1836, H. II, Pag. 197; 1837, H. II, Pag. 278.

et Leie, uagtet heller ikke den sidste Anskuelse ret vilde passe til dets Natur.

Nogle korte Meddelelser af Professor A. Ermann [1]) give endelig ogsaa sikre Antydninger betræffende Forekomsten af Fahlbaand-Bildninger i Uralfjeldene, især i Omegnen af Jekatharinenburg.

Uagtet nu disse faa Kjendsgjerninger angaaende Forekomsten af Fahlbaand samtlige kun vise os de sidste som tilhörende nordlige Egne, saa er det dog neppe tvivlsomt, at de ogsaa ere at antræffe i sydlige Lande, naar man ikkun vil henvende sin Opmerksomhed derpaa.

Jeg har ved Slutningen af dette Afsnidt endnu alene at tilföie fölgende almindelige Betragtninger. Om Fahlbaand-Ertserne have samtidig Oprindelse med de Steen-Skikter, hvori de befinde sig, turde være meget tvivlsomt, hvorimod det er klart, at Fahlbaand-Skikterne selv og de övrige med dem afvexlende Skikter have een og samme Alder; derhos staaer det ikke til at nægte, at Fahlbaandene have adskillige Egenskaber fælles med andre Leiesteder. Desuagtet have Geognosterne i Monographier over Kongsbergs Fahlbaand ingensinde sat disse i Klasse med Leier, Stokke o. s. v., men stedse anfört dem, og det vist med skjellig Grund, som eiendommelige Dannelser. Med Ertsleierne have de det Forhold fælles, at de fölge Skikternes Strög og Fald, men de adskille sig fra dem ved ualmindelig Mægtighed, videre derved, at de efter en betydelig Udvidelse ofte pludselig sammenknibes til faa Lagter, samt at de slet ikke danne nogen parallel concentreret Ertsmasse eller en fra Sidestenen forskjellig Bjerg-

---

[1]) Reise um die Welt, B. I, Pag. 309.

masse imellem Skikterne, men at de ikkun bestaae af et vist Antal Skikter af selve Grundfjeldet, der sparsomt ere imprægnerede med Ertspartikler. Denne Imprægnering ophörer ofte paa visse Strög i et Partie Skikter og indfinder sig derefter igjen, — en Forsvinden og Tilbagevenden af Ertsdelene, hvoraf den nysberörte Indknibning og Udvidelse af Baandene resulterer, og hvorved man ei maa tænke sig nogen Udkiling eller Udvidelse af en egentlig Ertsmasse imellem bestemte Skikter.

Undertiden rykker den ertsförende Strækning, d. e. Fahlbaandet, til Siden ind i Naboskikterne, men kan længere hen igjen flytte ind mellem de oprindelige Strögparalleler. Exempler af begge Slags frembyder det vestlige Koboltbaand paa Modum. Fuldstændig Forsvinden af et mægtigt Fahlbaand, eller rettere sagt dets Udkiling, har jeg ikkun paa et eneste Sted havt Leilighed til at iagttage, nemlig ved den sydlige Ende af nysnævnte Koboltbaand. Her vedbliver dets östlige Rand i sit sædvanlige Löb, idet Baandets Grændse her fölger Bjergartens Strög; men paa den vestlige Side, hvor Grændsen tilsidst dannes derved, at Ertsen efterhaanden ophörer i de enkelte Skikter under deres Strög mod Syd, sætter denne Grændse skraas over Skikterne, indtil den under en spids Vinkel stöder til Östgrændsen.

Fremdeles adskille Fahlbaandene sig fra Ertsleier derved, at der selv almindeligviis neppe er at finde nogen skarp Demarkation imellem dem og Sidestenen, idet Ertsföringen lidt efter lidt gaaer over til stedse mere og mere sparsom Fordeling i Skikterne, indtil den ganske forsvinder og saaledes en vis Overgang finder Sted fra Baandsteen til Sidesteen; samt endelig ved det betydelige Dyb,

hvortil de gaae ned, idet t. Ex. de kongsbergske Fahlbaand kjendes i en Dybde af mindst 230 Lagter. Det steile Fald, de vise, forbigaaes (uagtet ogsaa dette kan synes at være en Afvigelse fra de fleste og maaskee fra alle regelrette Leiers Forhold), da det rimeligviis ikkun er at betragte som en naturlig Fölge af den steile Stilling af Skikterne i saa godtsom alle de nordiske Urfjelde.

Da der i selve Fahlbaandene findes flere rigere Ertslag, som have en vis Parallelisme ved Siden af hinanden, saa kunde man troe, at Fahlbaand ikke ere andet, end flere smale parallele Ertsleier i ringe Afstand fra hinanden. Men denne Slutning forekommer mig at blive modsagt for det Förste ved den Omstændighed, at disse rigere Ertslag ere indbyrdes forbundne ved de mere eller mindre med Erts imprægnerede Mellemskikter, saa at paa denne Maade den rigere og fattigere Ertsimprægnering sammentaget udgjör et eneste Heelt, og for det Andet derved, at de ingenlunde optræde som continuerligen fortsættende parallele Ertsleier imellem Skikterne, men snarere sammensættes af en Række af uendelig mange enkelte Nyrer eller Striber efter Baandets Strygende og Fald. Disse Nyrer slutte sig dog paa ingen Maade stedse til hinanden; meget mere ere de af og til adskilte ved kortere eller længere mellemliggende Partier enten af uholdig Steenart eller af imprægneret Masse, men bestandig synes deres store Axer at ligge parallelt med Skikternes Strög, og med en næsten beundringsværdig Bestemthed pleie de endog paa længere Strækninger baade efter Strög og Fald at forefindes i een og samme Retning.

Med liggende Stokke have Fahlbaandene tildeels Skikternes Imprægnering tilfælles, taale imidlertid ingen Sam-

menligning med samme i Henseende til deres Dimensioner, Regelmæssighed o. s. v.

„Stückgebirge" ere Ertsmasser, som have modstaaet Forvitringen, medens Sidestenen er oplöst; Fahlbaandene ere derimod selv langt mere tilböielige til Oplösning, end deres Sidesteen. Og kort sagt, det forekommer mig, at Fahlbaandene frembyde idetmindste ligesaa mange Eiendommeligheder for at blive opförte i en egen Klasse, som alle de forskjellige særskilte Leiesteder, der, uagtet de paa en Maade ikkun ere Modificationer af Leier, alligevel passere som selvstændige Bildninger.

Den störste Overeensstemmelse have Fahlbaandene unægteligen med virkelige Ertsleier. Ved deres nærmere Undersögelse har jeg aldrig kunnet afholde mig fra den Forestilling, at de i visse Maader afgive et Billede paa Dannelsen af et Leie, der halvveis er afbrudt og forhindret i sin Udvikling. Det synes, som om Materialet til disse Ertsbaand ikke har havt Tid nok til at concentreres paa et mere indskrænket Rum. Bestræbelsen efter en saadan Concentration var forhaanden imellem de enkelte Ertspartikler som Fölge af deres gjensidige Attraction; mechaniske Hindringer turde imidlertid have afbrudt Fuldendelsen af denne Ansamlingsprocces; derfor nu den adspredte Forekomst af enkelte Metaldele i en paa sine Steder næsten 200 Lagter bred Zone, istedetfor et mange Gange smalere, men rigere Leie. Et Fahlbaand kunde saaledes ansees som Begyndelsen til et Leie, — et halvfærdigt Leie. For denne Anskuelses Rigtighed taler et merkværdigt Phænomen ved Modums Koboltbaand. Overalt nemlig, hvor de forhen omtalte rigere Ertslag findes, er det en temmelig constant Erfaring, at de omgivende

Skikter ere næsten ganske uden Erts, medens derimod en regelmæssig omendskjönt sparsom Fordeling af Ertsdelene gjennem alle Skikter finder Sted der, hvor ingen rigere Lag ere forhaanden. Dette Forhold maa dog vel synes tydeligen at hentyde paa, at allerede disse ringe, underordnede og til visse Skikter bundne Erts-Ansamlinger have unddraget Naboskikterne deres Metalgehalt og concentreret den paa et eneste Sted. Ligedan vilde det have gaaet med den hele Dannelse i det Store, naar samtlige til en Fahlbaand-Zone henhörende Metaldele ikke vare blevne standsede paa en eller anden Maade i den allerede paabegyndte Forenings-Bestræbelse. Bergmanden vilde da her have havt at gjöre med en lönværdigere, rigere Masse, idet den störste Deel af de nu sparsomt med Erts gjennemsprengte Skikter kanskee havde afgivet deres Gehalt til et mere concentreret Leie.

Med Hensyn til en tidligere Bemerkning, at Fahlbaanddannelser maae kunne antages ligesaavel at forekomme i sydlige som i nordlige Egne, er at tilföie, at det dog altid bliver paafaldende, at alle Ertsforekomster i nordlige Landströg saavidt mig bekjendt næsten stedse ere i Leieform og derhos altid heller af fattig og adspredt, altsaa om man saa vil fahlbaandagtig, end concentreret Natur. Denne Charakteer have navnligen ogsaa Norges mest berömte Kobber- og Jernmalm-Leiesteder. Ved denne Leilighed bör en Urigtighed rettes, der findes i Waldauf von Waldensteins Verk: „Ueber die besondern Lagerstätten"; Side 68 nemlig anföres der, at Ertsleiestederne i Sverige næsten alle henhöre til Leierne, i Norge derimod til Gangene. Formeentligen er dog Leieformen ved Ertsdannelserne ligesaa afgjort fremherskende i Norge

som i Sverige. Alene ved Kongsberg findes Gange af Betydenhed i Urformationen, som derhos paa Grund af deres ganske særegne Forholde endnu adskille sig meget fra andre Gange. At man i selve Norge jævnligen hörer tale om Gange, kommer af de nordiske Bjergmænds allerede omtalte Sædvane at kalde næsten alle Ertsformationer Gange. Den meget fortjenstfulde forhenværende Jernverkseier Jacob Aall har allerede for længe siden paaviist [1]), at alle norske Jerngruber, men især de ved Arendal, drives paa Leier og ikke paa Gange. Og at disse Jernmalm-Leiesteder visseligen oftere, end hidindtil er blevet bemerket, ere af fahlbaandagtig Natur [2]), kan vistnok med god Grund formodes. Dog findes Jernmalmen ogsaa ofte i mere samlede Masser i de norske Fjelde, hvorved det da bliver vanskeligt at sige, om dette er en Fölge af at rigeligere Material har været forhaanden til Dannelsen af saadanne Masser, eller af en större indbyrdes Affinitet mellem Materialets Partikler, der i sin Tid kunde have bidraget til en hurtigere og fuldstændigere Concentration af de i Bjergmasserne omspredte Ertsdele, eller om kanskee begge disse Aarsager her have virket. Bygge nu, som vi have seet, Norges Kobolt-, Jern- og Kobbergruber [3]) paa Leier eller egentlig meest paa Fahl-

---

[1]) Om Jernmalmleier og Jerntilvirkningen i Norge. Kjöbenhavn, 1806.

[2]) Allerede ovenfor citeredes med Hensyn hertil Prof. Keilhaus Afhandling i Nyt Magazin for Naturvidenskaberne, B. III, Pag. 201—203.

[3]) Efterat have nedskrevet disse Bemerkninger bliver jeg endnu opmerksom paa Lector Scheerers Meddelelser i Leonhards

baand, saa er der vist ingen Grund til at sige, at i dette Land Gangene ere de forherskende Leiesteder.

---

og Bronns Jahrbuch for 1843, Pag. 643—661, samt i Nyt Magazin for Naturvidenskaberne, B. IV, Pag. 135—158, angaaende Jernmalm-Leiestedernes fahlbaandagtige Natur paa Vestlandet i Norge, ligesom og paa hvad samme Forfatter i Nyt Mag. f. N., B. IV, Pag. 377—381 har anfört, at nemlig ogsaa Nikkelertsen i Norge forekommer i Fahlbaand f. Ex. ved Espedals-Vand.

Anmerkning betræffende det hermed fölgende Kart.

Foruden hvad der med Hensyn til dette er anfört i § 3, bedes endnu bemerket, at de Dele af Kobolt-Baandene, der ved Grubedrift ere meest undersögte, paa Kartet findes antydede ved punkterede Linier.

II.

Fortsat Supplement til Norges Ornithologie.

Af

H. Rasch.

I dette Tidsskrifts 4de Binds 2det Hefte meddeelte jeg den Tilvæxt, som vor ornithologiske Fauna havde erholdt siden 1838. Det nu forlöbne Aar har heller ikke været uden Interesse i denne Retning, deels derved, at tre for vor Fauna nye Arter ere blevne observerede inden Fædrelandets Grændser, hvoraf den ene saavidt mig bekjendt ikke forhen er anfört som skandinavisk, deels ved nogle særegne Phænomener vedkommende Forekomsten af nogle sjeldnere Arter. Jeg vil under Meddelelsen gaae frem i systematisk Orden og begynder derfor först med:

1. **Den norske Jagtfalk**, Falco gyrfalco Nilss. Man har forhen anseet denne som eensartet med den paa Island forekommende Form, og derfor ogsaa tillagt den Navnet Falco islandicus Lath. Nilsson anseer Lathams Art

som Repræsentant for en udvoxen Fugl, Gmelins F. candicans for en meget gammel Han, Linnées F. rusticolus for en ældre Hun, og samme Forfatters F. Gyrfalco for en ung Fugl af samme Art, og ingen af Scandinaviens Ornithologer har ytret Tvivl om Rigtigheden af denne Anskuelse. I enkelte nyere Verker, f. Ex. det af v. Kayserling og Blasius udgivne indholdsrige Skrift: Die Wirbelthiere Europas, anföres Gmelins F. candicans som en egen Grönland og Siberien tilhörende Art, medens F. islandicus og Gyrfalco ansees som identiske. De Charakterer, der af disse Forfattere angives som diagnostiske for F. candicans, fandt Friherre Düben hos de to i det bergenske Museum opbevarede Exemplarer, som begge vare fældte i Omegnen af denne Bye. Under min Gjennemreise i forrige Sommer fik jeg Anledning til at see det ene af disse, og fandt, at det netop var vor sædvanlige Jagtfalk, saadan som den forekommer paa Dovre og i Nordlandene, fra hvilke Localiteter Esmark og Siebke have medbragt voxne Individer. Jeg havde ikke havt Anledning til at undersöge, til hvilken af de Kayserlingske Arter vor Jagtfalk maatte henhöre, og ytrede den Mening, at F. candicans og islandicus v. Gyrfalco ikkun ere Localracer af samme Art, men at man, i det Tilfælde at man vilde beholde dem som distinkte Arter, maatte forene den norske Form med den grönlandske. Det Phænomen, at den grönlandske Jagtfalk ofte ved Alderen antager den hvide Farveklædning, hvilket vistnok yderst sjelden er Tilfældet med de norske Individer, kan intet relevere med Hensyn til Artsforskjellighed, og det saameget mindre som Holböll erklærer, at den grönlandske Falks Farvetegning, tildeels uafhængig af Alder og Kjön, er saare variabel (see Kroyers naturhistoriske Tidsskrift, 4de Bind

S. 385). I Slutningen af afvigte Aar har jeg imidlertid modtaget en Skrivelse fra Dr. Schlegel i Leiden, der bringer mig til at vakle i denne Formodning. Der gives for nærværende Tid vel ingen Ornitholog, der i den Grad som Schlegel kjender Rovfuglene i Almindelighed og denne Slægt i Særdeleshed, og hvem et saa rigt Materiale staaer til Raadighed. I denne sin Skrivelse yttrer han sig desangaaende saaledes: „Ihr norwegischer grosser Falke — mein Gierfalke — der die Stelle des weissen und isländischen in Norwegen vertritt, ist in Grösse und Farbe (!) sehr von denselben verschieden. Unsere Falkoniere haben denselben zwei Jahre hinter einander auf Dovrefjeld geholt, und die vielen Exemplare, die ich gesehen habe, beweisen die Richtigkeit der Ansicht, dass dieser Vogel ganz selbständig dasteht." Den arctiske Zone skulde saaledes besidde tre tydeligt adskilte Former eller, om man saa vil, tre Arter af den store Jagtfalk. Til en fuldkommen sikker Afgjörelse af dette Spörgsmaal er det fremforalt nödvendigt at have talrige Exemplarer i alle Aldere og af begge Kjön, fra enhver af de opgivne Localiteter til Undersögelse, og jeg maa i denne Hensigt henvende mig til Norges Ornithologer med Anmodning om at tilstille mig til Benyttelse de Exemplarer af denne Art, som de maatte være eller komme i Besiddelse af, idet jeg forsikrer, at de i lige god Stand skulle blive dem tilbagegivne.

2. Hvepsefalken, Falco (Pernis) apivorus, forekommer ogsaa i det vestenfjeldske Norge; thi i Bergens Museum opbevares et der i Nærheden skudt Individ.

3. Glenten, F. Milvus L., Milvus regius Bris., er ikke sjelden i den sydostlige Deel af Smaalehnene. Museet har modtaget to Exemplarer fra Fredrikshald.

4. Den lappiske Ugle, Strix lapponica. Saavidt mig bekjendt er der i Löbet af de tre sidste Aar bleven fældet tre Individer af denne sjeldne Ugleart, eet i Smaalehnenes, og tvende i Agershuus Amt.

5. Slaguglen, Strix liturata Thunb., er i afvigte Efteraar indsendt til Museet fra Urskoug.

6. Höguglen, Str. funerea, var i Vinteren 1841—42 hyppig, og flere Exemplarer bleve indsendte til Museet fra forskjellige Egne. I April forrige Aar saae jeg et Individ, som var skudt i Nærheden af Mandal.

7. Perleuglen, Str. Tegnmalmi, erholdt Museet fra Mandal, fra Jernverkseier Aall og fra Fredrikshald.

8. Spurveuglen, St. passerina, har i afvigte Höst og i Vinter viist sig hyppigere end forhen. Museet har erholdt 5 Exemplarer. To af de mindste befandtes at være Hunner, hvilket synes at stride mod det Forhold, som finder Sted hos Rovfuglene i Almindelighed. Jeg anbefaler dette Phænomen til Ornithologernes Opmerksomhed.

9. Nöddekragen, Caryocatactes guttatus, som i det Hele taget er en sparsomt forekommende Art, har i afvigte Höst viist sig i Mængde over en stor Deel af Skandinavien. Den fangedes da hyppig i Donerne og bragtes knippeviis til Torvs af Bönderne, men saavel disse som Kjöberne kjendte den i Almindelighed aldeles ikke, hvilket idetmindste beviser, at den sjelden forekommer her i Omegnen. Museet har ogsaa erholdt Exemplarer indsendte som Sjeldenheder fra Nordmör, Hallingdal og flere Egne. Professor Lovén underretter mig i en Skrivelse om, at det samme Forhold har fundet Sted ved Stockholm, og ifölge Efterretninger fra Professor Nilsson forekom den ogsaa i Skaane til samme Tid i stor Mængde.

10. Stæren, Sturnus vulgaris, har i forlöbne Efteraar opholdt sig usædvanligt længe her i Omegnen, formodentlig formedelst den overflödige Tilgang paa Rognebær. Sidensvantsen, Bombycilla garrula, som man havde Grund til at vente i Mængde, udeblev aldeles, medens derimod Konglebiten, Corythus enucleator, viste sig, dog ikke talrigt. Dobbelttrosten, Turdus viscivorus, var hyppigere end sædvanligt.

11. Sivsangeren, Sylvia salicaria Bechst., S. Schoenobænus Nilss., som jeg i min förste Fortegnelse over Norges Fugle kun med Tvivl anförte som en i Norge forekommende Art, er i denne Sommer skudt i en Have af Cand. medic. Siebke. Individet var en Han. Ligesom den guulbrystede Sanger, S. Hypolais, optager den i sin Sang, Strofer laante af andre Sangfugles Melodier.

12. Den nye Art, hvormed den skandinaviske Halvöes ornithologiske Fauna er bleven beriget, hörer til Piplærke-Slægten, Anthus, en Slægt, hvis Arter deels ved den store Lighed, der hersker mellem dem indbyrdes, deels ved den ydre Overeensstemmelse i Farvetegning med de egentlige Lærker, samt ved deres beskedne Dragt ikke skjænkes synderlig Opmerksomhed af de almindelige Jægere og Fugleiagttagere, og saaledes let blive overseede. Dette har paa vor Halvöe været Tilfældet baade med Skjærpiplærken, Anthus rupestris Nilss, og Hedepiplærken, A. campestris Bechst., hvoraf den förste er hyppig overalt langs Kysterne, og den anden paa törre Feldt og Sandheder i det sydlige Sverige. Professor Nilsson har först gjort opmerksom paa disse to Arters Forekomst i Skandinavien. Den Art, som jeg nu optager som den skandinaviske Faunas Eiendom, er den störste af hele Slægten, og först beskreven af Viellot under

Navnet Anthus Richardi. Den er siden enkeltviis iagttaget i England, Tydskland, Frankrig, Spanien, Italien og Grækenland, i Sydafrika, Persien og Indien. Dens geographiske Udbredelse er saaledes overordentlig vidtstrakt. Det Exemplar, som jeg har havt til Undersögelse, blev skudt i August 1843 i Nærheden af Fredrikshald af Cand. theologiæ Krefting. Da denne Art ikke er beskreven i de Verker, som man kan supponere at være i vore Faunisters Besiddelse, og navnligen ikke i Nilssons skandinaviske Fauna, saa vil jeg her meddele en Beskrivelse af det her i Riget skudte Exemplar.

Anthus Richardi Viellot.

Artsm. Hoved og Ryg olivengraae med mörkebrune ikke skarpt begrændsede Pletter, nedenunder lysegnul med smaae og faae mörkebrune Pletter paa Underhalsen. Förste Styrfjær hvid med Undtagelse af en mörkegraae Bræm paa den inderste tredie Fjerdepart af Inderfanen. Spolen hvid. Anden Styrfjær med hvid Spidse og en lang kiledannet hvid Tegning fra Spidsen af langsmed den sorte Spoles Inderside Bagkloen af Taaens Længde, lidet böiet.

Da Arterne af denne Slægt, som anfört, i Farvetegning have saameget overeensstemmende, er det vanskeligt heraf at erholde diagnostiske Merker. Lettest vil man vistnok kjende denne Art ved dens Störrelse, som vil sees af fölgende Dimensioner:

Længden fra Næbspidsen til Halespidsen . . .	7'' 3 ''' ;
Halens Længde	3 - „ - ;
Hovedets do. med Næbet	1 - 6 - ;
Næbet fra Mundvigen	„ - 9½ - ;
do. fra Næseborerne	„ - 4¾ - ;

fra Vingeböiningen til Spidsen . . . . 3″ 7‴;
Tarsens Længde . . . . 1 - 2½ - ;
fra Spidsen af Mellemtaaens til Spidsen af Bag-
taaens Negl . . . . 2 - 1 - ;
Bagtaaen med Negl . . . . 1 - 1½ - ;
do. uden Negl . . . . ″ - 6½ - .

Pletterne ere tydeligst paa Hovedet, hvor de indtage de enkelte Fjædres midterste Deel, og næsten blot paa Siderne ere omgivne med en rustgraa i det Olivenfarvede faldende Bræm. Paa Gumpen forsvinde de atter. Partiet mellem Næseborene og Öiet er hvidt med rustgul Anstrygning, og fra dette udgaae de temmelig brede hvidgule Baand, som derfra löbe over og under Öiet og Öret. Fra Öiets bagerste Rand strækker sig en mörk Plet over Öreaabningen, hvorved de lystfarvede Baand adskilles bagtil. Fra Mundvigen löber en smal mörk Stribe under den brede lysere, og forener sig med eller taber sig i den mörke Teint bag Öreaabningen. En lignende smal Stribe löber fra Underkjæbens Grund ned langs Siderne af Hagen og Struben og forbinder sig med Pletterne paa Underhalsen og Overbrystet, hvor den stærkeste rustgule Anstrygning fremtræder. Slagfjædrene ere sortebrune, de 4 förste næsten lige lange, dog den anden længst; en hvidgraa Kant udmerker den förste Slagfjæders Yderfane, den 5te er 4½‴ kortere end 4de og lidt knapt ½‴ kortere end Bivingens længste. Svingfjædrene af 2den Orden med rustbruun Yderkant. Bivingens Fjædre med rustgraae Kanter. De större Dækfjædre med rustbrune Fjæderkanter og hvidagtig Spidse, hvorved paa Vingen frembringes et smalt hvidagtigt Tverbaand; de mindre Dækfjædre ere sortebrune med hvidagtige Kanter. Overnæbet mörkt

hornfarvet, Undernæbet med Undtagelse af Spidsen lyst; Födderne blegt hornfarvede.

De af Kayserling og Blasius angivne Artsmerker passe forstörstedelen ikke paa det her beskrevne Exemplar; thi a) er Bivingens længste Fjæder meget kortere end 4de Svingfjæder; b) er Legemets Overside ikke eensfarvet mörk-graabruun; c) er den hvide Farve ikke indskrænket til næstyderste Halefjæders Spidse, men strækker sig opad paa begge Sider af den sorte Spole næsten efter dens hele Længde. Da vort Museum besidder Exemplarer baade fra Ostindien og Grækenland, sendte under ovenangivne Navn og umiskjendeligt tilhörende samme Art som det ved Fredrikshald skudte Individ, saa har jeg intet Öieblik været i Tvivl om Artens Navn. De ostindiske Exemplarer stemme fuldkommen overeens med vort i Farve, men ere lidt mindre. Paa det ene af disse er Bivingen længere end længste Slagfjæder; paa det andet Exemplar er den paa den ene Vinge ligesaa lang som længste, paa den anden kortere end 4de Svingfjæder. En saadan Ulighed finder ogsaa Sted med det græske Individ. Dette Merke viser sig derfor saa variabelt, at det aldeles ikke kan benyttes til Artens Diagnostik. Det græske Individ, skudt i Midten af Mai, er en Han, betydeligt mindre end det norske, og har meget afblegede Farver. Undersidens guulagtige og Oversidens olivengrönne Tinter ere ikke merkbare.

13. Steenknækkeren, Fringilla coccothraustes. Siden 1837, da Siebke fældte et Exemplar af denne Fugleart, har jeg ikke förend iaar erholdt Underretning om dens senere Forekomst inden Rigets Grændser. Hr. N. Aall, Eier af Næs Jernverk, har i Vinter tilskrevet mig saaledes: „Af sjeldnere Fugle har her i Höst været en

temmelig Mængde af Fringilla coccothraustes. Jeg har skudt flere, men freder dem nu, da de vedblive at holde sig her. Vore Hæggetræer ere især deres kjæreste Opholdssted og Kjernen i Bærenes Stene deres fornemste Spise".

14. Turtelduen, Columba Turtur, lader til at ville blive en fast Besöger af vort Fædreland. I Slutningen af Juli 1844 saae jeg et Par i Nærheden af Rakkestad Kirke. Den er for længere Tid tilbage skudt i Söndfjord af Sorenskriver Landmark. I Sverrig er den oftere skudt i de senere Aar, og det fornemmelig i den nordligere Deel, fornemmelig om Hösten ved Qvikjok i Lapmarken.

15. Raphönen, Perdix cinerea, begynder nu at vise sig hyppigere over en större Strækning af Landet. I Omegnen af Christiania findes nu flere Flokke; i Smaalehnenes, Buskeruds og Christians Amter ligeledes.

16. Allerede i flere Aar har Museet været i Besiddelse af en steril Aarhöne, der i Farvetegning nærmer sig Hannen endnu mere end den, som Professor Nilsson i sit Planche-Verk har ladet afbilde og kortelig beskrevet. Saadanne sterile Hunner synes ikke at være meget sjeldne, hverken hos denne Art eller Tetrao Urogallus; thi i Stockholms Rigsmuseum opbevares flere, og Jernverkseier Aall besidder ogsaa et Par.

17. Bastarden af Rype og Aarfugl, Tetrao Tetrix lagopoides Nilsson, har Esmark for flere Aar siden erholdt fra Röraas, og den opbevares nu i hans ornithologiske Samling. Hos Hr. Boghandler Tobieson har jeg seet Levningerne af et Individ, som han havde kjöbt om Vinteren 1843 i Östre-Riisöer.

18. Den brednæbbede Strandvibe, Tringa platyrhynca, er fundet rugende paa Mosestrækningen mellem

Fogstuen og Jerkind af Hr. Lagesen fra Holsteen (see Kröyers naturhistoriske Tidsskrift, B. II, S. 431).

19. Avozetten, Recurvirostra avozetta, observeredes af Hr. Cand. jur. E. Wedel-Jarlsberg ved Forneboe her i Nærheden om Hösten 1843.

20. I Midten af August forrige Aar iagttog jeg den sorte Terne, Sterna nigra, paa de i den nordlige Ende af Öieren liggende sumpige Öer. Jeg saae blot to Individer, og det kun en kort Tid, da et vedholdende Regn hindrede mig i at anstille nærmere Efterforskninger. At jeg imidlertid ikke har skuffet mig med Hensyn til Arten, tör jeg forsikre, da jeg under mit Ophold i Holland saa ofte havde Leilighed til at iagttage denne Fugl. Det er ogsaa bekjendt, at den i Naboriget forekommer lige op i Upland. Asbjörnsen troer ogsaa at have seet den ved Sperillen i denne Sommer.

21. Den hvidvingede Maage, Larus leucopterus, blev af en Bonde fra Rödnæs bragt til Museet som en i den Egn ubekjendt Fugl. Den var imidlertid utjenlig til Udstopning. Det er sandsynligt, at denne Art oftere forekommer ved vore Kyster om Vinteren.

22. At den store Graamaage, Larus glaucus Brunnicke, endog om Sommeren enkeltviis forekommer og maaskee endog ruger ved vore Kyster, anseer jeg saagodtsom afgjort derved, at jeg selv paa Expeditionen f. A. observerede et ikke fuldkommen udfarvet Individ af denne Art omtrent fire Mile lige ud for Statlandet. Formedelst det rolige Veir kunde den med Nöiagtighed observeres gjennem Kikkerten, medens den laae paa Vandet, og senere under dens Flugt var den let kjendelig ved sine lyse Slagfjædre. Eieren af et ved Ristöe liggende Æggevær fortalte mig ogsaa, at der mellem den store Mængde af

der rugende större og mindre Graamaager, Larus argentatus og canus, fandtes et Par af samme Farve men meget större; dette kunde vanskeligen være nogen anden end L. glaucus.

23. Den langhalede Tyvjo, Lestris Cephus Brunnick, L. parasiticus Anglor, L. crepidata Brehm, L. Buffonii Boie. Min i forrige Supplement yttrede Formodning, at denne Art ogsaa tilhörer vor Fauna, har bekræftet sig ved et Par Observationer, som jeg havde Anledning til at gjöre under mit Ophold paa det Fartöi, der i forrige Aar var udrustet til at undersöge de fjernere fra Landet liggende Fiskegrunde. Flere Individer med de midterste Styrere meget længere end hos den sædvanlige Tyvjo, og med en noget forskjellig Flugt, bleve et Par Dage observerede, medens vi vare ude paa og forbi Storeggen. I Rigsmuseet i Stockholm ere et Par Individer af denne Art opstillede, og da begge disse ere skudte af Wahlberg paa Dovre 1832, saa er Sagen nu afgjort.

Lestris pomarinus og catarrhactes forekomme vistnok ogsaa ude paa Storeggen, men af mig bleve ingen hidhenhörende Individer iagttagne.

24. Stormfuglen, Havhesten, Procellaria glacialis, havde jeg til samme Tid og paa samme Sted ofte Anledning til at iagttage og fælde. Denne Oceanfugl viste sig allerede enkeltviis paa Höiden af Stavanger i en Afstand af 20 Mile fra Land. De söge virkelig, saaledes som Ström beretter, i stor Mængde hen til de paa Storeggen liggende Fiskerbaade, hvilke de omsvæve i deres lette og hurtige Flugt. Jeg saae dem ikke sjelden liggende paa Havet, hvor de svömmede temmelig hurtigt omkring uden nogen Gang at dukke under. Individer med den Farvetegning, som skal charakterisere den par-

ringsdygtige Fugl, vare meget sjeldne, men at allerede Fugle, som endnu ikke have erholdt denne Dragt, ere parringsdygtige, overbeviistes jeg lettelig om, ved at finde den store nögne Rugeflæk paa alle de fældte Individer, medens netop det ene af de to Exemplarer med den gamle Fugls Tegning manglede dette Beviis paa Rugningen. Undersögelsen af Kjönsdelene viiste end tydeligere, at de mörkfarvede Individer virkelig forplante deres Art, ja jeg er meget tilböielig til at antage, at en stor Deel Individer enten aldrig eller först i en meget höi Alder erholde en saadan Farvetegning som den, der angives at tilhöre den parringsdygtige Fugl. Den lille mörke Plet foran Öiet fandtes hos alle de af mig fældte Exemplarer, hvilket jeg anförer, da Forfatterne kun lade dette Merke være gjældende for de yngre Individer. Födderne angives ogsaa at være gule, hvilket vel nöiagtigere burde udtrykkes blegt-guulagtige eller kjödfarvede. Sammenstiller man disse mine Iagttagelser med dem, der ere gjorte af andre Ornithologer paa andre Steder, da kommer man maaskee til det Resultat, at de Fugle, der vise sig ved de söndmörske Fiskerbanker, hyppigst höre til den allerede bekjendte mörkfarvede Varietet, hvorom den dygtige Ornitholog og Observator, Capitain Holböll i sine særdeles fortjenstfulde Bidrag til den grönlandske Fauna, meddeelte i Kröyers naturhistoriske Tidsskrift, 4de Bind, Pag. 429, yttrer sig saaledes: „Der er, som bekjendt, en mörk Varietet af Procellaria glacialis, der med Undtagelse af en mörkere Plet ved Öiet og en lysere paa Vingerne er eensfarvet, særdeles mörk maageblaa [1]); denne Varietet er

[1]) Den kaldes af Grönlænderne Igarsok, Kok, efter Skibskokkenes sædvanlige Udseende; den lyse Plet paa Vingen sees kun, naar Vingen udspiles. Holböll.

ikke meget almindelig, men sees blandt de andre Fugle ved Fuglefjeldet. Dog tör jeg Intet anföre om hvorvidt de ere parrede indbyrdes. Paa Fjædrene kan jeg ikke kjende de flyvefærdige Unger fra de gamle Fugle".

Det Ubestemte i Farvetegningen hos de til Procellaridernes Familie hörende Arter er saa almindeligt, at det næsten kan opstilles som Regel. Denne Ubestemthed begynder ogsaa at vise sig ved de maageartede Fugle. Man erindre kun hvor lang Tid disse behöve for at erholde deres endelige Farvedragt, og at nogle Arters Unger fra Redet af have forskjellig Farvedragt og först i tredie Efteraar blive indbyrdes lige og lige med Forældrene (see Holböll, l. c., S. 415), samt at disse Forandringer ikke foregaae hos de i Fangenskab holdte Individer, som, hvis de ere fangede som Unger, beholde Ungfugledragten deres hele Levetid. Hos vore Tyvjoer er det afgjort, at mange Individer bestandig beholde den mörke Farve paa Legemets Underside, om Halsen og paa Tindingerne, medens hos andre disse Dele blive hvide eller guulagtige med en Mængde Mellemnuancer og i forskjellig Udstrækning, dog uafhængigt af Kjönsforskjellen (see mit foregaaende Supplement, 4de Binds 2det Hefte, S. 173). Blandt de Stormfuglene saa nær staaende Albatrosser fremtræder det Ubestemte i Farvetegningen i en saadan Grad, at det idetmindste for den störste og meest bekjendte Art, Diomedea exulans, bliver umuligt at angive den normale. Puffinus cinereus synes i dette Henseende at forholde sig som Lestris parasiticus.

Det er endnu uafgjort, om de talrige Individer af Procellaria glacialis, som vise sig paa Havet i den angivne Afstand fra Kysten, nogetsteds paa Norges Kyst have deres Rugeplads. Jeg er af den Formening, at dette ikke

er Tilfældet, og skal her anföre mine Grunde. Alle de Fiskere fra disse Egne, hos hvilke jeg derom sögte Oplysning, erklærede, at de aldrig havde seet disse dem vel bekjendte Fugle selv paa de yderste Skjær og Klipper, ja ikke engang, — undtagen höist sjelden —, saa nær disse som et Par Mile.

Jo længere man kom ud paa Havet mod Vest, des hyppigere viste de sig.

Deres udmerket hurtige og udholdende Flugt sætter dem istand til at tilbagelægge Veien fra de söndmörske Fiskegrunde til deres bekjendte Rugepladse paa de skotske Öer i faa Timer. Det er desuden rimeligt, at de efterat have indtaget en behörig Qvantitet af den fede Næring, som de især söge, kunne udholde Rugningsforretningen uafbrudt i langt længere Tid end andre Fugle. (At de leve i Monogamie og ruge vexelviis er bekjendt). Man finder dem i Rugetiden stedse samlede i stort Antal paa bestemte Steder, hvor de bidrage til at danne de Söfugle-Kolonier, som man kalder Fuglefjelde. Dersom de altsaa rugede paa denne Kyststrækning, vilde man vistnok have opdaget deres Rugepladse, men endnu har Ingen, saavidt mig bekjendt, kunnet paavise et saadant Sted. At saadanne imidlertid kunne findes ved Nordlands og Finmarkens Kyster, hvilket Nilsson anseer som troligt, vil jeg ikke bestemt benægte.

25. At Stormsvalen, Thalassidroma pelagica, og Skrapen eller Liren, Puffinus Anglorum, som to Gange observeredes udenfor de söndmörske Banker under mit Ophold ombord i Oplodningsfartöiet, ikke findes rugende ved vore Kyster, kan vel ansees som afgjort. Oplodnings-Expeditionens Chef, Hr. Lieutenant Motzfeldt, har fortalt mig, at han i Juli Maaned, efterat jeg havde for-

ladt Expeditionen, udenfor Bergen paa det jydske Revs Fortsættelse, i stille Veir var omringet af en stor Mængde Stormsvaler, uden at dette blev Forbud paa nogen Storm. At disse Fugle vise sig i Östersöen og ofte i stor Mængde, har jeg hört af norske Söfolk. De lignende Beretninger, som ere Professor Nilsson meddeelte fra flere Kanter, anseer han lidet troværdige. Jeg er derimod tilböielig til at antage, at Stormsvalerne under de til visse Tider herskende Storme gjennem Belterne begive sig ind i dette store Indhavs sydligere Dele. At de nogetsteds i Östersöen skulle have en Rugeplads, er derimod mindre sandsynligt. At denne Fugleart er funden fordrevet til det Indre af Frankrig og Schweitz, er bekjendt, ligesom ogsaa at den ved Redepladsen lever meget forborgent (see Grabas Dagbog paa en Reise til Færöerne).

26. Den pukkelnæbbede Edderfugl, E—Kongen, Anas spectabilis. En prægtig Han af denne Fugleart blev i Mai f. A. skudt i Nærheden af Grömstad og opbevares nu i Jernverkseier N. Aalls Samling. Ifölge Holbölls Iagttagelser er den af alle Dykkere den, som söger sin Næring paa det störste Dyb (200 Al.) og kan være længst under Vandet (9 Minutter).

27. Havsulen, Sula alba, traf vi paa Expeditionen forrige Aar i Begyndelsen af Mai, strax vi havde passeret Lindesnæs og siden temmelig hyppigen lige indtil Höiden af Stat, i en Afstand af 10 à 12 Mile fra Land. Længere nordlig og senere paa Aaret saaes kun saare enkelte. Man kunde ofte paaeengang see flere af disse Fugle deels flyvende, deels liggende paa Vandet, — dog aldrig i Flokke —, ofte med Hovedet under Vingen sovende vugge sig paa Bölgerne. Paa de fældte Exemplarer vrim-

lede det af en Nirmus Art, som sikkert maa være dem til stor Plage.

28. Den Form af Lomvien, Uria Troile, som af de fleste Forfattere opföres som særskilt Art, under Navn af Uria Brunnichii, og som jeg ikke erindrer at have seet inde i Christianiafjorden, blev ogsaa i Begyndelsen af Mai skudt paa det jydske Reev i Höiden af Stavanger. Flere Individer vare der beskjæftigede med at jage efter Sildestimene, som omgave os i stor Mængde.

29. Paa Kysten af Söndmör var Havimberen, Islommen, Colymbus glacialis, baade i Mai og Juni ikke usædvanlig at see, dog ikke ude i det aabne Hav. I Höst blev et ungt Individ skudt i Nærheden af Moss.

30. Paa Rundöe, 3 Mile sydenfor Aalesund, findes paa Öens sydlige Side en omtrent 2000 Fod höi næsten lodret Afstyrtning med Terrasser, Huler og Klöfter af et rædselfuldt vildt Udseende. Her ruge Tusinder af Söfugle, men talrigst af alle Lunden, Mormon arcticus, Alca arctica Lin. Affyrer man under Fjeldet et Skud, da formörkes bogstaveligt Luften af de udstyrtende Fugles Mængde. De överste af Sværmen sees blot som hverandre krydsende Punkter. En dyb Klippehule lignende en gothisk Kirkehvælving er merkværdig derved, at man med Baad kan roe derind. Skarv, Carbo gracculus, Lomvier, Uria Troile og Alker, Alca Torda, ere denne Hules Beboere.

Af mindre Lunde-Kolonier gives der paa denne Strækning af Kysten endnu et Par andre, nemlig paa en flad græsbevoxet Holme, Sviinöe kaldet, i Nærheden af Stat og paa Ristöe. Denne Fuglearts sydligste Rugeplads paa vore Kyster er Hvidingsöerne og Udsire ved Stavanger, dog er den der ikke talrig.

III.

Lovene for Lysets Forplantelse i isophane og eenaxig krystalliserede Legemer.

Af

O. I. Broch.

Fortale.

Nærværende Arbeide er en Omarbeidelse og Fortsættelse af den af mig ved de skandinaviske Naturforskeres tredie Möde i Stockholm 1842 fremlagte Afhandling, hvoraf et Udtog er trykt i Beretningen over nævnte Möde. Det indeholder en fuldstændig Theorie for Lysets Bevægelse i isophane Legemer, i eenaxige saavel kunstige, det er ved Tryk eller Varme frembragte, som naturlige Krystaller, samt en paabegyndt Theorie for de circularpolariserende isophane Legemer og eenaxige Krystaller. Af 1ste Cap. er § 1 allerede udviklet af Cauchy i hans Ex. d'An. et de Ph. Math. Tome 1 pag. 115—120 og Begyndelsen af § 2 sammesteds pag. 209—211, § 4 sammesteds pag. 123—132, hvor dog enkelte Feil forekomme, og Fremgangsmaaden i § 7, dog kun for eet System af Molekyler, sammesteds

pag. 292—312. Af Cap. 2 er § 1 ligeledes udviklet af Cauchy i Ex. d'An. Tome 1 pag. 131. For Fuldstændigheden af mit Arbeide og for at lette sammes Læsning har jeg medtaget disse Forarbeider. Den af mig i Beretningen om de skandinaviske Naturforskeres tredie Möde pag. 301—302 fremsatte Theorie for de circularpolariserende Krystaller har jeg, som det vil sees af Cap. 4 og Cap. 5, forladt. I nævnte Afhandling blive nemlig de ved k_1 og k_2 betegnede Störrelser ikke særskildt bestemte den ene ved Ligningen $M(k_1) = o$, den anden ved Ligningen $N(k_2) = o$, men enhver af dem maa tilfredsstille begge disse Ligninger. Ved et System af Molekyler, hvis Molekylarkræfter opfylde de forudsatte Betingelser, at virke forskjellig i modsatte Retninger, ville fölgelig kun saadanne Straaler kunne forplante sig, hvis Svingningstid, det er Farve, er bestemt ved den Ligning, der fremkommer ved Elimination af k mellem Ligningerne $M(k) = o$ og $N(k) = o$.

Capitel 1.

Lovene for Lysets Forplantelse i isophane Legemer.

§ 1.

Ligninger for de uendelig smaa Bevægelser i eet isophant System af Molekyler.

Ligningerne for de uendelig smaae Bevægelser i eet System af Molekyler ere, som jeg har viist i en Afhandling i Doves Repertorium der Physik, 5te Bind, fölgende[1]):

[1]) De inden dobbelte Parentheser staaende Nummere paa Ligninger findes under samme Nummer i hiin Afhandling.

$$((14))\qquad \begin{aligned} &(L - d_t^2)\xi + P\eta + Q\zeta = o,\\ &R\xi + (M - d_t^2)\eta + P\zeta = o,\\ &Q\xi + R\eta + (N - d_t^2)\zeta = o,\end{aligned}$$

hvor ξ, η, ζ betegne Forrykningerne af et Punkt (x, y, z) langs tre retvinklede Koordinataxer, og L, M, N, P, Q, R betegne karakteristiske Funktioner af Differentialtegnene d_x, d_y, d_z. Sætter man i disse karakteristiske Funktioner istedetfor Tegnene d_x, d_y, d_z, Störrelserne u, v, w, og betegner ved $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$, $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{Q}$, $\mathfrak{R}$ de derved fremkomne Funktioner, saa kunne disse udtrykkes ved Hjælp af to nye Funktioner:

$$((134))\qquad \begin{aligned} \mathfrak{G} &= S\left[m\,f(r)\left(e^{ux+vy+wz}-1\right)\right],\\ \mathfrak{H} &= S\left[\frac{m}{r}d_r\,f(r)\left(e^{ux+vy+wz}-1-(ux+vy+wz)-\right.\right.\\ &\qquad \left.\left.-\frac{(ux+vy+wz)^2}{2}\right)\right],\end{aligned}$$

hvor m betegner en Molekyls Masse, r dens Afstand fra Punktet $(x, y, z) = \sqrt{(x^2+y^2+z^2)}$, $f(r) = \frac{f(r)}{r}$ og $f(r)$ den Kraft, som 2 Molekyler udöve paa hinanden i Afstanden r. Man har nemlig da:

$$((135))\qquad \begin{aligned} &\mathfrak{L} = \mathfrak{G} + d_u^2\mathfrak{H}, \quad \mathfrak{M} = \mathfrak{G} + d_v^2\mathfrak{H}, \quad \mathfrak{N} = \mathfrak{G} + d_w^2\mathfrak{H}\\ &\mathfrak{P} = d_v d_w\mathfrak{H}, \quad \mathfrak{Q} = d_u d_w\mathfrak{H}, \quad \mathfrak{R} = d_u d_v\mathfrak{H}.\end{aligned}$$

Er nu det System af Molekyler, som vi betragte, isophant, det er, saaledes beskaffent, at Lyset forplantes i alle Retninger efter de samme Love, hvilket er Tilfældet med Etheren i Himmelrummet, saa maa Ligningerne ((14)) blive uforandrede, naar Axesystemet dreies paa en hvilkensomhelst Maade om Koordinaternes Begyndelsespunkt. De karakteristiske Funktioner L, M, N, P, Q, R og fölgelig ogsaa Funktionerne $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$, $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{Q}$, $\mathfrak{R}$ maa da ikke forandre deres Form, naar Axesystemet dreies. Men nu er ifölge Ligningerne ((135)):

$$(178)\qquad \begin{aligned} d_u\mathfrak{G} &= d_u\mathfrak{M} - d_v\mathfrak{R} = d_u\mathfrak{N} - d_w\mathfrak{Q},\\ d_v\mathfrak{G} &= d_v\mathfrak{L} - d_u\mathfrak{R} = d_v\mathfrak{N} - d_w\mathfrak{P},\\ d_w\mathfrak{G} &= d_w\mathfrak{L} - d_u\mathfrak{Q} = d_w\mathfrak{M} - d_v\mathfrak{P}. \end{aligned}$$

Da nu Funktionerne $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$, $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{Q}$, $\mathfrak{R}$ ikke maa forandre deres Form, naar Axesystemet dreies i hvilkensomhelst Retning om Koordinaternes Begyndelsespunkt, saa maa ogsaa $d_u\mathfrak{G}$, $d_v\mathfrak{G}$, $d_w\mathfrak{G}$ og fölgelig ogsaa det totale Differential af $\mathfrak{G}$ blive uforandret, hvoraf igjen fölger, at $\mathfrak{G}$, da den, naar u, v, w sættes liig Nul, bliver uafhængig af x, y, z, ogsaa maa have en uforanderlig Form. Ifölge Ligningerne ((134)) maa da endvidere: $d_u^2\mathfrak{H}$, $d_v^2\mathfrak{H}$, $d_w^2\mathfrak{H}$, $d_u d_v\mathfrak{H}$, $d_v d_w\mathfrak{H}$, $d_u d_w\mathfrak{H}$ og fölgelig det totale andet Differential af $\mathfrak{H}$ blive uforandret, og, da $\mathfrak{H}$ og $d\mathfrak{H}$ blive uafhængige af x, y, z, naar u, v, w sættes liig Nul, maa fölgelig ogsaa $\mathfrak{H}$ have en uforanderlig Form. For at Funktionerne $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$, $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{Q}$, $\mathfrak{R}$ kunne have en uforanderlig Form, er det fölgelig nödvendigt og tilstrækkeligt, at $\mathfrak{G}$ og $\mathfrak{H}$ have en uforanderlig Form. De karakteristiske Funktioner, hvori $\mathfrak{G}$ og $\mathfrak{H}$ forvandles, naar man istedetfor u, v, w sætter Tegnene d_x, d_y, d_z, maa altsaa ikke forandre deres Form, naar Koordinatsystemet dreies i en hvilkensomhelst Retning om Koordinaternes Begyndelsespunkt. Men da er det nödvendigt og tilstrækkeligt, at disse karakteristiske Funktioner ere hele Funktioner af $d_x^2 + d_y^2 + d_z^2$ (Cauchy Ex. d'An. et de Ph. Math. Tome 1 pag. 114), eller $\mathfrak{G}$ og $\mathfrak{H}$ maa være hele Funktioner af $u^2+v^2+w^2$. Sætter man nu:

$$u^2+v^2+w^2 = \varkappa^2,$$

$$(179)\qquad \mathfrak{E} = \mathfrak{G} + \frac{1}{\varkappa} d_\varkappa \mathfrak{H},\quad \mathfrak{F} = \frac{1}{\varkappa} d_\varkappa \left(\frac{1}{\varkappa} d_\varkappa \mathfrak{H}\right)$$

og betegner ved E og F de tilsvarende karakteristiske Funktioner af $d_x^2 + d_y^2 + d_z^2$, som man erholder, naar

man i Funktionerne $\mathfrak{E}$ og $\mathfrak{F}$ istedetfor Störrelserne u, v, w sætter Tegnene d_x, d_y, d_z, saa kunne Ligningerne ((14)) sættes under fölgende Form:

$$
\begin{aligned}
&(E - d_t^2)\,\xi + F\,d_x\,(d_x \xi + d_y \eta + d_z \zeta) = o,\\
(180)\quad &(E - d_t^2)\,\eta + F\,d_y\,(d_x \xi + d_y \eta + d_z \zeta) = o,\\
&(E - d_t^2)\,\zeta + F\,d_z\,(d_x \xi + d_y \eta + d_z \zeta) = o.
\end{aligned}
$$

Störrelsen $d_x \xi + d_y \eta + d_z \xi$ betegner Udvidelsen eller Condensationen af det givne System af Molekyler. Betegnes denne med D, saa er:

(181) $$D = d_x \xi + d_y \eta + d_z \zeta.$$

Differentieres den förste af Ligningerne (180) med Hensyn til x, den anden med Hensyn til y, den tredie med Hensyn til z, og adderes, saa erholder man Differentialligningen:

(182) $$\left(E - d_t^2 + F\,(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)\right) D = o.$$

Endvidere erholdes af (180) Ligningerne:

$$
\begin{aligned}
&(E - d_t^2)\,(d_z \eta - d_y \zeta) = o,\\
(183)\quad &(E - d_t^2)\,(d_x \zeta - d_z \xi) = o,\\
&(E - d_t^2)\,(d_y \xi - d_x \eta) = o.
\end{aligned}
$$

§ 2.

Almindelige Integraler af Differentialligningerne for de uendelig smaa Bevægelser i eet isophant System af Molekyler.

Eliminerer man ξ, η, ζ mellem Ligningerne (180), saa finder man disse Ligningers karakteristiske Determinante at være:

(184) $$\nabla' = \nabla'.\nabla'' = o,$$

hvor:

(185) $$\nabla' = d_t^2 - E,$$

(186) $$\nabla'' = d_t^2 - E - F\,(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2).$$

Betegner man nu ved $\varphi(x, y, z)$, $\chi(x, y, z)$, $\psi(x, y, z)$ Begyndelsesværdierne af Forrykningerne og ved $\Psi(x, y, z)$, $X(x, y, z)$, $\Phi(x, y, z)$ Begyndelsesværdierne af Hurtighederne langs de tre Koordinataxer, saa at fölgelig, naar $t = o$:

$$\text{((27))}\quad \begin{aligned} &\xi = \varphi(x, y, z), \quad \eta = \chi(x, y, z), \quad \zeta = \psi(x, y, z), \\ &d_t\xi = \Phi(x, y, z), d_t\eta = X(x, y, z), d_t\zeta = \Psi(x, y, z), \end{aligned}$$

og betegner man endvidere ved φ, χ, ψ, Φ, X, Ψ de Værdier af den til den karakteristiske Ligning (184): $\nabla = o$, hörende principale Funktion ω, som fremkommer, naar man istedetfor $\omega(x, y, z)$ successive sætter Funktionerne ((27)), saa maa man, ifölge den i Doves Rep. 5te Bind pag. 99 anförte Sætning af Læren om Differentialligningernes Integration, for at integrere Ligningerne (180), i samme paa höire Side af Lighedstegnet istedetfor Nul sætte Udtrykkene: $-\nabla(\Phi + d_t\varphi)$, $-\nabla(X + d_t\chi)$, $-\nabla(\Psi + d_t\psi)$, og derpaa oplöse Ligningerne med Hensyn til ξ, η, ζ, som om Tegnene d_x, d_y, d_z vare virkelige Störrelser. Sætter man nu for Kortheds Skyld:

$$\text{(186)}\quad \Pi = d_x(\Phi + d_t\varphi) + d_y(X + d_t\chi) + d_z(\Psi + d_t\psi),$$

saa erholder man paa denne Maade:

$$\text{(187)}\quad \begin{aligned} \xi &= \nabla''(\Phi + d_t\varphi) + F\, d_x \Pi, \\ \eta &= \nabla''(X + d_t\chi) + F\, d_y \Pi, \\ \zeta &= \nabla''(\Psi + d_t\psi) + F\, d_z \Pi. \end{aligned}$$

Betegner man ved ω_1 og ω_2 de principale Funktioner, som respective svare til de karakteristiske Differentialligninger:

$$\nabla' = o, \quad \nabla'' = o,$$

saa har man:

$$\text{(188)}\quad \nabla'\omega = \omega_2, \quad \nabla''\omega = \omega_1.$$

Betegner man nu ved $\varphi_1, \varphi_2, \Phi_1, \Phi_2$ de Værdier af

ω_1 og ω_2, som man erholder, naar man istedetfor $\omega(x,y,z)$ successive sætter Funktionerne ((27)), saa kunne fölgelig Ligningerne (187) ogsaa sættes under fölgende Form:

$$\begin{aligned}\xi &= \Phi_1 + d_t\varphi_1 + F\,d_x\Pi,\\ \eta &= X_1 + d_t\chi_1 + F\,d_y\Pi,\\ \zeta &= \Psi_1 + d_t\psi_1 + F\,d_z\Pi.\end{aligned} \tag{189}$$

For at finde Udvidelsen D i Punktet (x, y, z) behöver man kun at integrere Differentialligningen (182). Betegner man ved $d(x, y, z)$ Begyndelsesværdien af $d_t D$ og sætter Begyndelsesværdien af D liig Nul, saa bliver D liig den principale Funktion, som svarer til den karakteristiske Ligning $\nabla'' = 0$ og til Begyndelsesværdien $d(x, y, z)$. Substituerer man den fundne Værdie af D i Ligningen (180), saa erholder man:

$$\begin{aligned}\nabla'\xi &= F d_x D,\\ \nabla'\eta &= F d_y D,\\ \nabla'\zeta &= F d_z D.\end{aligned} \tag{190}$$

For at integrere disse partielle Differentialligninger kan man benytte en af Cauchy i Ex. d'An. et de Ph. Math. Tome 1 pag. 89 udviklet Regel. Man betegne da ved $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ de Störrelser, som fremkomme, naar man i Udtrykkene $F d_x D$, $F d_y D$, $F d_z D$ sætter τ for t, og söge dernæst de principale Funktioner, der svare til den karakteristiske Ligning: $\nabla' = 0$, og til Begyndelsesværdierne $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$. Sætter man i disse $t-\tau$ for τ og betegner de herved fremkomne Störrelser med Ξ, H, Z, saa bliver:

$$\begin{aligned}\xi &= \Phi_1 + d_t\varphi_1 + \textstyle\int_0^t \Xi\, d\tau,\\ \eta &= X_1 + d_t\chi_1 + \textstyle\int_0^t H\, d\tau,\\ \zeta &= \Psi_1 + d_t\psi_1 + \textstyle\int_0^t Z\, d\tau.\end{aligned} \tag{191}$$

Antager man, at Systemets Udvidelse D er liig Nul,

saaledes som vi senere skulle see netop er Tilfælde med de Vibrationer, vi antage frembringe Fornemmelsen af Lys, saa bliver:

(192) $$\begin{aligned} \xi &= \Phi_1 + d_t\, \varphi_1, \\ \eta &= X_1 + d_t\, \chi_1, \\ \zeta &= \Psi_1 + d_t\, \psi_1. \end{aligned}$$

§ 3.

Partikulære Integraler, som fremstille de enkelte Bevægelser i eet isophant System af Molekyler.

De partikulære Integraler af Differentialligningerne (180), som fremstille de enkelte Bevægelser i eet isophant System af Molekyler, ere:

((133)) $$\begin{aligned} \xi &= A e^{ux + vy + wz - st}, \\ \eta &= B e^{ux + vy + wz - st}, \\ \zeta &= C e^{ux + vy + wz - st}, \end{aligned}$$

hvor s er bestemt ved en af Ligningerne:

(193) $$S' = s^2 - \mathfrak{E} = o,$$

eller:

(194) $$S'' = s^2 - \mathfrak{E} - \mathfrak{F}(u^2 + v^2 + w^2) = o,$$

og $\frac{B}{A}$, $\frac{C}{A}$ ved Ligningerne:

(195) $$\begin{aligned} (s^2 - \mathfrak{E})\, A &= \mathfrak{F}u\, (uA + vB + wC), \\ (s^2 - \mathfrak{E})\, A &= \mathfrak{F}v\, (uA + vB + wC), \\ (s^2 - \mathfrak{E})\, A &= \mathfrak{F}w (uA + vB + wC). \end{aligned}$$

Antager man, at s var bestemt ved Ligningen (193), saa give Ligningerne (195):

(196) $$uA + vB + wC = o;$$

er s derimod bestemt ved Ligningen (194), saa give Ligningerne 195

(197) $$\frac{A}{u} = \frac{B}{v} = \frac{C}{w}.$$

Værdierne af u, v, w, A, B, C, kunne være reelle eller imaginære. Sætte vi i Almindelighed:

$$u = U + u\sqrt{-1}, \quad v = V + v\sqrt{-1},$$

((153)) $$w = W + w\sqrt{-1}, s = S + s\sqrt{-1},$$

$$A = ae^{\lambda\sqrt{-1}}, \quad B = be^{\mu\sqrt{-1}}, \quad C = ce^{\nu\sqrt{-1}},$$

og for Kortheds Skyld:

((169)) $$u^2 + v^2 + w^2 = k^2,$$

((154)) $$\rho = ux + vy + wz, \; P = Ux + Vy + Wz,$$

(198) $$r = \frac{\rho}{k},$$

saa blive de reelle Dele af de ved Ligningerne ((133)) bestemte Hovedvariable, hvilke fremdeles ville fyldestgjöre Differentialligningerne (180), fölgende:

((155)) $$\xi = ae^{P - St}\cos(kr - st + \lambda),$$
$$\eta = be^{P - St}\cos(kr - st + \mu),$$
$$\zeta = ce^{P - St}\cos(kr - st + \nu).$$

Er det System af Molekyler, som man betragter, aldeles diaphant, saa at ingen Absorption finder Sted, hvilket er Tilfældet ved Etheren i Himmelrummet, saa maa man antage:

$$P - St = o,$$

og fölgelig:

(199) $$U = o, \; V = o, \; W = o, \; S = o,$$
$$u = u\sqrt{-1}, \; v = v\sqrt{-1}, \; w = w\sqrt{-1}, \; s = s\sqrt{-1}.$$

Man erholder da:

(200) $$\xi = a\cos(kr - st + \lambda),$$
$$\eta = b\cos(kr - st + \mu),$$
$$\zeta = c\cos(kr - st + \nu).$$

Bölgernes Forplantelseshurtighed bliver:

((171)) $$\Omega = \frac{s}{k}.$$

Störrelsen s er enten bestemt ved Ligningen:

(201) $$s^2 + \mathfrak{C} = o,$$

og da er:

(202) $$u\xi + v\eta + w\zeta = o,$$

det er, Forrykningerne finde Sted i et Plan, der er parallelt med det ved Ligningen ((167)) bestemte Plan; eller ogsaa er s bestemt ved Ligningen:

(203) $$s^2 + \mathfrak{C} - \mathfrak{F}k^2 = o,$$

og da er:

(204) $$\frac{\xi}{u} = \frac{\eta}{v} = \frac{\zeta}{w},$$

det er, Forrykningerne finde Sted lodret paa Bölgeplanet. Ligningen (201) bestemmer fölgelig Forplantelseshurtigheden af de transversale Vibrationer, Ligningen (203) af de longitudinale.

De Lysphænomener, der fölge af Lysets saakaldte Polarisation, nöde os til at antage, at kun de transversale Svingninger frembringe Fornemmelsen af Lys. Hurtigheden Ω, hvormed Lyset forplanter sig i Himmelrummet, bestemmes fölgelig ved Ligningen:

(205) $$\Omega^2 = -\frac{\mathfrak{C}}{k^2}$$

§ 4.

Ligninger for de uendelig smaa Bevægelser i to isophane System af Molekyler.

Naar man betragter to Systemer af Molekyler, som gjensidig gjennemtrænge hinanden, saa har man fölgende 6 Ligninger:

$$(L - d_t^2)\,\xi + R\eta + Q\zeta + L_{,}\xi' + R_{,}\eta' + Q_{,}\zeta' = o,$$

$$R\xi + (M - d_t^2)\,\eta + P\zeta + R_{,}\xi' + M_{,}\eta' + P_{,}\zeta' = o,$$

$$Q\xi + P\eta + (N - d_t^2)\,\zeta + Q_{,}\xi' + P_{,}\eta' + N_{,}\zeta' = o,$$

$$((21))\quad {}_{,}L\xi + {}_{,}R\eta + {}_{,}Q\zeta + (L_{,,} - d_t^2)\,\xi' + R_{,,}\eta' + Q_{,,}\zeta' = o,$$
$${}_{,}R\xi + {}_{,}M\eta + {}_{,}P\zeta + R_{,,}\xi' + (M_{,,} - d_t^2)\,\eta' + P_{,,}\zeta' = o,$$
$${}_{,}Q\xi + {}_{,}P\eta + {}_{,}N\zeta + Q_{,,}\xi' + P_{,,}\eta' + (N_{,,} - d_t^2)\,\zeta' = o,$$

hvor ξ, η, ζ betegne Forrykningerne langs de tre Koordinataxer af et Punkt (x, y, z) tilhörende det förste System af Molekyler, som vi ville antage at være Etherens, og ξ', η', ζ' Forrykningerne af det samme Punkt (x, y, z) tilhörende det andet System af Molekyler, der da ere Legemets Molekyler. $L, M, \ldots L_{,}, M_{,}, \ldots$ ere karakteristiske Funktioner af Differentialtegnene d_x, d_y, d_z; sætter man i disse istedetfor Tegnene d_x, d_y, d_z, Störrelserne u, v, w og betegner ved $\mathfrak{L}, \mathfrak{M}, \ldots \mathfrak{L}_{,}, \mathfrak{M}_{,}, \ldots$ de derved fremkomne Funktioner af u, v, w, saa kunne disse udtrykkes ved Hjælp af fölgende nye Funktioner:

$$\mathfrak{G} = S\left\{mf(r)\left(e^{ux+vy+wz} - 1\right)\right\} - S\left\{m'f_{,}(r)\right\},$$
$$\mathfrak{H} = S\left\{\frac{m}{r}d_r f(r)\left(e^{ux+vy+wz} - 1 - (ux+vy+wz) - \frac{(ux+vy+wz)^2}{2}\right)\right\} - S\left\{\frac{m'}{r}d_r f_{,}(r)\frac{(ux+vy+wz)^2}{2}\right\},$$
$$\mathfrak{G}_{,} = S\left\{m' f_{,}(r)\, e^{ux+vy+wz}\right\},$$
$$\mathfrak{H}_{,} = S\left\{\frac{m'}{r}d_r f_{,}(r)\left(e^{ux+vy+wz} - 1 - (ux+vy+wz)\right)\right\},$$
$$((143))\quad {}_{,}\mathfrak{G} = S\left\{m f_{,}(r)\, e^{ux+vy+wz}\right\},$$
$${}_{,}\mathfrak{H} = S\left[\frac{m}{r}d_r f_{,}(r)\left(e^{ux+vy+wz} - 1 - (ux+vy+wz)\right)\right],$$
$$\mathfrak{G}_{,,} = S\left[m' f_{,,}(r)\left(e^{ux+vy+wz} - 1\right)\right] - S\left[m f_{,}(r)\right],$$
$$\mathfrak{H}_{,,} = S\left[\frac{m'}{r}dr\, f_{,,}(r)\left(e^{ux+vy+wz} - 1 - (ux+vy+wz) - \frac{(ux+vy+wz)^2}{2}\right)\right] - S\left[\frac{m}{r}d_r f_{,}(r)\frac{(ux+vy+wz)^2}{2}\right],$$

hvor m betegner Massen af en Molekyl af det förste

System, m′ af en af det andet System, $r=\sqrt{(x^2+y^2+z^2)}$ er Afstanden til denne Molekyl fra Punktet (x, y, z), $\mathfrak{f}(r)=\frac{f(r)}{r}$, $\mathfrak{f}_{,}(r)=\frac{f_{,}(r)}{r}$, $\mathfrak{f}_{,,}(r)=\frac{f_{,,}(r)}{r}$; $f(r)$ er den Kraft, hvormed en Ethermolekyl virker i Afstanden r paa en anden Ethermolekyl, $f_{,}(r)$ er den Kraft, hvormed en Ethermolekyl virker i Afstanden r paa en af Legemets Molekyler, og $f_{,,}(r)$ er den Kraft, hvormed en af Legemets Molekyler virker i Afstanden r paa en anden af Legemets Molekyler.

Man har da:

$$
\begin{aligned}
&\mathfrak{L}=\mathfrak{G}+d_u^2\mathfrak{H},\ \mathfrak{M}=\mathfrak{G}+d_v^2\mathfrak{H},\ \mathfrak{N}=\mathfrak{G}+d_w^2\mathfrak{H},\\
&\mathfrak{P}=d_v\,d_w\,\mathfrak{H}\ ,\ \mathfrak{Q}=d_u\,d_w\,\mathfrak{H}\ ,\ \mathfrak{R}=d_u\,d_v\,\mathfrak{H}\ ,\\
&\mathfrak{L}_{,}=\mathfrak{G}_{,}+d_u^2\mathfrak{H}_{,},\ \mathfrak{M}_{,}=\mathfrak{G}_{,}+d_v^2\mathfrak{H}_{,},\ \mathfrak{N}_{,}=\mathfrak{G}_{,}+d_w^2\mathfrak{H}_{,},\\
&\mathfrak{P}_{,}=d_v\,d_w\,\mathfrak{H}_{,}\ ,\ \mathfrak{Q}_{,}=d_u\,d_w\,\mathfrak{H}_{,},\ \mathfrak{R}_{,}=d_u\,d_v\,\mathfrak{H}_{,}\ ,\\
((144))\quad &{}_{,}\mathfrak{L}={}_{,}\mathfrak{G}+d_u^2{}_{,}\mathfrak{H},\ {}_{,}\mathfrak{M}={}_{,}\mathfrak{G}+d_v^2{}_{,}\mathfrak{H},\ {}_{,}\mathfrak{N}={}_{,}\mathfrak{G}+d_w^2{}_{,}\mathfrak{H},\\
&{}_{,}\mathfrak{P}=d_v\,d_w\,{}_{,}\mathfrak{H}\ ,\ {}_{,}\mathfrak{Q}=d_u\,d_w\,{}_{,}\mathfrak{H},\ {}_{,}\mathfrak{R}=d_u\,d_v\,{}_{,}\mathfrak{H}\ ,\\
&\mathfrak{L}_{,,}=\mathfrak{G}_{,,}+d_u^2\mathfrak{H}_{,,},\ \mathfrak{M}_{,,}=\mathfrak{G}_{,,}+d_v^2\mathfrak{H}_{,,},\ \mathfrak{N}_{,,}=\mathfrak{G}_{,,}+d_w^2\mathfrak{H}_{,,},\\
&\mathfrak{P}_{,,}=d_v\,d_w\,\mathfrak{H}_{,,}\ ,\ \mathfrak{Q}_{,,}=d_u\,d_w\,\mathfrak{H}_{,,},\ \mathfrak{R}_{,,}=d_u\,d_v\,\mathfrak{H}_{,,}\ .
\end{aligned}
$$

Ved isophane Legemer maa Ligningerne ((21)) ikke forandre deres Form, naar Axesystemet dreies paa en hvilkensomhelst Maade om Koordinaternes Begyndelsespunkt. De karakteristiske Funktioner L, M, . . . $L_{,}$, $M_{,}$, . . . og fölgelig ogsaa $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, . . . $\mathfrak{L}_{,}$, $\mathfrak{M}_{,}$, . . . maa altsaa da heller ikke forandre Form. Men nu er ifölge Ligningerne ((134)):

$$
\begin{aligned}
&d_u\,\mathfrak{G}=d_u\,\mathfrak{M}-d_v\,\mathfrak{R}=d_u\,\mathfrak{N}-d_w\,\mathfrak{Q},\\
&d_v\,\mathfrak{G}=d_v\,\mathfrak{L}-d_u\,\mathfrak{R}=d_v\,\mathfrak{N}-d_w\,\mathfrak{P},\\
&d_w\,\mathfrak{G}=d_w\,\mathfrak{L}-d_u\,\mathfrak{Q}=d_w\,\mathfrak{M}-d_v\,\mathfrak{P},\\
&d_u\,\mathfrak{G}_{,}=d_u\,\mathfrak{M}_{,}-d_v\,\mathfrak{R}_{,}=d_u\,\mathfrak{N}_{,}-d_w\,\mathfrak{Q}_{,},\\
(206)\quad &d_v\,\mathfrak{G}_{,}=d_v\,\mathfrak{L}_{,}-d_u\,\mathfrak{R}_{,}=d_v\,\mathfrak{N}_{,}-d_w\,\mathfrak{P}_{,},\\
&d_w\,\mathfrak{G}_{,}=d_w\,\mathfrak{L}_{,}-d_u\,\mathfrak{Q}_{,}=d_w\,\mathfrak{M}_{,}-d_v\,\mathfrak{P}_{,},
\end{aligned}
$$

$$d_u\,{}_{,}\mathfrak{S}=d_u\,{}_{,}\mathfrak{M}-d_v\,{}_{,}\mathfrak{K}=d_u\,{}_{,}\mathfrak{N}-d_w\,{}_{,}\mathfrak{Q},$$
$$d_u\,\mathfrak{S}_{,,}=d_u\,\mathfrak{M}_{,,}-d_v\,\mathfrak{N}_{,,}=d_u\,\mathfrak{N}_{,,}-d_w\,\mathfrak{Q}_{,,},$$

. . . .

Da nu $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, ... $\mathfrak{L}_{,}$, $\mathfrak{M}_{,}$, ... ikke forandre deres Form, naar Axesystemet dreies paa en hvilkensomhelst Maade om Koordinaternes Begyndelsespunkt, saa ville $d_u\,\mathfrak{S}$, $d_v\,\mathfrak{S}$, $d_w\,\mathfrak{S}$, $d_u\,\mathfrak{S}_{,}$, $d_v\,\mathfrak{S}_{,}$, ... og fölgelig ogsaa de totale Differentialer af $\mathfrak{S}$, $\mathfrak{S}_{,}$, ${}_{,}\mathfrak{S}$, $\mathfrak{S}_{,,}$ blive uforandrede, og, da disse Störrelser blive uafhængige af x, y, z, naar man i dem sætter u, v, w, liig Nul, kan man deraf slutte, at ogsaa $\mathfrak{S}$, $\mathfrak{S}_{,}$, ${}_{,}\mathfrak{S}$, $\mathfrak{S}_{,,}$ have en af Axesystemets Stilling uafhængig Form. Men da maa endvidere ifölge Ligningerne ((144)) $d_u^2\mathfrak{H}$, $d_v^2\mathfrak{H}$, $d_w^2\mathfrak{H}$, $d_u\,d_v\,\mathfrak{H}$, $d_u\,d_w\,\mathfrak{H}$, $d_v d_w\,\mathfrak{H}$, $d_u^2\mathfrak{H}_{,}$, $d_v^2\mathfrak{H}_{,}$, ... og fölgelig de totale Differentialer af anden Orden af $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_{,}$, ${}_{,}\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_{,,}$ blive uforandrede, og, da $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_{,}$, ${}_{,}\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_{,,}$ $d\mathfrak{H}$, $d\mathfrak{H}_{,}$ $d_{,}\mathfrak{H}$, $d\mathfrak{H}_{,,}$ blive uafhængige af x, y, z, naar man sætter u, v, w, liig Nul, saa maa fölgelig ogsaa $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_{,}$, ${}_{,}\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_{,,}$ have en uforanderlig Form. For at altsaa $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, ... $\mathfrak{L}_{,}$, $\mathfrak{M}_{,}$ . . . . skulle have en af Axesystemets Stilling uafhængig Form, er det nödvendigt og tilstrækkeligt, at $\mathfrak{S}$, $\mathfrak{S}_{,}$, ${}_{,}\mathfrak{S}$, $\mathfrak{S}_{,,}$, $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_{,}$, ${}_{,}\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_{,,}$ have en uforanderlig Form. De karakteristiske Funktioner, hvori disse Störrelser forvandles, naar man istedetfor Störrelserne u, v, w, sætter Tegnene d_x, d_y, d_z, maa fölgelig være af en uforanderlig Form, naar Ligningerne ((21)) skulle forblive uforandrede i hvilkenbomhelst Stilling end Axesystemet dreies om Koordinaternes Begyndelsespunkt. Men da er det nödvendigt og tilstrækkeligt at disse karakteristiske Funktioner ere hele Funktioner af $d_x^2+d_y^2+d_z^2$, og $\mathfrak{S}$, $\mathfrak{S}_{,}$, ${}_{,}\mathfrak{S}$, $\mathfrak{S}_{,,}$, $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_{,}$, ${}_{,}\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_{,,}$ maa fölgelig være hele Funktioner af $u^2+v^2+w^2$. Sætter man nu, som för:

$$u^2 + v^2 + w^2 = \varkappa^2,$$

og endvidere:

$$(207)\quad \begin{aligned}
\mathfrak{E} &= \mathfrak{G} + \frac{1}{\varkappa} d_\varkappa \mathfrak{H}, & \mathfrak{F} &= \frac{1}{\varkappa} d_\varkappa \left(\frac{1}{\varkappa} d_\varkappa \mathfrak{H}\right),\\
\mathfrak{E}_{,} &= \mathfrak{G}_{,} + \frac{1}{\varkappa} d_\varkappa \mathfrak{H}_{,}, & \mathfrak{F}_{,} &= \frac{1}{\varkappa} d_\varkappa \left(\frac{1}{\varkappa} d_\varkappa \mathfrak{H}_{,}\right),\\
{}_{,}\mathfrak{E} &= {}_{,}\mathfrak{G} + \frac{1}{\varkappa} d_\varkappa {}_{,}\mathfrak{H}, & {}_{,}\mathfrak{F} &= \frac{1}{\varkappa} d_\varkappa \left(\frac{1}{\varkappa} d_\varkappa {}_{,}\mathfrak{H}\right),\\
\mathfrak{E}_{,,} &= \mathfrak{G}_{,,} + \frac{1}{\varkappa} d_\varkappa \mathfrak{H}_{,,}, & \mathfrak{F}_{,,} &= \frac{1}{\varkappa} d_\varkappa \left(\frac{1}{\varkappa} d_\varkappa \mathfrak{H}_{,,}\right),
\end{aligned}$$

og betegner ved E, $E_{,}$, ${}_{,}E$, $E_{,,}$, F, $F_{,}$, ${}_{,}F$, $F_{,,}$, de tilsvarende karakteristiske Funktioner af $d_x^2 + d_y^2 + d_z^2$, som man erholder ved i hine Funktioner at sætte Tegnene d_x, d_y, d_z, istedetfor Störrelserne u, v, w, saa kunne Ligningerne ((21)) sættes under fölgende Form:

$$(208)\quad \begin{aligned}
&\left(E - d_t^2\right)\xi + F d_x\left(d_x \xi + d_y \eta + d_z \zeta\right) +\\
&+ E_{,}\xi' + F_{,} d_x\left(d_x\xi' + d_y\eta + d_z\zeta'\right) = o,\\
&\left(E - d_t^2\right)\eta + F d_y\left(d_x \xi + d_y \eta + d_z \zeta\right) +\\
&+ E_{,}\eta' + F_{,} d_y\left(d_x\xi' + d_y\eta' + d_z\zeta'\right) = o,\\
&\left(E_{,} - d_t^2\right)\zeta + F d_z\left(d_x \xi + d_y \eta + d_z \zeta\right) +\\
&+ E_{,}\zeta' + F_{,} d_z\left(d_x\xi' + d_y\eta' + d_z\zeta'\right) = o,\\
&{}_{,}E\xi + {}_{,}F d_x\left(d_x \xi + d_y \eta + d_z \zeta\right) + \left(E_{,,} - d_t\right)\xi' +\\
&+ F_{,,} d_x\left(d_x\xi' + d_y\eta' + d_z\zeta'\right) = o,\\
&{}_{,}E\eta + {}_{,}F d_y\left(d_x \xi + d_y \eta + d_z \zeta\right) + \left(E_{,,} - d_t\right)\eta' +\\
&+ F_{,,} d_y\left(d_x\xi' + d_y\eta' + d_z\zeta'\right) = o,\\
&{}_{,}E\xi + {}_{,}F d_z\left(d_x \xi + d_y \eta + d_z \zeta\right) + \left(E_{,,} - d_t^2\right)\zeta' +\\
&+ F_{,,} d_z\left(d_x\xi' + d_y\eta + d_z\zeta'\right) = o.
\end{aligned}$$

Störrelserne $d_x\xi + d_y\eta + d_z\zeta$ og $d_x\xi' + d_y\eta' + d_z\zeta'$ betegne Udvidelsen eller Condensationen af det för-

ste og det andet Systems Volumen. Vi ville betegne denne ved D og D', saa at:

$$
(209) \qquad \begin{aligned} d_x \xi + d_y \eta + d_z \zeta &= D, \\ d_x \xi' + d_y \eta' + d_z \zeta' &= D'. \end{aligned}
$$

Differentierer man den 1ste og 4de af Ligningerne (208) med Hensyn til x, den 2den og 5te med Hensyn til y, den 3die og 6te med Hensyn til z, og adderer de tre förste sammen, og de tre sidste sammen, saa erholder man:

$$
(210) \qquad \begin{aligned} &\left[E - d_t^2 + F(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)\right] D + \\ &+ \left[E_{\prime} + F_{\prime}(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)\right] D' = o, \\ &\left[{}_{\prime}E + {}_{\prime}F(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)\right] D + \\ &+ \left[E_{\prime\prime} - d_t^2 + F_{\prime\prime}(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)\right] D' = o \end{aligned}
$$

Ligesaa finder man ogsaa:

$$
(211) \qquad \begin{aligned} (E - d_t^2)(d_y \xi - d_x \eta) + E_{\prime}(d_y \xi' - d_x \eta') &= o, \\ {}_{\prime}E(d_y \xi - d_x \eta) + (E_{\prime\prime} - d_t^2)(d_y \xi' - d_x \eta') &= o, \\ (E - d_t^2)(d_z \xi - d_x \zeta) + E_{\prime}(d_z \xi' - d_x \zeta') &= o, \\ {}_{\prime}E(d_z \xi - d_x \zeta) + (E_{\prime\prime} - d_t^2)(d_z \xi' - d_x \zeta') &= o, \\ (E - d_t^2)(d_z \eta - d_y \zeta) + E_{\prime}(d_z \eta' - d_y \zeta') &= o, \\ {}_{\prime}E(d_z \eta - d_y \zeta) + (E_{\prime\prime} - d_t^2)(d_z \eta' - d_y \zeta') &= o. \end{aligned}
$$

§ 5.

Almindelige Integraler af Differentialligningerne for de uendelig smaa Bevægelser i to isophane Systemer af Molekyler.

Eliminerer man ξ, η, ζ, ξ', η', ζ', mellem Ligningerne (208), saa erholder man den karakteristiske Ligning:

$$
(212) \qquad \nabla = \nabla' \nabla'' = o,
$$

hvor Værdierne af ∇' og ∇'' ere:

$$(213)\quad \nabla' = \left(d_t^2 - E\right)\left(d_t^2 - E_{,,}\right) - E_{,},E,$$

$$\nabla'' = \left(d_t^2 - E - F(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)\right)\left(d_t^2 - E_{,,} - F_{,,}(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)\right)$$
$$-\left(E_{,} + F_{,}(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)\right)\left({,E} + {,F}(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)\right).$$

For nu at finde de fuldstændige Integraler af Ligningerne (208) maa man i disse paa höire Side af Lighedstegnet istedetfor Nul sætte: $-\nabla(\Phi + d_t\varphi)$, $-\nabla(X + d_t\chi)$, $-\nabla(\Psi + d_t^2\psi)$, $-\nabla(\Phi' + d_t\varphi')$, $-\nabla(X' + d_t\chi')$, $-\nabla(\Phi' + d_t\psi')$, og derpaa oplöse Ligningerne med Hensyn til ξ, η, ζ, ξ', η', ζ' som om d_x, d_y, d_z, vare virkelige Störrelser. Ved φ, χ, ψ, φ', χ', ψ', Φ, X, Ψ, Φ', X', Ψ', betegnes da her Værdierne af den, den karakteristiske Ligning (212) tilsvarende, principale Funktion ω, som fremkomme, naar man i samme istedetfor $\omega(x, y, z)$ successive sætter Funktionerne ((32)). Sætter man for Korthеds Skyld:

$$\Pi = \left[d_x(\Phi' + d_t\varphi') + d_y(X' + d_t\chi') + d_z(\Psi' + d_t\psi')\right]$$
$$\left[E_{,} + F_{,}(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)\right] +$$
$$+ \left[d_x(\Phi + d_t\varphi) + d_y(X + d_t\chi) + d_z(\Psi + d_t\psi)\right]$$
$$\left[d_t^2 - E_{,,} - F_{,,}(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)\right],$$

$$(214)\quad \Pi' = \left[d_x(\Phi + d_t\varphi) + d_y(X + d_t\chi) + d_z(\Psi + d_t\psi)\right]$$
$$\left[d_t^2 - E - F(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)\right] +$$
$$+ \left[d_x(\Phi' + d_t\varphi') + d_y(X' + d_t\chi') + d_z(\Psi' + d_t\psi)\right]$$
$$\left[{,E} + {,F}(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2)\right].$$

$$(215)\quad \begin{array}{l} K = F(d_t^2 - E_{,,}) + {,F}E_{,}, \quad K_{,} = F_{,}(d_t^2 - E_{,,}) + F_{,,}E_{,}, \\ {,K} = {,F}(d_t^2 - E) + {,E}F, \quad K_{,,} = F_{,,}(d_t^2 - E) + {,E}F_{,,} \end{array}$$

saa finder man paa denne Maade:

(216)
$$
\begin{aligned}
\xi &= \nabla'' E_{,}\left(\Phi' + d_t \varphi'\right) + \nabla''\left(d_t^2 - E_{,,}\right)\left(\Phi + d_t \varphi\right) + \\
&\quad + K d_x \Pi + K_{,} d_x \Pi', \\
\eta &= \nabla'' E_{,}\left(X' + d_t \chi'\right) + \nabla''\left(d_t^2 - E_{,,}\right)\left(X + d_t \chi\right) + \\
&\quad + K d_y \Pi + K_{,} d_y \Pi', \\
\zeta &= \nabla'' E_{,}\left(\Psi' + d_t \psi'\right) + \nabla''\left(d_t^2 - E_{,,}\right)\left(\Psi + d_t \psi\right) + \\
&\quad + K d_z \Pi + K_{,} d_z \Pi', \\
\xi' &= \nabla''\left(d_t^2 - E\right)\left(\Phi' + d_t \varphi'\right) + \nabla''_{,} E\left(\Phi + d_t \varphi\right) + \\
&\quad + {}_{,}K d_x \Pi + K_{,,} d_x \Pi', \\
\eta' &= \nabla''\left(d_t^2 - E\right)\left(X' + d_t \chi'\right) + \nabla''_{,} E\left(X + d_t \chi\right) + \\
&\quad + {}_{,}K d_y \Pi + K_{,,} d_y \Pi', \\
\zeta' &= \nabla''\left(d_t^2 - E\right)\left(\Psi' + d_t \psi'\right) + \nabla''_{,} E\left(\Psi + d_t \psi\right) + \\
&\quad + {}_{,}K d_z \Pi + K_{,,} d_z \Pi'.
\end{aligned}
$$

Betegner man nu ved ω_1 og ω_2 de principale Funktioner, som respective svare til de karakteristiske Ligninger:

$$\nabla' = 0\,, \text{ og } \nabla'' = 0,$$

saa har man:

(217) $$\nabla' \omega = \omega_2\,, \quad \nabla'' \omega = \omega_1\,.$$

Betegner man ved Φ_1, φ_1, X_1, χ_1, ... Φ_2, φ_2, X_2, χ_2, ... de Værdier af ω_1 og ω_2 som man erholder, naar man istedetfor $\omega(x, y, z)$ successive sætter Funktionerne ((32)), saa kunne fölgelig Ligningerne (216) sættes under fölgende Form:

(218)
$$
\begin{aligned}
\xi &= E_{,}\left(\Phi'_1 + d_t \varphi'_1\right) + \left(d_t^2 - E_{,,}\right)\left(\Phi_1 + d_t \varphi_1\right) + K d_x \Pi + K_{,} d_x \Pi', \\
\eta &= E_{,}\left(X'_1 + d_t \chi'_1\right) + \left(d_t^2 - E_{,,}\right)\left(X_1 + d_t \chi_1\right) + K d_y \Pi + K_{,} d_y \Pi', \\
\zeta &= E_{,}\left(\Psi'_1 + d_t \psi'_1\right) + \left(d_t^2 - E_{,,}\right)\left(\Psi_1 + d_t \psi_1\right) + K d_z \Pi + K_{,} d_z \Pi', \\
\xi' &= \left(d_t^2 - E\right)\left(\Phi'_1 + d_t \varphi'_1\right) + {}_{,}E\left(\Phi_1 + d_t \varphi_1\right) + {}_{,}K d_x \Pi + K_{,,} d_x \Pi',
\end{aligned}
$$

$$\eta' = \left(d_t^2 - E\right)\left(\chi'_1 + d_t \chi'_1\right) + {}_{,}E\left(\chi_1 + d_t \chi_1\right) + {}_{,}K d_y \Pi + K_{,,} d_y \Pi',$$
$$\zeta' = \left(d^2 - E\right)\left(\Psi'_1 + d_t^2 \psi'_1\right) + {}_{,}E\left(\Psi_1 + d_t \psi_1\right) + {}_{,}K d_z \Pi + K_{,,} d_z{}' \Pi.$$

For at finde begge Systemers Udvidelser i Punktet (x, y, z) maa man integrere de partielle Differentialligninger (210). Betegner man ved $d(x, y, z)$ og $d'(x, y, z)$ Begyndelsesværdierne af $d_t D$ og $d_t D'$, ved d_2 og d'_2 de principale Funktioner, som svare til disse Begyndelsesværdier og til den karakteristiske Ligning: $\nabla''_{,} = o$, og sætter Begyndelsesværdierne af D og D' liig Nul, saa finder man:

$$
(219)\quad
\begin{aligned}
D &= \left[d_t^2 - E_{,,} - F_{,,}\left(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2\right)\right] d_2 + \\
&\quad + \left[E_{,} + F_{,}\left(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2\right)\right] d'_2, \\
D' &= \left[{}_{,}E + {}_{,}F\left(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2\right)\right] d_2 + \\
&\quad + \left[d_t^2 - E - F\left(d_x^2 + d_y^2 + d_z^2\right)\right] d'_2.
\end{aligned}
$$

Substituerer man disse Værdier af D og D' i Ligningerne (208), saa erholder man mellem ξ og ξ' Ligningerne:

$$
(220)\quad
\begin{aligned}
&\left(E - d_t^2\right)\xi + E_{,}\,\xi' = - F d_x D - F_{,} d_x D', \\
&{}_{,}E\,\xi + \left(E_{,,} - d_t^2\right)\xi' = -{}_{,}F d_x D - F_{,,} d_x D',
\end{aligned}
$$

mellem η og η' Ligningerne:

$$
(221)\quad
\begin{aligned}
&\left(E - d_t^2\right)\eta + E_{,}\,\eta' = - F d_y D - F_{,} d_y D', \\
&{}_{,}E\,\eta + \left(E_{,,} - d_t\right)\eta' = -{}_{,}F d_y D - F_{,,} d_y D',
\end{aligned}
$$

mellem ζ og ζ' Ligningerne:

$$
(222)\quad
\begin{aligned}
&\left(E - d_t^2\right)\zeta + E_{,}\,\zeta' = - F d_z D - {}_{,}F_{,} d_z D', \\
&{}_{,}E\,\zeta + \left(E_{,,} - d_t\right)\zeta' = -{}_{,}F d_z D - F_{,,} d_z D'.
\end{aligned}
$$

Betegner man nu ved $\mathfrak{D}$ og $\mathfrak{D}'$ de Værdier af D og D', som man erholder, naar man istedetfor t sætter τ, og sætter man:

$$(223)\qquad \begin{aligned} \mathfrak{x} &= F d_x \mathfrak{D} + F_{,} d_x \mathfrak{D}', \\ \mathfrak{x}' &= {}_{,}F d_x \mathfrak{D} + F_{,,} d_x \mathfrak{D}'; \end{aligned}$$

betegner man videre ved X og X' de principale Funktioner, som svare til den karakteristiske Ligning $\nabla' = o$ og respective til Begyndelsesværdierne $\mathfrak{x}$ og $\mathfrak{x}_{,}$, og sætter:

$$(224)\qquad \begin{aligned} \mathfrak{X} &= (d_t^2 - E_{,,})\, X + E_{,}\, X', \\ \mathfrak{X}' &= {}_{,}E\, X + (d_t^2 - E_{,,})\, X', \end{aligned}$$

og betegner ved Ξ, Ξ' de Værdier af $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{X}'$, som man erholder ved istedetfor t at sætte $t-\tau$, saa bliver: .

$$(225)\qquad \begin{aligned} \xi &= (d_t^2 - E_{,,})\,(\Phi_1 + d_t \varphi_1) + E_{,}(\Phi'_1 + d_t \varphi'_1) + \int_0^t \Xi\, d\tau, \\ \xi' &= {}_{,}E(\Phi_1 + d_t \varphi_1) + (d_t^2 - E)(\Phi'_1 + d_t \varphi'_1) + \int_0^t \Xi'\, d\tau. \end{aligned}$$

Betegner man ved H, H', Z, Z' de Værdier, man erholder ved i Ξ Ξ' istedetfor x at sætte successive y og z, saa finder man ligeledes:

$$(226)\qquad \begin{aligned} \eta &= (d_t^2 - E_{,,})(X_1 + d_t \chi_1) + E_{,}(X'_1 + d_t \chi'_1) + \int_0^t H\, d\tau, \\ \eta' &= {}_{,}E(X_1 + d_t \chi_1) + (d_t^2 - E)\,(X'_1 + d_t \chi'_1) + \int_0^t H'\, d\tau, \end{aligned}$$

$$(227)\qquad \begin{aligned} \zeta &= (d_t^2 - E_{,,})\,(\Psi_1 + d_t \psi_1) + E_{,}(\Psi'_1 + d_t \psi'_1) + \int_0^t Z\, d\tau, \\ \zeta' &= {}_{,}E(\Psi_1 + d_t \psi_1) + (d_t^2 - E)(\Psi'_1 + d_t \psi'_1) + \int_0^t Z'\, d\tau. \end{aligned}$$

Udvidelsen af det andet System af Molekyler, nemlig Legemets, er ved den Art Svingninger, som opvække Fornemmelse af Lys, stedse liig Nul; Polarisationsphænomenerne gjöre, at vi ogsaa maa antage, at i det förste System af Molekyler Udvidelsen er liig Nul. Man har da $\mathfrak{x} = o$, $\mathfrak{x}' = o$, fölgeligogsaa $X = o$, $X' = o$ og $\Xi = o$, $\Xi' = o$, og ligesaa $H = o$, $H' = o$, $Z = o$, $Z' = o$. Man faaer da:

$$(228)\qquad \begin{aligned} \xi &= (d_t^2 - E_{,,})\,(\Phi_1 + d_t \varphi_1) + E_{,}(\Phi_1 + d_t \varphi'_1), \\ \eta &= (d_t^2 - E_{,,})\,(X_1 + d_t \chi_1) + E_{,}(X_1 + d_t \chi'_1), \\ \zeta &= (d_t^2 - E_{,,})\,(\Psi_1 + d_t \psi_1) + E_{,}(\Psi'_1 + d_t \psi'_1), \end{aligned}$$

$$\xi' = ,E(\Phi_1 + d_t\varphi_1) + (d_t^2 - E)(\Phi'_1 + d_t\varphi'_1),$$
$$\eta' = ,E(X_1 + d_t\chi_1) + (d_t^2 - E)(X'_1 + d_t\chi'_1),$$
$$\zeta' = ,E(\Psi_1 + d_t\psi_1) + (d_t^2 - E)(\Psi'_1 + d_t\psi'_1).$$

§ 6.

Partikulære Integraler, der fremstille de enkelte Bevægelser i to isophane Systemer af Molekyler.

De partikulære Integraler af Differentialligningerne (208), som fremstille de enkelte Bevægelser i to isophane Systemer af Molekyler, ere:

((141))
$$\xi = Ae^{ux+vy+wz-st}, \quad \eta = Be^{ux+vy+wz-st},$$
$$\xi' = A'e^{ux+vy+wz-st}, \quad \eta' = B'e^{ux+vy+wz-st},$$
$$\zeta = Ce^{ux+vy+wz-st},$$
$$\zeta' = C'e^{ux+vy+wz-st},$$

hvor s er bestemt ved en af Ligningerne:

(229) $$S' = (s^2 - \mathfrak{E})(s^2 - \mathfrak{E}_{\prime\prime}) - \mathfrak{E}_{\prime}\,{}_{,}\mathfrak{E} = 0,$$

eller:

(230) $$S'' = (s^2 - \mathfrak{E} - \mathfrak{F}(u^2+v^2+w^2))(s^2 - \mathfrak{E}_{\prime\prime} - \mathfrak{F}_{\prime\prime}(u^2+v^2+w^2)) - \\ -(\mathfrak{E}_{\prime} + \mathfrak{F}_{\prime}(u^2+v^2+w^2))({}_{,}\mathfrak{E} + {}_{,}\mathfrak{F}(u^2+v^2+w^2)) = 0,$$

og $\frac{B}{A}$, $\frac{C}{A}$, $\frac{A'}{A}$, $\frac{B'}{A}$, $\frac{C'}{A}$ ved Ligningerne:

(231)
$$(\mathfrak{E} - s^2)A + \mathfrak{F}u(uA + vB + wC) + \\ + \mathfrak{E}_{\prime}A' + \mathfrak{F}_{\prime}u(uA' + vB' + wC') = 0,$$
$$(\mathfrak{E} - s^2)B + \mathfrak{F}v(uA + vB + wC) + \\ + \mathfrak{E}_{\prime}B' + \mathfrak{F}_{\prime}v(uA' + vB' + wC') = 0,$$
$$(\mathfrak{E} - s^2)C + \mathfrak{F}w(uA + vB + wC) + \\ + \mathfrak{E}_{\prime}C' + \mathfrak{F}_{\prime}w(uA' + vB' + wC') = 0,$$
$${}_{,}\mathfrak{E}A + {}_{,}\mathfrak{F}u(uA + vB + wC) + \\ + (\mathfrak{E}_{\prime\prime} - s^2)A' + \mathfrak{F}_{\prime\prime}u(uA' + vA' + wC') = 0,$$
$${}_{,}\mathfrak{E}B + {}_{,}\mathfrak{F}v(uA + vB + wC) + \\ + (\mathfrak{E}_{\prime\prime} - s^2)B' + \mathfrak{F}_{\prime\prime}v(uA' + vB' + wC') = 0$$
$${}_{,}\mathfrak{E}C + {}_{,}\mathfrak{F}w(uA + vB + wC) + \\ + (\mathfrak{E}_{\prime\prime} - s^2)B' + F_{\prime\prime}w(uA' + vB' + wC') = 0.$$

Da ved de Svingninger, der frembringe Fornemmelsen af Lys, stedse Udvidelsen af det andet System af Molekyler er liig Nul, saa har man:

$$uA' + vB' + wC' = o.$$

Man finder da af Ligningerne (231) ved Elimination af Störrelserne A', B', C':

$$\begin{aligned} S'A &= u(uA + vB + wC)((s^2-\mathfrak{E}_{\prime\prime})\mathfrak{F}+\mathfrak{E}_{\prime\prime\prime}\mathfrak{F}), \\ (232) \qquad S'B &= v(uA + vB + wC)((s^2-\mathfrak{E}_{\prime\prime})\mathfrak{F}+\mathfrak{E}_{\prime\prime\prime}\mathfrak{F}), \\ S'C &= w(uA + vB + wC)((s^2-\mathfrak{E}_{\prime\prime})\mathfrak{F}+\mathfrak{E}_{\prime\prime\prime}\mathfrak{F}). \end{aligned}$$

Antager man nu s bestemt ved Ligningen (229): $S'=o$, saa give Ligningerne (232):

$$(233) \qquad uA + vB + wC = o,$$

antages derimod s at være bestemt ved Ligningen (230): $S''=o$, saa give Ligningerne (232):

$$(234) \qquad \frac{A}{u}=\frac{B}{v}=\frac{C}{w}.$$

Værdierne af u, v, w, A, B, C, A', B', C' og fölgelig ogsaa af ξ, η, ζ, ξ', η', ζ' kunne enten være reelle eller imaginaire. Sætter man i Almindelighed:

$$\begin{aligned} &u = U+u\sqrt{-1},\ v = V+v\sqrt{-1},\ w=W+w\sqrt{-1}, \\ &s = S + s\sqrt{-1}, \\ ((153)) \quad &A = ae^{\lambda\sqrt{-1}},\ B=be^{\mu\sqrt{-1}},\ C=ce^{\nu\sqrt{-1}}, \\ &A'=a'e^{\lambda'\sqrt{-1}},\ B'=b'e^{\mu'\sqrt{-1}},\ C'=c'e^{\nu'\sqrt{-1}}, \end{aligned}$$

og for Kortheds Skyld:

$$((169)) \qquad u^2 + v^2 + w^2 = k^2,$$

$$((154)) \qquad \rho = ux + vy + wz,\ P = Ux + Vy + Wz,$$

$$(198) \qquad r = \frac{\rho}{k},$$

saa blive de reelle Dele af ξ, η, ζ, ξ', η', ζ', hvilke endnu tilfredsstille Ligningerne (208):

$$\begin{aligned} \xi &= ae^{P - St} \cos(kr - st + \lambda), \\ \eta &= be^{P - St} \cos(kr - st + \mu), \\ \zeta &= ce^{P - St} \cos(kr - st + \nu), \\ \xi' &= a'e^{P - St} \cos(kr - st + \lambda'), \\ \eta' &= b'e^{P - St} \cos(kr - st + \mu'), \\ \zeta' &= c'e^{P - St} \cos(kr - st + \nu'). \end{aligned} \tag{(155)}$$

Ere Molekylsystemerne fuldkommen diaphane, saa maa man antage:

$$P - St = o,$$

og fölgelig:

$$U = o, \ V = o, \ W = o, \ S = o.$$

Man erholder da:

$$\begin{aligned} \xi &= a \cos(kr - st + \lambda), \\ \eta &= b \cos(kr - st + \mu), \\ \zeta &= c \cos(kr - st + \nu), \\ \xi' &= a' \cos(kr - st + \lambda'), \\ \eta' &= b' \cos(kr - st + \mu'), \\ \zeta' &= c' \cos(kr - st + \nu'). \end{aligned} \tag{235}$$

Bölgernes Forplantelseshurtighed bliver i ethvert Tilfælde:

$$\Omega = \frac{s}{k}. \tag{(171)}$$

Störrelsen s kan nu enten være bestemt ved Ligningen (229) eller (230). Naar Systemet er diaphant, blive disse Ligninger:

$$(s^2 + \mathfrak{E})(s^2 + \mathfrak{E}_{\prime\prime}) - \mathfrak{E}_{\prime} \cdot {}_{\prime}\mathfrak{E} = o, \tag{236}$$

$$(s^2 + \mathfrak{E} - \mathfrak{F}k^2)(s^2 + \mathfrak{E}_{\prime\prime} - \mathfrak{F}_{\prime\prime}k^2) - (\mathfrak{E}_{\prime} - \mathfrak{F}_{\prime}k^2)({}_{\prime}\mathfrak{E} - {}_{\prime}\mathfrak{F}k^2) = o. \tag{237}$$

Er s bestemt ved Ligningen (236), saa bliver:

$$u\xi + v\eta + w\zeta = o, \tag{238}$$

det er, Forrykningerne blive parallele med det ved Lig-

ningen ((167)) bestemte Bölgeplan. Er s derimod bestemt ved Ligningen (237), saa bliver:

$$(239)\qquad \frac{\xi}{u}=\frac{\eta}{v}=\frac{\zeta}{w},$$

det er, Forrykningerne blive lodrette paa Bölgeplanet. Ligningen (236) bestemmer fölgelig Forplantelseshurtigheden af de transversale Vibrationer, Ligningen (237) af de longitudinale. De förste ere de, som vi antage frembringe Fornemmelsen af Lys.

§ 7.

Udvikling af Funktionerne $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{E}_{,}$, ${}_{,}\mathfrak{E}$, $\mathfrak{E}_{,,}$, $\mathfrak{F}$, $\mathfrak{F}_{,}$, ${}_{,}\mathfrak{F}$, $\mathfrak{F}_{,,}$ under en endelig Form.

Sætte vi:

$$(240)\qquad u^2+v^2+w^2=\varkappa^2,$$

saa kan man stedse sætte:

$$(241)\qquad \begin{aligned} u&=\varkappa\cos\alpha,\; v=\varkappa\cos\beta,\; w=\varkappa\cos\gamma,\\ x&=r\cos\alpha',\; y=r\cos\beta',\; z=r\cos\gamma', \end{aligned}$$

hvor

$$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1,$$
$$\cos^2\alpha'+\cos^2\beta'+\cos^2\gamma'=1.$$

Sætter man endvidere:

$$(242)\qquad \cos\alpha\cos\alpha'+\cos\beta\cos\beta'+\cos\gamma\cos\gamma'=\cos\delta,$$

saa vil δ betegne den Vinkel, som en Linie $\varkappa$, hvis Projectioner paa Koordinataxerne ere u, v, w, danner med en Linie r, hvis Projectioner ere x, y, z. Man har da:

$$\mathfrak{E}=S\left\{mf(r)\left(e^{\varkappa r\cos\delta}-1\right)\right\}-S\left\{m'f_{,}(r)\right\},$$

$$\mathfrak{E}_{,}=S\left\{m'f_{,}(r)\,e^{\varkappa r\cos\delta}\right\},$$

$${}_{,}\mathfrak{E}=S\left\{m\,f_{,}(r)e^{\varkappa r\cos\delta}\right\},$$

$$(243)\qquad \mathfrak{E}_{,,}=S\left\{m'f_{,,}(r)\left(e^{\varkappa r\cos\delta}-1\right)\right\}-S\left\{mf_{,}(r)\right\},$$

$$(243)\quad \mathfrak{H} = S\left[\frac{m}{r} d_r f(r)\left(e^{\varkappa r\cos\delta} - 1 - \varkappa r\cos\delta - \frac{\varkappa^2 r^2 \cos^2\delta}{2}\right)\right] - $$
$$- S\left[\frac{m'}{r} d_r f_{\prime}(r) \frac{\varkappa^2 r^2\cos^2\delta}{2}\right],$$
$$\mathfrak{H}_{\prime} = S\left[\frac{m'}{r} d_r f_{\prime}(r)\left(e^{\varkappa r\cos\delta} - 1 - \varkappa r\cos\delta\right)\right],$$
$${}_{\prime}\mathfrak{H} = S\left[\frac{m}{r} d_r f_{\prime}(r)\left(e^{\varkappa r\cos\delta} - 1 - \varkappa r\cos\delta\right)\right],$$
$$\mathfrak{H}_{\prime\prime} = S\left[\frac{m'}{r} d_r f_{\prime\prime}(r)\left(e^{\varkappa r\cos\delta} - 1 - \varkappa r\cos\delta - \frac{\varkappa^2 r^2\cos^2\delta}{2}\right)\right] - $$
$$- S\left[\frac{m}{r} d_r f_{\prime}(r) \frac{\varkappa^2 r^2\cos^2\delta}{2}\right].$$

Disse Störrelser skulle nu være Funktioner af $u^2 + v^2 + w^2 = \varkappa^2$ og fölgelig uafhængige af δ. Men, naar man fra et fælleds Punkt drager en ret Linie $\varkappa$ og flere andre r, r', r'', og betegner ved δ den Vinkel, som $\varkappa$ danner med en af de forskjellige Linier r, ved $F(\varkappa r\cos\delta)$ en kontinuerlig Funktion af Produktet $\varkappa r\cos\delta$ og ved $S\{F(\varkappa r\cos\delta)\}$ en Sum af lignende Funktioner med Hensyn til de forskjellige Linier r og Vinkler δ, saa er, ifölge en af Cauchy i Ex. d'An. et de Ph. Math. Tome 1 pag. 25 beviist Sætning, naar denne Sum skal blive uforandret, hvilken Retning end Linien $\varkappa$ har:

$$(244)\quad S\left\{F(\varkappa r\cos\delta)\right\} = \tfrac{1}{2} S\int_0^{\pi}\left\{F(\varkappa r\cos\delta)\sin\delta\, d\delta\right\}.$$

Bemærker man nu, at:

$$\tfrac{1}{2}\int_0^{\pi}\left(e^{\varkappa r\cos\delta} - 1\right)\sin\delta\, d\delta = \frac{e^{\varkappa r} - e^{-\varkappa r}}{2\varkappa r} - 1,$$

$$\tfrac{1}{2}\int_0^{\pi}\left(e^{\varkappa r\cos\delta} - 1 - \varkappa r\cos\delta - \frac{\varkappa^2 r^2\cos^2\delta}{2}\right)\sin\delta\, d\delta =$$
$$= \frac{e^{\varkappa r} - e^{-\varkappa r}}{2\varkappa r} - 1 - \tfrac{1}{6}\varkappa^2 r^2,$$

$$\tfrac{1}{2}\int_0^\pi e^{\varkappa r\cos\delta}\sin\delta\, d\delta = \frac{e^{\varkappa r}-e^{-\varkappa r}}{2\varkappa r},$$

saa finder man:

$$\mathfrak{G} = S\left\{m\, f\,(r)\left(\frac{e^{\varkappa r}-e^{-\varkappa r}}{2\varkappa r}-1\right)\right\} - S\left\{m' f_{\prime}\,(r)\right\},$$

$$\mathfrak{G}_{\prime} = S\left\{m'\, f_{\prime}\,(r)\frac{e^{\varkappa r}-e^{-\varkappa r}}{2\varkappa r}\right\},$$

$$_{\prime}\mathfrak{G} = S\left\{m\, f_{\prime}\,(r)\frac{e^{\varkappa r}-e^{-\varkappa r}}{2\varkappa r}\right\},$$

$$\mathfrak{G}_{\prime\prime} = S\left\{m' f_{\prime\prime}\,(r)\left(\frac{e^{\varkappa r}-e^{-\varkappa r}}{2\varkappa r}-1\right)\right\} - S\left\{m\, f_{\prime}\,(r)\right\},$$

(245)

$$\mathfrak{H} = S\left\{\frac{m}{r}d_r f\,(r)\left(\frac{e^{\varkappa r}-e^{-\varkappa r}}{2\varkappa r}-1-\tfrac{1}{6}\varkappa^2 r^2\right)\right\} -$$

$$- S\left\{\frac{m'}{r}d_r f_{\prime}(r)\,\frac{\varkappa^2 r^2}{6}\right\},$$

$$\mathfrak{H}_{\prime} = S\left\{\frac{m'}{r}d_r f_{\prime}(r)\left(\frac{e^{\varkappa r}-e^{-\varkappa r}}{2\varkappa r}-1\right)\right\},$$

$$_{\prime}\mathfrak{H} = S\left\{\frac{m}{r}d_r f_{\prime}(r)\left(\frac{e^{\varkappa r}-e^{-\varkappa r}}{2\varkappa r}-1\right)\right\},$$

$$\mathfrak{H}_{\prime\prime} = S\left\{\frac{m'}{r}d_r f_{\prime\prime}(r)\left(\frac{e^{\varkappa r}-e^{-\varkappa r}}{2\varkappa r}-1-\tfrac{1}{6}\varkappa^2 r^2\right)\right\} -$$

$$- S\left\{\frac{m}{r}d_r f_{\prime}(r)\,\frac{\varkappa^2 r^2}{6}\right\}.$$

Betragter man kun diaphane Legemer, saa er

$$\mathrm{u} = u\sqrt{-1},\quad \mathrm{v} = v\sqrt{-1},\quad \mathrm{w} = w\sqrt{-1}.$$

Sætter man nu:

(246) $\varkappa^2 = u^2 + v^2 + w^2 = -(u^2 + v^2 + w^2) = -k^2$,
saa kunne Ligningerne (245) sættes under fölgende Form:

$$\mathfrak{G} = S\left\{m\,f\,(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} - 1\right)\right\} - S\left\{m'\,f_{,}(r)\right\},$$

$$\mathfrak{G}_{,} = S\left\{m'f_{,}(r)\frac{\sin kr}{kr}\right\},$$

$$_{,}\mathfrak{G} = S\left\{m\,f_{,}(r)\frac{\sin kr}{kr}\right\},$$

$$\mathfrak{G}_{,,} = S\left\{m'\,f_{,,}(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} - 1\right)\right\} - S\left\{m\,f_{,}(r)\right\},$$

(247)
$$\mathfrak{H} = S\left\{\frac{m}{r}d_r f(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} - 1 + \tfrac{1}{6}k^2r^2\right)\right\} + \\ + S\left\{\frac{m'}{r}d_r f_{,}(r)\frac{k^2r^2}{6}\right\},$$

$$\mathfrak{H}_{,} = S\left\{\frac{m'}{r}d_r\,f_{,}(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} - 1\right)\right\},$$

$$_{,}\mathfrak{H} = S\left\{\frac{m}{r}d_r f_{,}(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} - 1\right)\right\},$$

$$\mathfrak{H}_{,,} = S\left\{\frac{m'}{r}d_r f_{,,}(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} - 1 + \tfrac{1}{6}k^2r^2\right)\right\} + \\ + S\left\{\frac{m}{r}d_r f_{,}(r)\frac{k^2r^2}{6}\right\}.$$

Heraf finder man da videre:

$$\mathfrak{E} = -S\left\{\frac{m}{k^2r^2}\,d_r\left[\left(\cos kr - \frac{\sin kr}{kr} + \tfrac{1}{3}k^2r^2\right)r\,f(r)\right]\right\} - \\ - S\left\{\frac{m'}{r^2}\,d_r\left(\tfrac{1}{3}r^3\,f_{,}(r)\right)\right\},$$

$$\mathfrak{E}_{,} = -S\left\{\frac{m'}{k^2r^2}\,d_r\left[\left(\cos kr - \frac{\sin kr}{kr}\right)r\,f_{,}(r)\right]\right\},$$

$$_{,}\mathfrak{E} = -S\left\{\frac{m}{k^2r^2}\,d_r\left[\left(\cos kr - \frac{\sin kr}{kr}\right)r\,f_{,}(r)\right]\right\},$$

$$(248)\quad \mathfrak{C}_{\prime\prime} = -S\left\{\frac{m'}{k^2r^2}\, d_r\left[\left(\cos kr - \frac{\sin kr}{kr} + \tfrac{1}{3}k^2r^2\right) r\, f_{\prime\prime}(r)\right]\right\} -$$

$$-S\left\{\frac{m}{r^2}\, d_r\left(\tfrac{1}{3} r^3 f_{\prime}(r)\right)\right\},$$

$$\mathfrak{F} = -S\left\{\frac{m\, r\, d_r f(r)}{k^2}\left(\frac{\sin kr}{kr} + 3\frac{\cos kr}{k^2r^2} - 3\frac{\sin kr}{k^3r^3}\right)\right\},$$

$$\mathfrak{F}_{\prime} = -S\left\{\frac{m' r\, d_r f_{\prime}(r)}{k^2}\left(\frac{\sin kr}{kr} + 3\frac{\cos kr}{k^2r^2} - 3\frac{\sin kr}{k^3r^3}\right)\right\},$$

$$_{\prime}\mathfrak{F} = -S\left\{\frac{m\, r\, d_r f_{\prime}(r)}{k^2}\left(\frac{\sin kr}{kr} + 3\frac{\cos kr}{k^2r^2} - 3\frac{\sin kr}{k^3r^3}\right)\right\},$$

$$\mathfrak{F}_{\prime\prime} = -S\left\{\frac{m' r\, d_r f_{\prime\prime}(r)}{k^2}\left(\frac{\sin kr}{kr} + 3\frac{\cos kr}{k^2r^2} - 3\frac{\sin kr}{k^3r^3}\right)\right\}.$$

Tænke vi os nu ethvert af Molekylsystemerne deelt i uendelig tynde kugleformige Lag, hvis Centrum er Punktet (x, y, z); betegne vi videre ved $\mathfrak{D}$ Tætheden i det förste Molekylsystem, ved $\mathfrak{D}'$ Tætheden i det andet, og ved Δr en uendelig liden Tilvæxt til Radius vector r, som gaaer fra Punktet (x, y, z) til de forskjellige omliggende Molekyler: den hule Kugle, hvis Radier ere r og $r+\Delta r$, vil da indeholde en vis Mængde Molekyler af det förste System, hvis Masse er: $4\pi\mathfrak{D}r^2\Delta r$, og en vis Mængde Molekyler af det andet System, hvis Masse er $4\pi\mathfrak{D}'r^2\Delta r$. De tilsvarende Led af Summerne $S\left\{m\,F(r)\right\}$ og $S\left\{m'F(r)\right\}$ ville da danne to partielle Summer, som parviis blive liig Udtrykkene: $4\pi\mathfrak{D}r^2 F(r)\Delta r$ og $4\pi\mathfrak{D}'r^2 F(r)\Delta r$. For isophane Systemer af Molekyler vil man fölgelig have Ligningerne:

$$(249)\quad \begin{aligned} S\left\{m\,F(r)\right\} &= 4\pi\mathfrak{D}\, S\left\{r^2 F(r)\,\Delta r\right\},\\ S\left\{m'F(r)\right\} &= 4\pi\mathfrak{D}'\, S\left\{r^2 F(r)\,\Delta r\right\}, \end{aligned}$$

hvor Summationen paá höire Side af Lighedstegnet har Hensyn til alle positive Værdier af r fra den mindste r_0 til den störste r_∞. Men nu er ifölge det Taylorske Theorem

$$\mathfrak{F}(r+\Delta r)-\mathfrak{F}(r)=\mathfrak{F}'(r)\,\Delta r+\tfrac{1}{2}\mathfrak{F}''(r)\,(\Delta r)^2+\ldots\ldots,$$

hvor $\mathfrak{F}'(r)$, $\mathfrak{F}''(r)\ldots$ betegner den förste, den anden o.s.v. deriverede Funktion af $\mathfrak{F}(r)$. Tager man ikke Hensyn til de höiere Potentser af Δr og summerer med Hensyn til de forskjellige Værdier af r, saa bliver:

$$S\left\{\mathfrak{F}'(r)\,\Delta r\right\}=S\left\{\mathfrak{F}(r+\Delta r)-\mathfrak{F}(r)\right\}=\mathfrak{F}(r_\infty)-\mathfrak{F}(r_0),$$

og fölgelig, naar man integrerer,

$$S\left\{\mathfrak{F}(r)\Delta r\right\}=\int_{r_0}^{r_\infty}\mathfrak{F}(r)\,dr. \tag{250}$$

Anvender man denne Formel paa Ligningerne (249), saa erholder man:

(251)

$$S\left\{mF(r)\right\}=4\pi\mathfrak{D}\int_{r_0}^{r_\infty}r^2F(r)dr;\; S\left\{m'F(r)\right\}=4\pi\mathfrak{D}'\int_{r_0}^{r_\infty}r^2F(r)dr.$$

Ligningerne (248) blive da:

$$\mathfrak{E}=-\frac{4\pi\,\mathfrak{D}}{k^2}\int_{r_0}^{r_\infty}d_r\left[\left(\cos kr-\frac{\sin kr}{kr}+\tfrac{1}{3}k^2r^2\right)rf(r)\right]dr-$$

$$-\frac{4\pi\,\mathfrak{D}'}{3}\int_{r'_0}^{r'_\infty}d_r\left(r^3f_{,}(r)\right)dr,$$

$$\mathfrak{E}_{,}=-\frac{4\pi\,\mathfrak{D}'}{k^2}\int_{r'_0}^{r'_\infty}d_r\left[\left(\cos kr-\frac{\sin kr}{kr}\right)rf_{,}(r)\right]dr,$$

$${}_{,}\mathfrak{E}=-\frac{4\pi\,\mathfrak{D}}{k^2}\int_{r_0}^{r_\infty}d_r\left[\left(\cos kr-\frac{\sin kr}{kr}\right)rf_{,}(r)\right]dr,$$

$$\mathfrak{C}_{\prime\prime} = -\frac{4\pi\,\mathfrak{D}'}{k^2}\int_{r'_0}^{r'_\infty} d_r\left[\left(\cos kr - \frac{\sin kr}{kr} + \tfrac{1}{3}k^2r^2\right) r f_{\prime\prime}(r)\right] dr -$$

(252)

$$-\frac{4\pi\,\mathfrak{D}}{3}\int_{r^0}^{r_\infty} d_r(r^3 f_{\prime}(r))\, dr,$$

$$\mathfrak{F} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}}{k^2}\int_{r_0}^{r_\infty} r^3 d_r f\,(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} + 3\frac{\cos kr}{k^2r^2} - 3\frac{\sin kr}{k^3r^3}\right) dr,$$

$$\mathfrak{F}_{\prime} = -\frac{4\pi\,\mathfrak{D}'}{k^2}\int_{r'_0}^{r'_\infty} r^3 d_r f_{\prime}(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} + 3\frac{\cos kr}{k^2r^2} - 3\frac{\sin kr}{k^3r^3}\right) dr,$$

$$_{\prime}\mathfrak{F} = -\frac{4\pi\,\mathfrak{D}}{k^2}\int_{r_0}^{r_\infty} r^3 d_r f_{\prime}(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} + 3\frac{\cos kr}{k^2r^2} - 3\frac{\sin kr}{k^3r^3}\right) dr,$$

$$\mathfrak{F}_{\prime\prime} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{k^2}\int_{r'_0}^{r'_\infty} r^3 d_r f_{\prime\prime}(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} + 3\frac{\cos kr}{k^2r^2} - 3\frac{\sin kr}{k^3r^3}\right) dr.$$

Substituerer man nu istedetfor $f(r)$, $f_{\prime}(r)$, $f_{\prime\prime}(r)$ deres Værdier $\frac{f(r)}{r}$, $\frac{f_{\prime}(r)}{r}$, $\frac{f_{\prime\prime}(r)}{r}$, hvor $f(r)$ betegner den Kraft, hvormed en Molekyl af det förste System virker paa en anden Molekyl af det samme System i Afstanden r, $f_{\prime}(r)$ den Kraft, hvormed en Molekyl af det förste System virker paa en Molekyl af det andet System i Afstanden r, $f_{\prime\prime}(r)$ den Kraft, hvorved en Molekyl af det andet System virker paa en anden Molekyl af det samme System i Afstanden r, og bemærker at Udtrykket:

$$\cos kr - \frac{\sin kr}{kr} + \tfrac{1}{3}k^2r^2 = \tfrac{1}{5}\frac{k^4r^4}{1.2.3} - \tfrac{1}{7}\frac{k^6r^6}{1.2.3.4.5} + \ldots,$$

for meget store Værdier af r reduceres til $\frac{1}{3}k^2r^2$, for meget smaa reduceres til $\frac{1}{30}k^4r^4$, ligeledes at Udtrykket:

$$\cos kr - \frac{\sin kr}{kr} = -\tfrac{1}{3}k^2r^2 + \tfrac{1}{5}\frac{k^4r^4}{1.2.3} - \ldots,$$

for meget store Værdier af r reduceres til cos kr, for meget smaa til $-\frac{1}{3}k^2r^2$, saa erholder man:

$$\mathfrak{E} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}\left(r_\infty^2 f(r_\infty) - \frac{1}{10}k^2 r_0^4 f(r_0)\right) -$$

$$-\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{3}\left(r'^2_\infty f_{,}(r_\infty) - r'^2_0 f_{,}(r'_0)\right),$$

$$\mathfrak{E}_{,} = -4\pi\mathfrak{D}'\left(\frac{\cos(kr'_\infty)}{k^2} f_{,}(r'_\infty) + \frac{1}{3}r'^2_0 f_{,}(r'_0)\right),$$

$$_{,}\mathfrak{E} = -4\pi\mathfrak{D}\left(\frac{\cos(kr_\infty)}{k^2} f_{,}(r_\infty) + \frac{1}{3}r_0^2 f_{,}(r_0)\right),$$

$$\mathfrak{E}_{,,} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{3}\left(r'^2_\infty f_{,,}(r'_\infty) - \frac{1}{10}k^2 r'^4_0 f_{,,}(r'_0)\right) -$$

(253) $$-\frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}\left(r_\infty^2 f_{,}(r_\infty) - r_0^2 f_{,}(r_0)\right),$$

$$\mathfrak{F} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}}{15} r_0^4 f(r_0) + 4\pi\mathfrak{D}\int_{r_0}^{r_\infty} r^2 f(r) d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr -$$

$$-\frac{4\pi\mathfrak{D}\, r_\infty f(r_\infty)\sin(kr_\infty)}{k^3},$$

$$\mathfrak{F}_{,} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{15} r'^4_0 f_{,}(r'_0) + 4\pi\mathfrak{D}'\int_{r'_0}^{r'_\infty} r^2 f_{,}(r)\, d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr -$$

$$-\frac{4\pi\mathfrak{D}' r'_\infty f_{,}(r'_\infty)\sin(kr'_\infty)}{k^3},$$

$$_{,}\mathfrak{F} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}}{15} r_0^4 f_{,}(r_0) + 4\pi\mathfrak{D}\int_{r_0}^{r_\infty} r^2 f_{,}(r)\, d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr -$$

$$-\frac{4\pi\mathfrak{D}\, r_\infty f_{,}(r_\infty)\sin(kr_\infty)}{k^3},$$

$$\mathfrak{F}_{,,} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{15} r'^4_0 f_{,,}(r'_0) + 4\pi\mathfrak{D}'\int_{r'_0}^{r'_\infty} r^2 f_{,,}(r)\, d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr -$$

$$-\frac{4\pi\mathfrak{D}' r'_\infty f_{,,}(r'_\infty)\sin(kr'_\infty)}{k^3}.$$

Betragter man kun eet System af Molekyler, saa erholder man:

$$(254)\quad \begin{cases} \mathfrak{E} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}\left(r_\infty^2 f(r_\infty) - \frac{1}{10} k^2 r_0^4 f(r_0)\right), \\ \mathfrak{F} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}}{15} k^2 r_0^4 f(r_0) - 4\pi\mathfrak{D}\int_{r_0}^{r_\infty} r^2 f(r)\, d_r\left[\frac{\sin kr}{kr}\right] dr - \\ \quad - \frac{4\pi\mathfrak{D}\, r_\infty f(r_\infty)\sin(kr_\infty)}{k^3}. \end{cases}$$

§ 8.

Svingningernes Forplantelseshurtighed i eet System af Molekyler.

Lysets Forplantelseshurtighed Ω i Himmelrummet bestemmes, som forhen viist, ved Ligningen:

$$(205)\qquad \Omega = -\frac{\mathfrak{E}}{k^2}.$$

Indsættes nu Værdien af $\mathfrak{E}$, saa erholder man:

$$(255)\qquad \Omega^2 = -\frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}\left(\frac{r_\infty^2 f(r_\infty)}{k^2} - \frac{1}{10} r_0^4 f(r_0)\right),$$

eller, — naar man istedetfor k sætter dens ved Ligningen ((168)) bestemte Værdie:

$$k = \frac{2\pi}{l},$$

hvor l betegner Bölgelængden —:

$$(256)\qquad \Omega^2 = \frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}\left(\frac{l^2 r_\infty^2 f(r_\infty)}{4\pi^2} - \frac{1}{10} r_0^4 f(r_0)\right).$$

Af Iagttagelserne ved de saakaldte foranderlige Stjerner, hvis Lysstyrke periodisk forandres, er det bekjendt, at disse, medens deres Lysstyrke forandres betydelig, ikke vise nogen Forandring i Farven. Heraf kan man da slutte, at Hurtighederne af de forskjellige Farver af Lyset, der, som Interferensphænomenerne vise, svare til forskjellige Værdier af Svingningstiden T og fölgelig ogsaa af Bölgelængden l, ere ligestore, eller at i Himmelrummet Ω er uafhængig af l. Man maa fölgelig antage:

$$(257)\qquad r_\infty^2 f(r_\infty) = 0.$$

For at Ω^2 kan blive positiv, maa $r_0^4 f(r_0)$ være en negativ Störrelse. Sætter man altsaa:

$$(258) \qquad r_0^4 f(r_0) = - h(r_0),$$

saa finder man for de transversale Vibrationer:

$$(259) \qquad \Omega^2 = \frac{2\pi\mathfrak{D}}{15} h(r_0).$$

Forplantelseshurtigheden af de longitudinale Vibrationer findes af Ligningen (203):

$$(260) \qquad \Omega^2 = -\frac{\mathfrak{E}}{k^2} + \mathfrak{F};$$

fölgelig:

$$(261) \qquad \Omega^2 = \frac{\pi\mathfrak{D}}{5} h(r_0) + 4\pi\mathfrak{D}\int_{r^0}^{r_\infty} r^2 f(r) d_r \left[\frac{\sin kr}{kr}\right] dr.$$

§ 9.

Svingningernes Forplantningshurtighed i to Systemer af Molekyler.

Da der ingen Grund er til at antage, at Etherens Molekylarkræfter ere anderledes i et Legeme end i Himmelrummet, maa vi antage, at Ligningerne (257) og (258) fremdeles finde Sted. Molekylarkraften $f_{\prime\prime}(r)$, som virker mellem to af Legemets Partikler, maa endvidere, som det sees af Adhæsionsphænomenerne, aftage hurtigere end omvendt efter Qvadratet af Afstanden, det er, man maa antage:

$$(262) \qquad r_\infty^2 f_{\prime\prime}(r_\infty) = o.$$

Sætter man endvidere for Kortheds Skyld:

$$(263) \qquad r_\infty^2 f_{\prime}(r_\infty) = c,\ r_0^2 f_{\prime}(r_0) = -d(r_0),\ r'^4_0 f_{\prime\prime}(r'_0) = -g(r'_0),$$

saa give Ligningerne (253):

$$\mathfrak{E} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}}{30} k^2 h(r_0) - \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{3}\Big(c + d(r'_0)\Big),$$

$$(264) \qquad \mathfrak{E}_{\prime} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{3} d(r'_0) - 4\pi\mathfrak{D}' \frac{\cos(kr'_\infty) \cdot c}{k^2 r'^2_\infty},$$

$$,\mathfrak{E} = \frac{4\pi\mathfrak{D}}{3} d(r_0) - 4\pi\mathfrak{D}\frac{\cos(kr_\infty)\,c}{k^2 r_\infty^2},$$

$$\mathfrak{E}_{,,} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{30}k^2 g(r'_0) - \frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}\Big(c + d(r_0)\Big).$$

Ligningen (236), som bestemmer Forplantelseshurtigheden af de transversale Vibrationer, bliver da:

$$\Big[s^2 - \frac{4\pi\mathfrak{D}}{30}k^2 h(r_0) - \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{3}\Big(c + d(r'_0)\Big)\Big]\,.$$

$$(265)\quad .\Big[s^2 - \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{30}k^2 g(r'_0) - \frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}\Big(c + d(r_0)\Big)\Big] -$$

$$-\frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{9}\Big[-d(r'_0) + \frac{3c.\cos(kr_\infty)}{k^2 r_\infty^2}\Big].\Big[-d(r_0) + \frac{3c.\cos(kr_\infty)}{k^2 r_\infty^2}\Big] = o.$$

For at her $\Omega^2 = \frac{s^2}{k^2}$ kan erholde en endelig positiv Værdie, er det nödvendigt, at c er en endelig Störrelse, fölgelig $\frac{c.\cos(kr_\infty)}{k^2 r_\infty^2} = o$. For at man endvidere kun skal erholde een Værdie af $\frac{s^2}{k^2}$, det er, for at i isophane Legemer de transversale Vibrationer, som svare til den samme Værdie af s, altsaa til den samme Farve, kun skulle erholde een Forplantelseshurtighed, eller disse Legemer være enkeltbrydende, er det nödvendigt, at Koefficienten til k^4 er liig Nul eller dog en meget liden Störrelse. Om den er af samme Grad som de forhen bortkastede Störrelser, fölgelig som de höiere Potentser af r'_0, maa Observationerne over de forskjelligfarvede Lysstraalers Hurtighed afgjöre. Man maa altsaa antage:

(266) $g(r'_0) = -r'^4_0 f_{,,}(r'_0) =$ en meget liden Störrelse.

Sætter man nu:

$$\alpha = \frac{4\pi\mathfrak{D}}{30}h(r_0) + \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{30}g(r'_0) = -\frac{4\pi\mathfrak{D}}{30}r_0^4 f(r_0) - \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{30}r'_0 f_{,,}(r'_0),$$

$$\beta = -\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{3}\Big(c + d(r'_0)\Big) - \frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}\Big(c + d(r_0)\Big) = -\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{3}\Big(r_\infty^2 f_{,}(r_\infty) -$$

$$- r'^2_0 f_{,}(r'_0)\Big) - \frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}\Big(r_\infty^2 f_{,}(r_\infty) - r_0^2 f_{,}(r_0)\Big),$$

$$\gamma = \frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{9}c\Big(c+d(r_0)+d(r'_0)\Big) = \frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{9}r_\infty^2\,\mathfrak{f}_{,}(r_\infty).$$

$$(267)\qquad \Big(r_\infty^2\,\mathfrak{f}_{,}(r_\infty) - r_0^2\mathfrak{f}_{,}(r_0) - r'^2_0\mathfrak{f}_{,}(r'_0)\Big),$$

$$\delta = -\frac{16\pi^2\mathfrak{D}^2}{90}\mathfrak{h}(r_0)\Big(c+d(r_0)\Big) - \frac{16\pi^2\mathfrak{D}'^2}{90}\mathfrak{g}(r'_0)\Big(c+d(r'_0)\Big) =$$

$$= \frac{16\pi^2\mathfrak{D}^2}{90}r_0^4\mathfrak{f}(r_0)\Big(r_\infty^2\,\mathfrak{f}_{,}(r_\infty) - r_0^2\mathfrak{f}_{,}(r_0)\Big) +$$

$$+ \frac{16\pi^2\mathfrak{D}'^2}{90}r'^4_0\mathfrak{f}_{,,}(r_0)\Big(r_\infty^2\,\mathfrak{f}_{,}(r_\infty) - r'^2_0\mathfrak{f}_{,}(r'_0)\Big),$$

$$\lambda = \frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{900}\mathfrak{h}(r_0)\mathfrak{g}(r'_0) = \frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{900}r_0^4\mathfrak{f}(r_0)\;r'^4_0\mathfrak{f}_{,,}(r'_0),$$

saa bliver Ligningen (265):

$$(268)\qquad s^4 - \alpha s^2k^2 + \beta s^2 + \gamma - \delta k^2 + \lambda k^4 = o,$$

hvor λ er en meget liden Störrelse.

Lysets Hurtighed Ω i isophane gjennemsigtige Legemer findes fölgelig af Ligningen:

$$\Omega^2 = \frac{-2s^2\lambda}{-(\alpha s^2+\delta) + \sqrt{(\alpha s^2+\delta)^2 - 4(s^4+\beta s^2+\gamma)\lambda}}$$

eller, naar man bortkaster de höiere Potentser af λ:

$$(269)\qquad \Omega^2 = \alpha + \frac{(\delta-\alpha\beta)s^2 - \alpha\gamma}{s^4+\beta s^2+\gamma} - \frac{\lambda s^4}{\alpha s^2+\delta}.$$

§ 10.

Lysets Dispersion.

Indsætter man i Ligningen (269) eller (268) de ved Observationer af Interferents- og Refractions-Phænomener bestemte Værdier af $s = \frac{2\pi}{T}$ og $k = \frac{2\pi}{l}$, som svare til de forskjellige Farver, saa kan man ved Sandsynlighedsregningen bestemme de sandsynligste Værdier af Koefficienterne α, β, γ, δ, λ. Jeg har udfört denne Regning for nogle faa Legemer ved Hjælp af de mindste Qvadraters Methode og fundet, at β, δ og λ stedse blive meget usikkre;

α og γ derimod kunne bestemmes med særdeles Nöiagtighed som Funktioner af disse. En af Störrelserne β og δ kan ogsaa bestemmes med temmelig Nöiagtighed som Funktion af den anden og af λ. Jeg skal i en senere Afhandling meddele de paa denne Maade for nogle Legemer fundne Værdier af α, γ, β, δ, λ og vise, at de heraf beregnede Værdier af Ω med stor Nöiagtighed stemme overeens med de af Observationerne bestemte. Dog kan denne Overeensstemmelse ikke ansees som noget Beviis for Rigtigheden af Formelen (268). Da man nemlig ved de nöiagtigste Undersögelser over Værdierne af *s* og *k*. nemlig Frauenhofers, kun erholder 7 Ligninger, vil næsten enhver Ligning, som indeholde 3 eller flere konstante Störrelser, kunne stemme overeens med disse Observationer. De forskjellige Formler, man hidtil har givet for Lysets Dispersion, og hvis Rigtighed kun er beviist af deres Overeensstemmelse med Observationerne, ere derfor kun at betragte som Interpolationsformler.

Blandt disse Formler ere især deleshed de af Cauchy og Powell givne at bemærke. Den Förste, hvem den mathematiske Optik næsten skylder sin hele Udvikling, har ved Forklaringen af Lysets Dispersion, som mig synes, opstillet en falsk Theorie. I sin „Mémoire sur la dispersion de la lumière” har han nemlig kun betragtet eet System af Molekyler. For at erholde eens Hurtighed for de forskjellige Farver i Himmelrummet antager han de i forrige Paragraf udviklede Betingelsesligninger (257) og (258) for Molekylarkræfterne. Men for ved de samme Ligninger for de uendelig smaa Bevægelser af eet System af Molekyler ogsaa at forklare Lysets Dispersion i Legemerne, maa man enten antage, at Ether-

partiklernes Molekylarkræfter virke anderledes, naar disse befinde sig i et Legeme, end naar de befinde sig i det tomme Himmelrum, hvilket er det samme som at antage een Art Ether i Himmelrummet og en anden Art i Legemerne, eller ogsaa at Afstanden mellem Ethermolekylerne, naar disse befinde sig i et disperserende Medium, ere meget större end i Himmelrummet og ikke længer kunne bortkastes med Hensyn til Bölgelængden. Men nu er tilnærmelsesviis, naar man ikke tager Hensyn til Dispersion,

i Himmelrummet $\Omega^2 = \frac{2\pi\mathfrak{D}}{15} h(r_0)$,

i Legemet $\Omega''^2 = \frac{2\pi\mathfrak{D}''}{15} h(r''_0)$,

hvor Ω og Ω'' betegne Lysets Hurtighed, $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{D}''$ Etherens Tæthed, r_0 og r''_0 Ethermolekylernes korteste Afstand respective i Himmelrummet og i Legemet. Betegnes Brydningskoefficienten ved n, saa er:

$$\Omega^2 = n^2 \Omega''^2$$

$$\text{eller: } \mathfrak{D} h(r_0) = n^2 \mathfrak{D}' h(r''_0).$$

Indsættes nu Værdierne af $h(r_0)$ og $h(r''_0)$ og bemærkes, at:

$$\mathfrak{D} : \mathfrak{D}'' = r''^3_0 : r^3_0 = \frac{1}{r^3_0} : \frac{1}{r''^3},$$

saa erholdes:

$$- r_0 f(r_0) = - n^2 r''_0 f(r''_0).$$

Da $r^2_\infty f(r_\infty)$ ifölge (257) er liig Nul, maa man antage, at den frastödende Kraft $f(r_0)$ aftager hurtigere, end Qvadratet af Afstanden tiltager, og at fölgelig, da $r''_0 \mathrel{7} r_0$:

$$-r^2_0 f(r_0) \mathrel{7} - r''^2_0 f(r''_0),$$

fölgelig ved Division: $\frac{1}{r_0} \angle \frac{n^2}{r''_0}$, eller $r''_0 \angle n^2 r_0$.

Men da $l = \Omega T$, saa er: $l'' = \frac{1}{n} l$,

(269) og fölgelig: $\frac{r''_0}{l''} \angle n^3 \frac{r_0}{l}$.

Antager man Brydningskoefficienten liig 1,5, som den omtrent er ved Glas, findes:

$$\frac{r''_0}{l''} \angle 3,4 \frac{r_0}{l}.$$

Kan man nu i Himmelrummet bortkaste Störrelsen $\frac{r_0}{l}$ som en umærkelig Störrelse, saa maa man ogsaa i Legemerne kunne bortkaste den höist mellem 3 og 4 Gange saa store Störrelse $\frac{r''_0}{l''}$.

Legemets Molekylers Virkning paa Ethermolekylerne kan paa ingen Maade sættes ud af Betragtning. Det kan nemlig kun være disse, som foraarsage den forandrede Tæthed hos Etheren i de forskjellige Legemer, og, naar man maa tage denne Virkning af dem i Betragtning, er der ingen Grund til ikke ogsaa at tage Hensyn til deres Virkning paa Ethermolekylernes Vibrationer. Cauchy har ogsaa selv först bemærket dette og i sine „Exercices d'Analyse et de Physique mathématique" först udviklet de i nærværende Afhandling fremstillede Differentialligninger for de uendelig smaa Bevægelser af to Systemer af Molekyler.

Cauchys Formler for Lysets Dispersion ere imidlertid særdeles anvendelige som Interpolationsformler. Han har meddeelt to Rækker af saadanne, den ene efter Potenzerne af s^2, den anden efter Potentserne af k^2. Begge ere beregnede efter Frauenhofers Observationer. Betegner man ved θ et Legemes Brydningskoefficient, det er: Forholdet mellem Lysets Hurtighed i det tomme Rum og i Legemet, og vælger til Tidseenhed $\frac{1}{10^{15}}$ Delen af et Sekund, saa er efter hans förste Formel (Mémoire sur la dispersion de la lumière pag. 217):

for Vand, 1ste Række af Iagttagelser $\Theta^2 = 1{,}751609 + 0{,}0025994\, s^2 - 0{,}000014565\, s^4$,

— — 2den — - — $\Theta^2 = 1{,}751950 + 0{,}0025581\, s^2 - 0{,}000013550\, s^4$,

— Kalioplösning $\Theta^2 = 1{,}934311 + 0{,}0031664\, s^2 - 0{,}000010224\, s^4$,

— Kronglas No. 13 $\Theta^2 = 2{,}292959 + 0{,}0038288\, s^2 - 0{,}000001900\, s^4$,

— — No. 9 $\Theta^2 = 2{,}297191 + 0{,}0038803\, s^2 - 0{,}000001423\, s^4$,

— — Littr. M $\Theta^2 = 2{,}381364 + 0{,}0044226\, s^2 - 0{,}000007519\, s^4$,

— Flintglas No. 3 $\Theta^2 = 2{,}514461 + 0{,}0061934\, s^2 + 0{,}000039490\, s^4$,

— — No. 30 $\Theta^2 = 2{,}578081 + 0{,}0068299\, s^2 + 0{,}000049100\, s^4$,

— — No. 23, 1ste Række af Iagttagelser $\Theta^2 = 2{,}586562 + 0{,}0069734\, s^2 + 0{,}000049175\, s^4$,

— — - - 2den — - — $\Theta^2 = 2{,}587096 + 0{,}0068962\, s^2 + 0{,}000051548\, s^4$,

— — No. 13 $\Theta^2 = 2{,}588160 + 0{,}0073467\, s^2 + 0{,}000038753\, s^4$.

Efter Cauchys anden Formel (Compt. rend. Tome 15 pag. 1094) er, naar fremdeles til Tidseenhed vælges $\frac{1}{10^{15}}$ Delen af et Sekund og til Længdeenhed $\frac{1}{10^4}$ Delen af et Millimeter:

for Vand $\Omega^2 = 5{,}4800\,(1 - 0{,}00808\, k^2 + 0{,}000373\, k^4)$,

— Kalioplösning $\Omega^2 = 4{,}0712\,(1 - 0{,}00815\, k^2 + 0{,}000263\, k^4)$,

— Kronglas No. 13 $\Omega^2 = 4{,}1935\,(1 - 0{,}00700\, k^2 + 0{,}000113\, k^4)$,

— — No. 9 $\Omega^2 = 4{,}1858\,(1 - 0{,}00707\, k^2 + 0{,}000111\, k^4)$,

— — Litt. M $\Omega^2 = 4{,}0378\,(1 - 0{,}00749\, k^2 + 0{,}000061\, k^4)$,

— Flintglas No. 3 $\Omega^2 = 3,8241\ (1 - 0,00941\ k^2 - 0,000052\ k^4)$,
— — No. 30 $\Omega^2 = 3,7298\ (1 - 0,00988\ k^2 - 0,000069\ k^4)$,
— — No. 23 $\Omega^2 = 3,7172\ (1 - 0,00996\ k^2 - 0,000071\ k^4)$,
— — No. 13 $\Omega^2 = 3,7152\ (1 - 0,01055\ k^2 + 0,000016\ k^4)$.

I flere Artikler af Philosophical Transactions og Philosophical Magazine og senere i et særskilt Værk: „A general and elementary view of the undulatory theory, as applied to the dispersion of light and some others subjects", har Baden Powell udviklet og sögt at bevise Overeensstemmelsen med Observationerne af fölgende Formel:

$$\Omega^2 = \Sigma \left\{ H^2 \frac{\sin^2\left(\frac{kr_0}{2}\right)}{\left(\frac{kr_0}{2}\right)^2} \right\}$$

$$= \Sigma(H^2) - \tfrac{1}{12}k^2\Sigma(H^2 r_0^2) + \tfrac{1}{360}k^4\Sigma(H^2 r_0^4) - \dots$$

$$= a + bk^2 + ck^4 + \dots$$

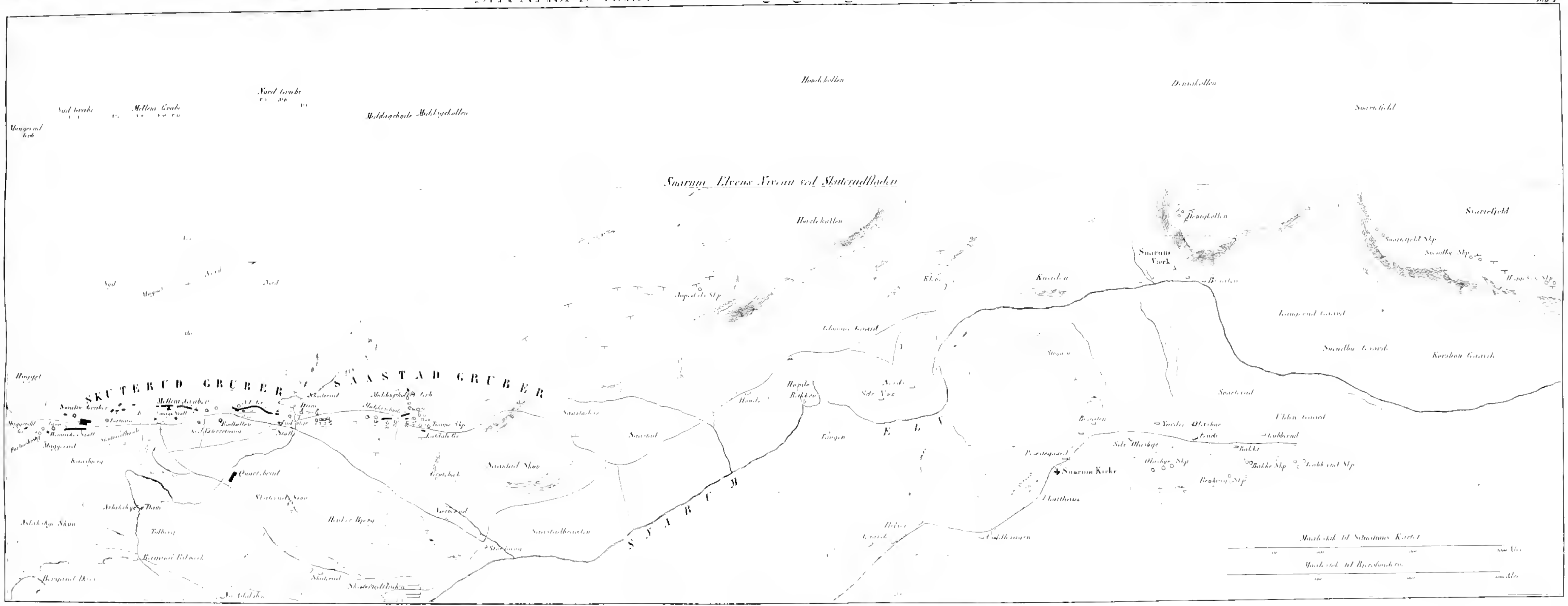
Denne Formel stemmer overeens med Cauchys ovenstaaende anden Række, da Koefficienterne: ΣH^2, $\Sigma H_2\, r_0^2$, $\Sigma H^2\, r_0^4$, ... ere aldeles uafhængige af hverandre. Powell forudsætter her, ligesom Cauchy ved Udviklingen af sin Formel, at r_0 ikke er særdeles liden med Hensyn til Bölgelængden $l = \frac{2\pi}{k}$,

i hvilket Tilfælde nemlig $\frac{\sin\left(\frac{kr_0}{2}\right)}{\left(\frac{kr_0}{2}\right)}$ vilde nærme sig til Enheden og fölgelig Rækken reduceres til sit förste Led. Man erholder denne Formel ved i forrige Paragraph ved Udviklingen af Værdien af 𝔊 af Ligningerne (252) ikke at antage, at Udtrykket:

$$\cos kr - \frac{\sin kr}{kr} + \tfrac{1}{3}k^2 r^2 = \tfrac{1}{5}\frac{k^4 r^4}{1.2.3} - \tfrac{1}{7}\frac{k^6 r^6}{1.2.3.4.5} \cdots$$

for $r = r_0$ reduceres til sit förste Led $\frac{1}{30} k^4 r_0^4$, men at de fölgende Led ogsaa erholde en mærkelig Værdie. Jeg har imidlertid sögt at bevise, at r_0 ligesaavel i Legemer som i Himmelrummet maa ansees som en særdeles liden Störrelse med Hensyn til Bölgelængden, og at saaledes ogsaa Powels Formel maa forkastes.

SITUATIONS KART over det vestlige og östlige Koboltbaand paa MODUM.



Nyt Magazin
for Naturvidenskaberne.
5te Bind.

III.

Lovene for Lysets Forplantelse i isophane og eenaxig krystalliserede Legemer.

Af

O. I. Broch.

Capitel 2.

Lovene for Lysets Forplantelse i Legemer, som ved ydre Tryk eller ved Opvarmen ere forandrede til eenaxige Krystaller.

§ 1.

Ligninger for de uendelig smaa Bevægelser i to Systemer af Molekyler.

Man kalder i optisk Henseende et Legeme eller System af Molekyler eenaxig krystalliseret, naar Lysets Forplantelse finder Sted i Legemet med den samme Hurtighed i alle Retninger, der danne ligestore Vinkler med en, hvad Retningen angaaer, fast Axe, men med forskjellige

Hurtigheder, naar denne Vinkel forandres. Vi ville antage x Axen at være parallel med Legemets Axe. Man vil da let paa samme Maade som i foregaaende Kapitel indsee, at, naar Koefficienterne af Ligningerne ((21)) ikke skulle forandre deres Form, naar Axesystemet dreies om x Axen, er det tilstrækkeligt og nödvendigt, at de karakteristiske Funktioner, som man erholder, naar man i Funktionerne $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{G}_{,}$, ${}_{,}\mathfrak{G}$, $\mathfrak{G}_{,,}$, $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_{,}$, ${}_{,}\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_{,,}$ sætter Tegnene d_x, d_y, d_z istedetfor Störrelserne u, v, w, ere hele Funktioner af d_x og $d_y^2 + d_z^2$. Hvis fremdeles Lovene for Lysets Forplantelse ikke forandres, om den Vinkel, Straalen danner med Axen, regnes fra den ene eller den anden Side, saa maa hine Funktioner ogsaa være hele karakteristiske Funktioner af d_x^2. Störrelserne $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{G}_{,}$, ${}_{,}\mathfrak{G}$, $\mathfrak{G}_{,,}$, $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_{,}$, ${}_{,}\mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_{,,}$ blive fölgelig i förste Tilfælde hele Funktioner af u og af $v^2 + w^2$, i sidste af u^2 og $v^2 + w^2$.

Sætter man nu:

$$v^2 + w^2 = \varkappa_{,}^2;$$

$$(270)\quad \begin{aligned}
&\mathfrak{E} = \mathfrak{G} + \frac{1}{\varkappa_{,}} d_{\varkappa_{,}} \mathfrak{H}\ ;\ \mathfrak{F} = \frac{1}{\varkappa_{,}} d_{\varkappa_{,}} \left(\frac{1}{\varkappa_{,}} d_{\varkappa_{,}}\ \mathfrak{H}\right);\\
&\mathfrak{I} = \frac{1}{u} d_u \left(\frac{1}{\varkappa_{,}} d_{\varkappa_{,}}\ \mathfrak{H}\right);\\
&\mathfrak{E}_{,} = \mathfrak{G}_{,} + \frac{1}{\varkappa_{,}} d_{\varkappa_{,}} \mathfrak{H}_{,}\ ;\ \mathfrak{F}_{,} = \frac{1}{\varkappa_{,}} d_{\varkappa_{,}} \left(\frac{1}{\varkappa_{,}} d_{\varkappa_{,}} \mathfrak{H}_{,}\right);\\
&\mathfrak{I}_{,} = \frac{1}{u} d_u \left(\frac{1}{\varkappa_{,}} d_{\varkappa_{,}}\ \mathfrak{H}_{,}\right);\\
&{}_{,}\mathfrak{E} = {}_{,}\mathfrak{G} + \frac{1}{\varkappa_{,}} d_{\varkappa_{,}} {}_{,}\mathfrak{H}\ ;\ {}_{,}\mathfrak{F} = \frac{1}{\varkappa_{,}} d_{\varkappa_{,}} \left(\frac{1}{\varkappa_{,} d_{\varkappa}}{}'\ {}_{,}\mathfrak{H}\right);\\
&{}_{,}\mathfrak{I} = \frac{1}{u} d_u \left(\frac{1}{\varkappa_{,}} d_{\varkappa_{,}}\ {}_{,}\mathfrak{H}\right);\\
&\mathfrak{E}_{,,} = \mathfrak{G}_{,,} + \frac{1}{\varkappa_{,}} d_{\varkappa_{,}} \mathfrak{H}_{,,}\ ;\ \mathfrak{F}_{,,} = \frac{1}{\varkappa_{,}} d_{\varkappa_{,}} \left(\frac{1}{\varkappa_{,}} d_{\varkappa}\ \mathfrak{H}_{,,}\right);\\
&\mathfrak{I}_{,,} = \frac{I}{u} d_u \left(\frac{1}{\varkappa_{,}} d_{\varkappa_{,}} \mathfrak{H}_{,,}\right);
\end{aligned}$$

og betegner ved E, $E_{,}$, ${}_{,}E$, $E_{,,}$, F, $F_{,}$, ${}_{,}F$, $F_{,,}$, I, $I_{,}$, ${}_{,}I$, $I_{,,}$

de tilsvarende karakteristiske Funktioner af d_x og $d_y^2 + d_z^2$, som man erholder af de ovennævnte Störrelser ved istedetfor u, v, w at sætte Tegnene d_x, d_y, d_z, saa kunne Ligningerne ((21)) sættes under fölgende Form:

$$\begin{aligned}
&\left(L - d_t^2\right)\xi + d_x I\left(d_y\eta + d_z\zeta\right) + L_{,}\xi' + \\
&\qquad + d_x I_{,}\left(d_y\eta' + d_z\zeta'\right) = o, \\
&{}_{,}L\zeta + d_x\,{}_{,}I\left(d_y\eta + d_z\zeta\right) + \left(L_{,,} - d_t^2\right)\xi' + \\
&\qquad + d_x I_{,,}\left(d_y\eta' + d_z\zeta'\right) = o, \\
&\left(E - d_t^2\right)\eta + d_y\left(I d_x\xi + F\left(d_y\eta + d_z\zeta\right)\right) + \\
&+ E_{,}\eta' + d_y\left(I_{,} d_x\xi' + F_{,}\left(d_y\eta' + d_z\zeta'\right)\right) = o, \\
(271)\quad &{}_{,}E\eta + d_y\left({}_{,}I d_x\xi + {}_{,}F\left(d_y\eta + d_z\zeta\right)\right) + \\
&+ \left(E_{,,} - d_t^2\right)\eta' + d_y\left(I_{,,} d_x\xi' + F_{,,}\left(d_y\eta' + d_z\zeta'\right)\right) = o, \\
&\left(E - d_t^2\right)\zeta + d_z\left(I d_x\xi + F\left(d_y\eta + d_z\zeta\right)\right) + \\
&+ E_{,}\zeta' + d_z\left(I_{,} d_x\xi' + F_{,}\left(d_y\eta' + d_z\zeta'\right)\right) = o, \\
&{}_{,}E\zeta + d_z\left({}_{,}I d_x\xi + {}_{,}F\left(d_y\eta + d_z\zeta\right)\right) + \\
&+ \left(E_{,,} - d_t^2\right)\zeta' + d_z\left(I_{,,} d_x\xi' + F_{,,}\left(d_y\eta' + d_z\zeta'\right)\right) = o.
\end{aligned}$$

Störrelserne $d_y\eta + d_z\zeta$ og $d_y\eta' + d_z\zeta'$ betegne Fladeudvidelserne i enhver af de to Systemer af Molekyler i et Plan lodret paa Krystalaxen. Sætte vi for Kortheds Skyld:

$$(272)\qquad d_y\eta + d_z\zeta = f, \quad d_y\eta' + d_z\zeta' = f',$$

saa erholder man af (271) mellem Störrelserne ξ, ξ', f, f' de fire Ligninger:

$$\begin{aligned}
&\left(L - d_t^2\right)\xi + d_x I f + L_{,}\xi' + d_x I_{,} f' = o, \\
&{}_{,}L\xi + d_x\,{}_{,}I f + \left(L_{,,} - d_t^2\right)\xi' + d_x I_{,,} f' = o, \\
&d_x I\left(d_y^2 + d_z^2\right)\xi + \left(E - d_t^2 + F\left(d_y^2 + d_z^2\right)\right) f +
\end{aligned}$$

$$(273)\quad +d_x I_{,}\left(d_y^2+d_z^2\right)\xi'+\left(E_{,}+F_{,}(d_y^2+d_z^2)\right)f'=o,$$

$$d_x\,{}_{,}I\left(d_y^2+d_z^2\right)\xi+\left({}_{,}E+{}_{,}F(d_y^2+d_z^2)\right)f+$$
$$+d_x I_{,,}\left(d_y^2+d_z^2\right)\xi'+\left(E_{,,}-d_t^2+F_{,,}(d_y^2+d_z^2)\right)f'=o,$$

og mellem de to Störrelser $d_z\eta-d_y\zeta$, $d_z\eta'-d_y\zeta'$ Ligningerne:

$$(274)\quad \begin{cases}\left(E-d_t^2\right)\left(d_z\eta-d_y\zeta\right)+E_{,}\left(d_z\eta'-d_y\zeta'\right)=o,\\ {}_{,}E\left(d_z\eta-d_y\zeta\right)+\left(E_{,,}-d_t^2\right)\left(d_z\eta'-d_y\zeta'\right)=o.\end{cases}$$

§ 2.

Almindelige Integraler af Differentialligningerne for de uendelig smaa Bevægelser i to Systemer af Molekyler.

Eliminerer man Störrelserne ξ, η, ζ, ξ', η', ζ' mellem Ligningerne (271), saa erholder man fölgende karakteristiske Ligning:

$$(275)\quad \nabla=\nabla'\nabla''=o,$$

hvor

$$\nabla'=o$$

er den karakteristiske Ligning, der erholdes af Ligningerne (274) ved Elimination af Störrelserne $\left(d_z\eta-d_y\zeta\right)$ og $\left(d_z\eta'-d_y\zeta'\right)$, og

$$\nabla''=o$$

er den karakteristiske Ligning, som erholdes af Ligningerne (273) ved Elimination af Störrelserne ξ, ξ', f, f'. Man har fölgelig:

$$(276)\quad \nabla'=(d_t^2-E_{,,})\,(d_t^2-E)-E_{,}\,.\,{}_{,}E,$$

$$\nabla''=\left(d_t^2-E-F(d_y^2+d_z^2)\right)\left(d_t^2-E_{,,}-F_{,,}(d_y^2+d_z^2)\right)$$
$$(d_t^2-L)\,(d_t^2-L_{,,})-$$
$$-\left(d_t^2-E-F(d_y^2+d_z^2)\right)\left(d_t^2-E_{,,}-F_{,,}(d_y^2+d_z^2)\right)L_{,}\,.\,{}_{,}L-$$
$$-\left(d_t^2-E-F(d_y^2+d_z^2)\right)\left(d_t^2-L\right)d_x^2\,I_{,,}^2\left(d_y^2+d_z^2\right)-$$

$$
\begin{aligned}
&-\left(d_t^2-E_{,,}-F_{,,}(d_y^2+d_z^2)\right)\left(d_t^2-L\right)d_x\,{}_{,}I\,d_x\,I_{,}\left(d_y^2+d_z^2\right)-\\
&-\left(d_t^2-E-F\,(d_y^2+d_z^2)\right)\left(d_t^2-L_{,,}\right)d_x\,I_{,}\,d_x\,{}_{,}I\left(d_y^2+d_z^2\right)-\\
&-\left(d_t^2-E_{,,}-F_{,,}(d_y^2+d_z^2)\right)\left(d_t^2-L_{,,}\right)d_x^2\,I^2\left(d_y^2+d_z^2\right)-\\
&-\left(d_t^2-L\right)\left(d_t-E_{,,}-F_{,,}\,(d_y^2+d_z^2)\right)\left(E_{,}+F_{,}\,(d_y^2+d_z^2)\right)\cdot\\
&\quad\left({}_{,}E+{}_{,}F\,(d_y^2+d_z^2)\right)-\\
&-\left(d_t^2-E-F\,(d_y^2+d_z^2)\right)\left(L_{,}\,d_x\,I_{,,}\,d_x\,{}_{,}I\,(d_y^2+d_y^2)+\right.\\
(277)\quad&\left.+{}_{,}L\,d_x\,I_{,}\,d_x\,I_{,,}\,(d_y^2+d_z^2)\right)-\\
&-\left(d_t^2-E_{,,}-F_{,,}\,(d_y^2+d_z^2)\right)\left({}_{,}L\,d_x\,I\,d_x\,I_{,}(d_y^2+d_z^2)+\right.\\
&\left.+L_{,}\,d_x\,{}_{,}I\,d_x\,I\,(d_y^2+d_z^2)\right)-\\
&-\left(d_t^2-L\right)\Big[\left({}_{,}E+{}_{,}F\,(d_y^2+d_z^2)\right)d_x\,I_{,,}\,d_x\,I_{,}(d_y^2+d_z^2)^2+\\
&+\left(E_{,}+F_{,}\,(d_y^2+d_z^2)\right)d_x\,{}_{,}I\,d_x\,I_{,,}\,(d_y^2+d_z^2)\Big]-\\
&-\left(d_t^2-L_{,,}\right)\Big[\left(E_{,}+F_{,}\,(d_y^2+d_z^2)\right)d_x\,I\,d_x\,{}_{,}I\left(d_y^2+d_z^2\right)+\\
&+\left({}_{,}E+{}_{,}F\,(d_y^2+d_z^2)\right)d_x\,{}_{,}I\,d_x\,I\,(d_y^2+d_z^2)\Big]+\\
&+L_{,}\,{}_{,}L\left(E_{,}+F_{,}\,(d_y^2+d_z^2)\right)\left({}_{,}E+{}_{,}F(d_y^2+d_z^2)\right)-\\
&-L_{,}\left(E_{,}+F_{,}\,(d_y^2+d_z^2)\right)d_x\,{}_{,}I\,d_x\,{}_{,}I\,(d_y^2+d_z^2)-\\
&-L_{,}\left({}_{,}E+{}_{,}F\,(d_y^2+d_z^2)\right)d_x\,I_{,,}\,d_x\,I\,(d_y^2+d_z^2)-\\
&-{}_{,}L\left(E_{,}+F_{,}\,(d_y^2+d_z^2)\right)d_x\,I\,d_x\,I_{,,}\left(d_y^2+d_z^2\right)-\\
&-{}_{,}L\left({}_{,}E+{}_{,}F\,(d_y^2+d_z^2)\right)d_x\,I_{,}\,d_x\,I_{,}\left(d_y^2+d_z^2\right)+\\
&+d_x^2\,I\left(d_y^2+d_z^2\right)d_x^2\,I_{,,}^2\left(d_y^2+d_z^2\right)-\\
&-d_x\,I\,d_x\,I_{,,}\,d_x\,I_{,}\left(d_y^2+d_z^2\right)d_x\,{}_{,}I\left(d_y^2+d_z^2\right)-\\
&-d_x\,I_{,}\,d_x\,{}_{,}I\,d_x\,I\left(d_y^2+d_z^2\right)d_x\,I_{,,}\left(d_y^2+d_z^2\right)+\\
&+d_x^2\,I_{,}^2\left(d_y^2+d_z^2\right)d_x^2\,{}_{,}I^2\left(d_y^2+d_z^2\right).
\end{aligned}
$$

For at erholde de fuldstændige Integraler af Ligningerne (271) maa man efter Cauchys Methode i disse Ligninger paa höire Side af Lighedstegnet istedetfor Nul

respective sætte Udtrykkene: $-\nabla(\Phi + d_t\varphi)$, $-\nabla(\Phi' + d_t\varphi')$ $-\nabla(X + d_t\chi)$, $-\nabla(X' + d_t\chi')$, $-\nabla(\Psi + d_t\psi)$, $-\nabla(\Psi' + d_t\psi')$ og derpaa oplöse Ligningerne med Hensyn til , η, ζ, ξ', η', ζ', idet man behandler Tegnene d_x, d_y, d_z, som om de vare Störrelser. Men dette bliver det samme som i Ligningerne (273) og (274) paa höire Side af Ligheds-tegnet istedetfor Nul respective at sætte Störrelserne: $-\nabla(\Phi + d_t\varphi)$, $-\nabla(\Phi' + d_t\varphi')$, $-\nabla\left[d_y(X + d_t\chi) + d_z(\Psi + d_z\psi)\right]$, $-\nabla\left[d_y(X' + d_t\chi') + d_z(\Psi' + d_t\psi')\right]$, $-\nabla\left[d_z(X + d_t\chi) - d_y(\Psi + d_t\psi)\right]$, $-\nabla\left[d_z(X' + d_t\chi') - d_y(\Psi' + d_t\psi')\right]$ og da oplöse Ligningerne (273) med Hensyn til ξ, ξ', f, f' og Ligningerne (274) med Hensyn til $(d_z\eta - d_y\zeta)$ og $(d_z\eta' - d_z\zeta')$.

Betegner man nu for Kortheds Skyld ved α, β, γ, δ, $\alpha_{,}$, $\beta_{,}$, $\gamma_{,}$, $\delta_{,}$, ${}_{,}\alpha$, ${}_{,}\beta$, ${}_{,}\delta$, ${}_{,}\gamma$, $\alpha_{,,}$, $\beta_{,,}$, $\gamma_{,,}$, $\delta_{,,}$ saadanne karakteristiske Funktioner, at den i (277) givne Værdie af ∇'' kan sættes under fölgende Form:

$$\nabla'' = \alpha\left(L - d_t^2\right) + \beta._{,}L + \gamma d_x\, I\left(d_x^2 + d_y^2\right) + \delta d_x\, {}_{,}I\left(d_y^2 + d_z^2\right) =$$
$$= \alpha_{,}\, d_x I + \beta_{,}\, d_x\, {}_{,}I + \gamma'\left(E - d_t^2 + F\,(d_y^2 + d_z^2)\right) +$$
$$(278) \qquad + \delta_{,}\left({}_{,}E + {}_{,}F\,(d_y^2 + d_z^2)\right) =$$
$$= {}_{,}\alpha\, L_{,} + {}_{,}\beta\left(L_{,,} - d_t^2\right) + {}_{,}\gamma d_x I_{,}\left(d_y^2 + d_z^2\right) + {}_{,}\delta d_x I_{,,}\left(d_y^2 + d_z^2\right) =$$
$$= \alpha_{,,}\, d_x I_{,} + \beta_{,,}\, d_x I_{,,} + \gamma_{,,}\left(E_{,} + F_{,}\,(d_y^2 + d_z^2)\right) +$$
$$+ \delta_{,,}\left(E_{,,} - d_t^2 + F_{,,}\,(d_y^2 + d_z^2)\right),$$

saa finder man paa denne Maade:

$$\xi = -\alpha\,\nabla'\left(\Phi + d_t\varphi\right) - \beta\,\nabla'\left(\Phi' + d_t\varphi'\right) -$$
$$-\gamma\,\nabla'\left(d_y(X + d_t\chi) + d_z(\Psi + d_t\psi)\right) -$$
$$-\delta\,\nabla'\left(d_y(X' + d_t\chi') + d_z(\Psi' + d_t\psi')\right);$$

$$\mathrm{f} = -\alpha_{,} \nabla'\left(\Phi + d_t\,\varphi\right) - \beta_{,} \nabla'\left(\Phi' + d_t\varphi'\right) -$$
$$- \gamma_{,} \nabla'\left(d_y\,(X + d_t\,\chi) + d_z\,(\Psi + d_t\,\psi)\right) -$$
$$- \delta_{,} \nabla'\left(d_y\,(X' + d_t\chi') + d_z(\Psi' + d_t\psi')\right);$$

$$(279)\quad \xi' = -{}_{,}\alpha\,\nabla'\left(\Phi + d_t\,\varphi\right) - {}_{,}\beta\,\nabla'\left(\Phi' + d_t\varphi'\right) -$$
$$- {}_{,}\gamma\,\nabla'\left(d_y\,(X + d_t\,\chi) + d_z\,(\Psi + d_t\,\psi)\right) -$$
$$- {}_{,}\delta\,\nabla'\left(d_y\,(X' + d_t\,\chi') + d_z\,(\Psi' + d_t\,\psi')\right);$$

$$\mathrm{f}' = -\alpha_{\prime\prime} \nabla'\left(\Phi + d_t\,\varphi\right) - \beta_{\prime\prime} \nabla'\left(\Phi' + d_t\varphi'\right) -$$
$$- \gamma_{\prime\prime} \nabla'\left(d_y\,(X + d_t\chi) + d_z\,(\Psi + d_t\,\psi)\right) -$$
$$- \delta_{\prime\prime} \nabla'\left(d_y\,(X' + d_t\,\chi') + d_z\,(\Psi' + d_t\psi')\right).$$

$$d_z\,\eta - d_y\zeta = \left(d_t^2 - E_{\prime\prime}\right)\nabla''\left[d_z(X + d_t\chi) - d_y(\Psi + d_t\psi)\right] +$$
$$+ E_{,}\,\nabla''\left[d_z\,(X' + d_t\,\chi') - d_y\,(\Psi' + d_t\,\psi')\right],$$
$$(280)$$
$$d_z\eta' - d_y\zeta = {}_{,}E\,\nabla''\left[d_z\,(X + d_t\,\chi) - d_y\,(\Psi + d_t\psi)\right] +$$
$$+ (d_t - E)\left[d_z\,(X' + d_t\chi') - d_y\,(\chi' + d_t\,\chi')\right].$$

Heraf findes endvidere:

$$\eta = -\frac{d_y\,\alpha_{,}}{d_y^2 + d_z^2}\,\nabla'\,(\Phi + d_t\,\varphi) - \frac{d_y\,\beta_{,}}{d_y^2 + d_z^2}\,\nabla'(\Phi' + d_t\varphi') +$$
$$+ \frac{(d_t^2 - E_{\prime\prime})\,\nabla''\,d_z^2 - \gamma_{,}\,\nabla'\,d_y^2}{d_y^2 + d_z^2}\,(X + d_t\,\chi) -$$
$$- \frac{(d_t^2 - E_{\prime\prime})\nabla'' + \gamma_{,}\,\nabla'}{d_y^2 + d_z^2}\,d_y d_z(\Psi + d_t\,\psi) +$$
$$+ \frac{E_{,}\nabla'' d_z^2 - \delta'\nabla'' d_y^2}{d_y^2 + d_z^2}\,(X' + d_t\chi') -$$
$$- \frac{E_{,}\,\nabla'' + \delta_{,}\,\nabla'}{d_y^2 + d_z^2}\,d_y\,d_z\,(\Psi' + d_t\,\psi');$$

$$\zeta = -\frac{d_z \alpha_,}{d_y^2 + d_z^2} \nabla' (\Phi + d_t \varphi) - \frac{d_z \beta_,}{d_y^2 + d_z^2} \nabla' (\Phi' + d_t \varphi') -$$

$$-\frac{(d_t^2 - E) \nabla'' + \gamma_, \nabla'}{d_y^2 + d_z^2} d_y d_z (X + d_t \chi) +$$

$$+\frac{(d_t^2 - E_{,,}) \nabla'' d_y^2 - \gamma_, \nabla' d_z^2}{d_y^2 + d_z^2} (\Psi + d_t \psi) -$$

$$-\frac{E_, \nabla'' + \delta_, \nabla'}{d_y^2 + d_z^2} d_y d_z (X' + d_t \chi') +$$

$$(281) \quad + \frac{E_, \nabla'' d_y^2 - \delta_, \nabla' d_z^2}{d_y^2 + d_z^2} (\Psi' + d_t \psi');$$

$$\eta' = -\frac{d_y \alpha_{,,}}{d_y^2 + d_z^2} \nabla' (\Phi + d_t \varphi) - \frac{d_y \beta_{,,}}{d_y^2 + d_z^2} \nabla' (\Phi' + d_t \varphi') +$$

$$+\frac{{}_,E \nabla'' d_z^2 - \gamma_{,,} \nabla' d_y^2}{d_y^2 + d_z^2} (X + d_t \chi) -$$

$$-\frac{{}_,E \nabla'' + \gamma_{,,} \nabla'}{d_y^2 + d_z^2} d_y d_z (\Psi + d_t \psi) +$$

$$+\frac{(d_t^2 - E) \nabla'' d_z^2 - \delta_{,,} \nabla' d_y^2}{d_y^2 + d_z^2} (X' + d_t \chi) -$$

$$-\frac{(d_t^2 - E) \nabla'' + \delta_{,,} \nabla'}{d_y^2 + d_z^2} d_y d_z (\Psi' + d_t \psi');$$

$$\zeta' = -\frac{d_z \alpha_{,,}}{d_y^2 + d_z^2} \nabla' (\Phi + d_t \varphi) - \frac{d_z \beta_{,,}}{d_y^2 + d_z^2} \nabla' (\Phi' + d_t \varphi') -$$

$$-\frac{{}_,E \nabla'' + \gamma_{,,} \nabla'}{d_y^2 + d_z^2} d_y d_z (X + d_t \chi) +$$

$$+\frac{{}_{,}E\,\nabla'' d_y^2 - \gamma_{,,}\,\nabla' d_z^2}{d_y^2 + d_z^2}(\Psi + d_t\psi) -$$

$$-\frac{(d_t^2 - E)\,\nabla'' + \delta_{,,}\,\nabla'}{d_y^2 + d_z^2}\,d_y\,d_z\,(X' + d_t\chi') +$$

$$+\frac{(d_t^2 - E)\,\nabla''\,d_y^2 - \delta_{,,}\,\nabla'\,d_z^2}{d_y^2 + d_z^2}(\Psi' + d_t\,\psi').$$

Betegner man nu ved Φ_1, φ_1, ... Φ'_1, φ'_1, ... Φ_2, φ_2 ... Φ'_2, φ'_2, ... de Værdier af de principale Funktioner ω_1, ω_2, som man erholder ved istedetfor $\omega(x, y, z)$ successive at sætte Funktionerne ((32)): $\Phi(x, y, z)$, $\varphi(x, y, z)$ ... $\Phi'(x, y, z)$, $\varphi'(x, y, z)$ ..., saa bliver:

$$\begin{array}{llll} \nabla'\Phi = \Phi_2, & \nabla'\varphi = \varphi_2, & \nabla'\Phi' = \Phi'_2, & \nabla'\varphi' = \varphi'_2, \\ \nabla''\Phi = \Phi_1, & \nabla''\varphi = \varphi_1, & \nabla''\Phi' = \Phi'_1, & \nabla''\varphi' = \varphi'_1, \end{array} \tag{282}$$

o. s. v.

Naar $f = o$, $f' = o$, $\xi = o$, $\xi' = o$, ville de fire sidste af Ligningerne (271) give:

$$\begin{aligned} \eta &= (d_t^2 - E_{,,})(X_1 + d_t\chi_1) + E_{,}(X'_1 + d_t\chi'_1), \\ \eta' &= {}_{,}E(X_1 + d_t\chi_1) + (d_t^2 - E)(X'_1 + d_t\chi'_1), \\ \zeta &= (d_t^2 - E_{,,})(\Psi_1 + d_t\psi_1) + E_{,}(\Psi'_1 + d_t\psi'_1), \\ \zeta' &= {}_{,}E(\Psi_1 + d_t\psi_1) + (d_t^2 - E)(\Psi'_1 + d_t\psi'_1). \end{aligned} \tag{283}$$

§ 3.

Particulære Integraler, som fremstille de enkelte Bevægelser i to Systemer af Molekyler.

Betragter man kun den enkelte Bevægelse, saa kan man fyldestgjöre Ligningerne (271) ved fölgende Værdier:

$$\xi = A\,e^{ux + vy + wz - st}, \quad \eta = B\,e^{ux + vy + wz - st},$$

$$\xi' = A'e^{ux + vy + wz - st}, \quad \eta' = B'e^{ux + vy + wz - st},$$

((141)) $$\zeta = C\, e^{ux + vy + wz - st},$$
$$\zeta' = C' e^{ux + vy + wz - st},$$

hvor s er bestemt ved en af Ligningerne:

(284) $$S' = (s^2 - \mathfrak{E})(s^2 - \mathfrak{E}_{,,}) - \mathfrak{E}_{,}\,.\,{}_{,}\mathfrak{E} = 0,$$

eller

(285) $$S'' = 0,$$

naar man ved S' og S'' betegner de Störrelser, som fremkomme, naar man i de karakteristiske Funktioner ∇' og ∇'' sætter Störrelserne u, v, w, s istedetfor Tegnene d_x, d_y, d_z, d_t. Koefficienterre A, B, C, A', B', C' ere bestemte ved Ligningerne:

$$(\mathfrak{L}-s^2)A + u\mathfrak{J}(vB + wC) + \mathfrak{L}'A' + u\mathfrak{J}_{,}(vB' + wC') = 0,$$
$${}_{,}\mathfrak{L}A + u_{,}\mathfrak{J}(vB + wC) + (\mathfrak{L}_{,,} - s^2)A' + u\mathfrak{J}_{,,}(vB' + wC') = 0,$$
$$u\mathfrak{J}(v^2 + w^2)A + (\mathfrak{E} - s^2 + \mathfrak{F}(v^2 + w^2))(vB + wC) +$$
$$u\mathfrak{J}_{,}(v^2 + w^2)A' + (\mathfrak{E}_{,} + \mathfrak{F}_{,}(v^2 + w^2))(vB' + wC') = 0,$$
(286) $$u_{,}\mathfrak{J}(v^2 + w^2)A + ({}_{,}\mathfrak{E} + {}_{,}\mathfrak{F}(v^2 + w^2))(vB + wC) +$$
$$u\mathfrak{J}_{,,}(v^2 + w^2)A' + (\mathfrak{E}_{,,} - s^2 + \mathfrak{F}_{,,}(v^2 + w^2))(vB' + wC') = 0,$$
$$(\mathfrak{E} - s^2)(wB - vC) + \mathfrak{E}_{,}(wB' - vC') = 0,$$
$${}_{,}\mathfrak{E}(wB - vC) + (\mathfrak{E}_{,,} - s^2)(wB' - vC') = 0.$$

Naar s er bestemt ved Ligningen (284), kunne to Tilfælde finde Sted: enten tilfredsstille Störrelserne $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{L}_{,}$, ... $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{E}_{,}$, ... $\mathfrak{F}$, $\mathfrak{F}_{,}$, ... $\mathfrak{J}$, $\mathfrak{J}_{,}$, de to Ligninger:

(287)
$$\mathfrak{L} - \frac{u^2\mathfrak{J}^2}{\mathfrak{F}} + \mathfrak{L}_{,,} - \frac{u^2\,\mathfrak{J}_{,}\,\mathfrak{J}_{,,}}{\mathfrak{F}_{,}} = \mathfrak{E} + \mathfrak{E}_{,,},$$
$$\left(\mathfrak{L} - \frac{u^2\mathfrak{J}^2}{\mathfrak{F}}\right)\left(\mathfrak{L}_{,,} - \frac{u^2\mathfrak{J}_{,}\mathfrak{J}_{,,}}{\mathfrak{F}_{,}}\right) - \left(\mathfrak{L}_{,} - \frac{u^2\,\mathfrak{J}_{,}^{\,2}}{\mathfrak{F}_{,}}\right)\left({}_{,}\mathfrak{L} - \frac{u^2\mathfrak{J}.{}_{,}\mathfrak{J}}{\mathfrak{F}}\right) =$$
$$= \mathfrak{E}\,\mathfrak{E}_{,,} - {}_{,}\mathfrak{E}\,.\,\mathfrak{E}_{,},$$

og da ere Koefficienterne A, B, C, A', B', C' bestemte ved fölgende Ligninger:

$$u\mathfrak{J}\,A + \mathfrak{F}(vB + wC) = 0,$$
(288) $$u\mathfrak{J}_{,}A' + \mathfrak{F}_{,}(vB' + wC') = 0,$$

$$u,\mathfrak{J}\,A + u\mathfrak{J}_{,,}\,A' + ,\mathfrak{F}\,(vB + wC) + \mathfrak{F}_{,,}\,(vB' + wC') = o,$$

eller A, B, C, A′, B′, C′ ere bestemte ved Ligningerne:

(289) $A = o,\ vB + wC = o,\ A' = o,\ vB' + wC' = o.$

Vi skulle siden see, at Ligningerne (287) ikke kunne opfyldes, og at man fölgelig maa antage Ligningerne (289).

Naar s er bestemt ved Ligningen (285), saa erholder man Ligningerne:

(290) $$\frac{B}{v} = \frac{C}{w},\ \frac{B'}{v} = \frac{C'}{w},$$

og de fire förste af Ligningerne (286) kunne da sættes under Formen:

(291) $$\begin{aligned}
&(\mathfrak{L} - s^2)A + \frac{u}{v}(v^2 + w^2)\,\mathfrak{J}\,B + \mathfrak{L}_{,}A' + \\
&\qquad + \frac{u}{v}(v^2 + w^2)\,\mathfrak{J}_{,}\,B' = o,\\
&,\mathfrak{L}\,A + \frac{u}{v}(v^2 + w^2)\,,\mathfrak{J}B + (\mathfrak{L}_{,,} - s^2)\,A' + \\
&\qquad + \frac{u}{v}(v^2 + w^2)\,\mathfrak{J}_{,,}\,B' = o,\\
&uv\,\mathfrak{J}A + (\mathfrak{G} - s^2 + \mathfrak{F}\,(v^2 + w^2))\,B + \\
&+ uv\,\mathfrak{J}_{,}\,A' + (\mathfrak{G}_{,} + \mathfrak{F}_{,}\,(v^2 + w^2))\,B' = o,\\
&uv\,,\mathfrak{J}\,A + (,\mathfrak{G} + ,\mathfrak{F}\,(v^2 + w^2))\,B + \\
&+ uv\,\mathfrak{J}_{,,}A' + (\mathfrak{G}_{,,} - s^2 + \mathfrak{F}_{,,}\,(v^2 + w^2))\,B' = o.
\end{aligned}$$

Sætter man ligesom i forrige Capitel:

((153)) $$\begin{aligned}
u &= U + u\sqrt{-1},\ v = V + v\sqrt{-1},\\
w &= W + w\sqrt{-1},\ s = S + s\sqrt{-1},
\end{aligned}$$

saa ville de reelle Dele af ξ, η, ζ, ξ', η', ζ' endnu tilfredsstille Ligningerne (271) og fölgelig forestille Molekylernes Forrykninger. Ligningen (284) eller, hvis Legemet er diaphant og fölgelig $U = o$, $V = o$, $W = o$, $S = o$, Ligningen:

(292) $$(s^2 + \mathfrak{G})\,(s^2 + \mathfrak{G}_{,,}) - \mathfrak{G}_{,}\,.\,,\mathfrak{G} = o,$$

vil da bestemme Loven for Forplantelsen af en Straale, i hvilken Forrykningerne tilfredsstille Ligningerne:

(293) $\xi = o, \; \xi' = o, \; v\eta + w\zeta = o, \; v\eta' + w\zeta' = o.$

Vibrationerne i denne Straale ville fölgelig finde Sted lodret paa Krystalaxen og i Bölgeplanet.

Ligningerne (291) ville bestemme Loven for Forplantelsen af en anden Straale, i hvilken Forrykningerne tilfredsstille Ligningerne:

$$\frac{\eta}{v} = \frac{\zeta}{w}, \quad \frac{\eta'}{v} = \frac{\zeta'}{w}; \tag{294}$$

og videre, for at Legemets Udvidelse skal blive liig Nul, Ligningen:

$$u\xi' + v\eta' + w\zeta' = o, \text{ eller } \frac{\eta'}{v} = \frac{\zeta'}{w} = -\frac{u\xi'}{v^2 + w^2}, \tag{295}$$

og, for at Svingningerne i det förste System af Molekyler skulle være transversale eller dog næsten transversale:

$$\frac{\eta}{v} = \frac{\zeta}{w} = -\frac{(1-\mu)\,u\xi}{v^2 + w^2}, \tag{296}$$

hvor μ betegner en meget liden Störrelse. Substituerer man disse Værdier af η, ζ, η', ζ' i Ligningerne (291), saa erholder man:

$$\begin{aligned} &(\mathfrak{L} + s^2 + (1-\mu)\,u^2\,\mathfrak{J})\,\xi + (\mathfrak{L}_{,} + u^2\,\mathfrak{J}_{,})\,\xi' = o, \\ &({}_{,}\mathfrak{L} + (1-\mu)\,u^2\,{}_{,}\mathfrak{J})\,\xi + (\mathfrak{L}_{,,} + s^2 + u^2\,\mathfrak{J}_{,,})\,\xi' = o, \end{aligned} \tag{297}$$

og

$$\begin{aligned} &\left(\mathfrak{E} + s^2 - \mathfrak{F}(v^2 + w^2) + \frac{(v^2 + w^2)}{1-\mu}\,\mathfrak{J}\right)\xi + \\ &+ \left(\frac{\mathfrak{E}_{,} - \mathfrak{F}_{,}\,(v^2 + w^2) + \mathfrak{J}_{,}\,(v^2 + w^2)}{1-\mu}\right)\xi' = o, \\ &(1-\mu)\left({}_{,}\mathfrak{E} - {}_{,}\mathfrak{F}\,(v^2 + w^2) + \frac{v^2 + w^2}{1-\mu}\,{}_{,}\mathfrak{J}\right)\xi + \\ &+ (\mathfrak{E}_{,,} + s^2 - \mathfrak{F}_{,,}\,(v^2 + w^2) + \mathfrak{J}_{,,}(v^2 + w^2))\,\xi' = o. \end{aligned} \tag{298}$$

Disse to Par Ligninger maae nödvendigviis være identiske, og man har fölgelig Betingelsesligningerne:

$$\mathfrak{L} + (1-\mu)u^2\mathfrak{J} + \mathfrak{L}_{,,} + u^2\mathfrak{J}_{,,} = \mathfrak{E} - \mathfrak{F}(v^2 + w^2) + \frac{v^2 + w^2}{1-\mu}\,\mathfrak{J} +$$

$$(299) \qquad + \mathfrak{E}_{,,} - \mathfrak{F}_{,,}(v^2 + w^2) + \mathfrak{J}_{,,}(v^2 + w^2);$$

$$(\mathfrak{L}+(1-\mu)u^2\mathfrak{J})(\mathfrak{L}_{,,}+u^2\mathfrak{J}_{,,})-(\mathfrak{L}_{,}+u^2\mathfrak{J}_{,})({}_{,}\mathfrak{L}+(1-\mu)u^2{}_{,}\mathfrak{J})=$$

$$\left[\mathfrak{E}-\mathfrak{F}(v^2+w^2)+\frac{v^2+w^2}{1-\mu}\mathfrak{J}\right]\left[\mathfrak{E}_{,,}-\mathfrak{F}_{,,}(v^2+w^2)+\mathfrak{J}_{,,}(v^2+w^2)\right]$$

$$-\left[\mathfrak{E}_{,}-\mathfrak{F}_{,}(v^2+w^2)+\mathfrak{J}_{,}(v^2+w^2)\right]\left[{}_{,}\mathfrak{E}-{}_{,}\mathfrak{F}(v^2+w^2)+{}_{,}\mathfrak{J}\frac{v^2+w^2}{1-\mu}\right].$$

Ifölge Ligningerne (295) og (296) ville Svingningerne i denne Straale finde Sted i det Plan, som gaaer gjennem Straalens Retning og Krystalaxen, det er, i et Hovedsnit. Svingningerne i det förste System af Molekyler ville med Bölgeplanet danne en Vinkel φ, hvis Sinus er lig $\frac{\mu u \sqrt{v^2 + w^2}}{u^2 + v^2 + w^2}$. Betegner man med α den Vinkel, som Straalen danner med Krystalaxen, saa bliver:

$$\cos\alpha = \frac{u}{\sqrt{u^2+v^2+w^2}}, \quad \sin\alpha = \frac{\sqrt{v^2+w^2}}{\sqrt{u^2+v^2+w^2}};$$

följelig:

$$(300) \qquad \sin\varphi = \frac{\mu}{2}\sin 2\alpha.$$

Vi skulle senere bestemme Værdien af μ og see, at den afhænger af Forholdet mellem Molekylernes Afstand langs Axen og lodret paa samme.

§ 4.

Udvikling af Funktionerne $\mathfrak{E}, \mathfrak{E}_{,,}, {}_{,}\mathfrak{E}, \mathfrak{E}_{,,}, \mathfrak{F}, \mathfrak{F}_{,,}, {}_{,}\mathfrak{F}, \mathfrak{F}_{,,}, \mathfrak{J}, \mathfrak{J}_{,,}, {}_{,}\mathfrak{J}, \mathfrak{J}_{,,}$.

Naar et fast isophant Legeme bliver sammentrykket eller udvidet i en Retning, der er lodret paa to parallele Planer, saa vil det antage Egenskaberne af en eenaxig Krystal, hvis Axe er lodret paa disse Planer. Lader os antage, at denne Axe var Koordinatsystemets x Axe, og at Legemet var langs denne Axe sammentrykket i Forholdet 1 : $1 - e'$. Legemet vil da langs de to andre Koordinataxer udvides i Forholdet $1 : 1 + \frac{1}{4}e'$. Lignende vil finde Sted ved

Ethermolekylerne; disse ville langs x Axen sammentrykkes i Forholdet 1 : 1 — e, eller, hvis e er negativ, udvides i dette Forhold, og langs de to andre Axer udvides i Forholdet 1 : 1 + me, hvor m er en constant Störrelse. Betegner man med $\mathfrak{x}', \mathfrak{y}', \mathfrak{z}'$ Koordinaterne af en Ethermolekyl og ved $\mathfrak{x}'', \mathfrak{y}'', \mathfrak{z}''$ Koordinaterne af en af Legemets Molekyler för Trykket, ved x, y, z begge Molekylers Koordinater efter samme, saa er fölgelig:

$$x = (1 - e)\,\mathfrak{x}' = (1 - e')\,\mathfrak{x}'',$$
$$y = (1 + me)\,\mathfrak{y}' = (1 + \tfrac{1}{4}e')\,\mathfrak{y}'',$$
$$z = (1 + me)\,\mathfrak{z}' = (1 + \tfrac{1}{4}e')\,\mathfrak{z}''.$$

Sætter man nu:

$$(300') \qquad x' = (1 + me)\,\mathfrak{x}', \quad x'' = (1 + \tfrac{1}{4}e')\,x', \qquad (m + 1)\,e = \varepsilon, \quad \tfrac{5}{4}e' = \varepsilon',$$

saa bliver:

$$(301) \qquad x = (1 - \varepsilon)\,x' = (1 - \varepsilon')\,x'',$$

naar e og e′ ere smaa Störrelser, hvis höiere Potentser kunne bortkastes. De Ethermolekyler, hvis Koordinater vare x', y, z, og de Legemets Molekyler, hvis Koordinater vare x'', y, z, vilde da danne et isophant Legeme, som vi ville betegne med Bogstavet K. Tætheden af Ethermolekylerne i dette Legeme K vil forholde sig til Tætheden i det oprindelige ikke sammentrykkede Legeme som $1 : 1 + 3me = 1 : 1 + \frac{3m}{m+1}\varepsilon$, og Tætheden af Legemets Molekyler i Systemet K vil forholde sig til Tætheden af det oprindelige Legemes Molekyler som $1 : 1 + \frac{3}{4}e' = 1 : 1 + \frac{3}{5}\varepsilon'$. Betegner endvidere $x' + \mathrm{x}'$ Koordinaterne af en anden Ethermolekyl og $x'' + \mathrm{x}''$ Koordinaterne til en anden Legemmolekyl i Systemet K og $x + \mathrm{x}$ Koordinaterne af begge Molekyler efter Trykket, saa bliver:

$$(302) \qquad \mathrm{x} = (1 - \varepsilon)\,\mathrm{x}' = (1 - \varepsilon')\,\mathrm{x}''.$$

Sætter man endvidere:

$$(303)\quad \begin{aligned} r'^2 &= x'^2 + y^2 + z^2 = \left(\frac{x}{1-\varepsilon}\right)^2 + y^2 + z^2, \\ r''^2 &= x''^2 + y^2 + z^2 = \left(\frac{x}{1-\varepsilon'}\right)^2 + y^2 + z^2, \end{aligned}$$

saa erholder man, naar man intet Hensyn tager til de höiere Potentser af ε og ε':

$$(304)\quad \begin{aligned} r^2 &= r'^2 - 2\varepsilon\, x'^2 = r''^2 - 2\varepsilon'\, x''^2, \\ r &= r' - \frac{\varepsilon\, x'^2}{r'} = r'' - \frac{\varepsilon'\, x''^2}{r''}. \end{aligned}$$

Sætter man nu:

$$\begin{aligned} \mathfrak{r}'^2 &= \mathfrak{x}'^2 + \mathfrak{y}'^2 + \mathfrak{z}'^2, \\ \mathfrak{r}''^2 &= \mathfrak{x}''^2 + \mathfrak{y}''^2 + \mathfrak{z}''^2, \end{aligned}$$

saa erholdes:

$$(304')\quad r' = (1 + me)\,\mathfrak{r}', \quad r'' = (1 + \tfrac{1}{4} e)\,\mathfrak{r}''.$$

Antager man nu, at Vibrationerne ere af den Art, at deres Intensitet ikke aftager ved Forplantelsen, eller med andre Ord at Legemet er fuldkommen gjennemsigtigt, saa er:

$$\mathrm{u} = u\sqrt{-1}, \quad \mathrm{v} = v\sqrt{-1}, \quad \mathrm{w} = w\sqrt{-1}.$$

Sættes endvidere for Kortheds Skyld:

$$(246)\quad \mathrm{u}^2 + \mathrm{v}^2 + \mathrm{w}^2 = \varkappa^2 = -(u^2 + v^2 + w^2) = -k^2,$$

$$(305)\quad \mathrm{v}^2 + \mathrm{w}^2 = \varkappa_,^2 = -(v^2 + w^2) = -k_,^2,$$

$$(306)\quad \begin{aligned} \mathrm{u}' &= \mathrm{u}\,(1-\varepsilon) = u'\sqrt{-1}, \quad k'^2 = u'^2 + v^2 + w^2, \\ \mathrm{u}'' &= \mathrm{u}\,(1-\varepsilon') = u''\sqrt{-1}, \quad k''^2 = u''^2 + v^2 + w^2, \end{aligned}$$

saa erholdes, naar de höiere Potentser af ε og ε' bortkastes:

$$(307)\quad \begin{aligned} &\mathrm{u}x = \mathrm{u}'x' = \mathrm{u}''x'', \\ &k'^2 = k^2 - 2\varepsilon u^2, \quad k''^2 = k^2 - 2\varepsilon' u^2. \end{aligned}$$

Ligningerne ((143)) blive da:

$$\mathfrak{G} = S\left\{m\,f(r)\left[e^{u'x'+vy+wz}-1\right]\right\} -$$

$$- S\left\{m'\,f_{,}(r)\right\};$$

$$\mathfrak{H} = S\left\{\frac{m}{r}\,d_r f(r)\left[e^{u'x'+vy+wz}-1-(u'x'+vy+wz)-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{(u'x'+vy+wz)^2}{2}\right]\right\} -$$

$$- S\left\{\frac{m'}{r}\,d_r f_{,}(r)\,\frac{(u''x''+vy+wz)^2}{2}\right\};$$

(308)

$$\mathfrak{G}_{,} = S\left\{m'\,f_{,}(r)\,e^{u''x''+vy+wz}\right\};$$

$$\mathfrak{H}_{,} = S\left\{\frac{m'}{r}d_r f_{,}(r)\left[e^{u''x''+vy+wz}-1-(u''x''+vy+wz)\right]\right\};$$

$$_{,}\mathfrak{G} = S\left\{m\,f_{,}(r)\,e^{u'x'+vy+wz}\right\};$$

$$_{,}\mathfrak{H} = S\left\{\frac{m}{r}d_r f_{,}(r)\left[e^{u'x'+vy+wz}-1-(u'x'+vy+wz)\right]\right\};$$

$$\mathfrak{G}_{,,} = S\left\{m'\,f_{,,}(r)\left[e^{u''x''+vy+wz}-1\right]\right\} -$$

$$- S\left\{m\,f_{,}(r)\right\};$$

$$\mathfrak{H}_{,,} = S\left\{\frac{m'}{r}d_r f_{,,}(r)\left[e^{u''x''+vy+wz}-1-(u''x''+vy+wz)-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{(u''x''+vy+wz)^2}{2}\right]\right\}$$

$$- S\left\{\frac{m}{r}d_r f_{,}(r)\,\frac{(u'x'+vy+wz)^2}{2}\right\}.$$

Bemærker man nu, at:

$$\text{(309)}\quad \begin{aligned} f(r) &= f\left[r' - \frac{\varepsilon x'^2}{r'}\right] = f(r') - \frac{\varepsilon x'^2}{r'} d_{r'} f(r') \\ &= f\left[r'' - \frac{\varepsilon' x''^2}{r''}\right] = f(r'') - \frac{\varepsilon' x''^2}{r''} d_{r''} f(r''), \end{aligned}$$

og betegner for Kortheds Skyld de paa höire Side af Lighedstegnet staaende Dele af Ligningerne (308), betragtede som Funktioner af r, ved:

$$\mathfrak{G}(f(r)) - \mathfrak{G}(f_{,}(r));\ \mathfrak{H}\left(\frac{d_r f(r)}{r}\right) - \mathfrak{H}\left(\frac{d_r f_{,}(r)}{r}\right);$$

$$\mathfrak{G}_{,}(f_{,}(r));\ \mathfrak{H}_{,}\left(\frac{d_r f_{,}(r)}{r}\right);$$

$${}_{,}\mathfrak{G}(f_{,}(r));\quad {}_{,}\mathfrak{H}\left(\frac{d_r f_{,}(r)}{r}\right);\ \mathfrak{G}_{,,}(f_{,,}(r)) - \mathfrak{G}_{,,}(f_{,}(r));$$

$$\mathfrak{H}_{,,}\left(\frac{d_r f_{,,}(r)}{r}\right) - \mathfrak{H}_{,,}\left(\frac{d_r f_{,}(r)}{r}\right);$$

saa erholder man:

$$\mathfrak{G} = \mathfrak{G}(f(r)) - \mathfrak{G}(f_{,}(r)) = \mathfrak{G}(f(r')) - \varepsilon\mathfrak{G}\left(\frac{x'^2}{r'} d_{r'} f(r')\right) -$$

$$- \mathfrak{G}(f_{,}(r'') + \varepsilon' \mathfrak{G}\left(\frac{x''^2}{r''} d_{r''} f_{,}(r'')\right);$$

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{H}\left(\frac{d_r f(r)}{r}\right) - \mathfrak{H}\left(\frac{d_r f_{,}(r)}{r}\right) =$$

$$= \mathfrak{H}\left(\frac{d_{r'} f(r')}{r'}\right) - \varepsilon\,\mathfrak{H}\left(\frac{x'^2}{r'} d_{r'}\left(\frac{d_{r'} f(r')}{r'}\right)\right) - \mathfrak{H}\left(\frac{d_{r''} f_{,}(r'')}{r''}\right) +$$

$$+ \varepsilon'\mathfrak{H}\left(\frac{x''^2}{r''} d_{r''}\left(\frac{d_{r''} f_{,}(r'')}{r''}\right)\right);$$

$$\mathfrak{G}_{,} = \mathfrak{G}_{,}(f_{,}(r)) = \mathfrak{G}_{,}(f_{,}(r'')) - \varepsilon' \mathfrak{G}_{,}\left(\frac{x''^2}{r''} d_{r''} f_{,}(r'')\right);$$

$$\mathfrak{H}_{,} = \mathfrak{H}_{,}\left(\frac{d_r f_{,}(r)}{r}\right) = \mathfrak{H}_{,}\left(\frac{d_{r''} f_{,}(r'')}{r''}\right) -$$

$$(310) \qquad - \varepsilon' \mathfrak{H}_{,} \left(\frac{x''^2}{r''} d_{r''} \left(\frac{d_{r''} f_{,}(r'')}{r''} \right) \right);$$

$$_{,}\mathfrak{G} = {}_{,}\mathfrak{G}\,(f_{,}(r)) = {}_{,}\mathfrak{G}\,(f_{,}(r')) - \varepsilon' \mathfrak{G} \left(\frac{x'^2}{r'} d_r f_{,}(r') \right);$$

$$_{,}\mathfrak{H} = {}_{,}\mathfrak{H} \left(\frac{d_r f_{,}(r)}{r} \right) = {}_{,}\mathfrak{H} \left(\frac{d_{r'} f_{,}(r')}{r'} \right) -$$

$$- \varepsilon\, {}_{,}\mathfrak{H} \left(\frac{x'^2}{r'} d_{r'} \left(\frac{d_{r'} f_{,}(r')}{r'} \right) \right);$$

$$\mathfrak{G}_{,,} = \mathfrak{G}_{,,}\,(f_{,,}(r)) - \mathfrak{G}_{,,}\,(f_{,}(r)) = \mathfrak{G}_{,,}\,f_{,,}(r'')) -$$

$$- \varepsilon' \mathfrak{G}_{,,} \left(\frac{x''^2}{r''} d_{r''} f_{,,}(r'') \right) - \mathfrak{G}_{,,}\,(f_{,}(r')) + \varepsilon \mathfrak{G} \left(\frac{x'^2}{r'} d_{r'} f_{,}(r') \right);$$

$$\mathfrak{H}_{,,} = \mathfrak{H}_{,,} \left\{ \frac{d_r f_{,,}(r)}{r} \right\} - \mathfrak{H}_{,,} \left\{ \frac{d_r f_{,}(r)}{r} \right\} =$$

$$= \mathfrak{H}_{,,} \left\{ \frac{d_{r''} f_{,,}(r'')}{r''} \right\} - \varepsilon' \mathfrak{H}_{,,} \left\{ \frac{x''^2}{r''} d_{r''} \left(\frac{d_{r''} f_{,,}(r'')}{r''} \right) \right\} -$$

$$- \mathfrak{H}_{,,} \left\{ \frac{d_{r'} f_{,}(r')}{r'} \right\} + \varepsilon\, \mathfrak{H}_{,,} \left\{ \frac{x'^2}{r'} d_{r'} \left(\frac{d_{r'} f_{,}(r')}{r'} \right) \right\}.$$

Men nu er:

$$\overline{\mathfrak{G}} \left(\frac{x'^2}{r'} d_{r'} f(r') \right) = d_{u'}^2\, \mathfrak{H} \left(\frac{d_{r'} f(r')}{r'} \right),$$

$$\mathfrak{G} \left(\frac{x''^2}{r''} d_{r''} f_{,}(r'') \right) = d_{u''}^2\, \mathfrak{H} \left(\frac{d_{r''} f_{,}(r'')}{r''} \right);$$

$$\mathfrak{H} \left[\frac{x'^2}{r'} d_{r'} \left(\frac{d_{r'} f(r')}{r'} \right) \right] = d_{u'}^2 \left[\mathfrak{H} \left[\frac{1}{r'} d_{r'} \left(\frac{d_{r'} f(r')}{r'} \right) \right] - \right.$$

(311)

$$\left. - \mathbf{S} \left\{ \frac{m}{r'} d_{r'} \left[\frac{d_{r'} f(r')}{r'} \right] \left[\frac{(u'x'+vy+wz)^3}{1.2.3} + \frac{(u'x'+vy+wz)^4}{1.2.3.4} \right] \right\} \right];$$

$$\mathfrak{H}\left[\frac{x''^2}{r''}d_{r''}\left(\frac{d_{r''}f_,(r'')}{r''}\right)\right]=d_{u''}^2 S\left\{\frac{m'}{r''}d_{r''}\left(\frac{d_{r''}f_,(r'')}{r''}\right)\left(\frac{(u''x''+vy+wz)^4}{1.2.3.4}\right)\right\},$$

$$\mathfrak{S}_,\left(\frac{x''^2}{r''}d_{r''}f_,(r'')\right)=d_{u''}^2\mathfrak{H}_,\left(\frac{dr''f_,(r'')}{r''}\right),$$

$$\mathfrak{H}_,\left[\frac{x''^2}{r''}d_{r''}\left(\frac{d_{r''}f_,(r'')}{r''}\right)\right]=d_{u''}^2\left[\mathfrak{H}_,\left[\frac{1}{r''}d_{r''}\left(\frac{d_{r''}f_,(r'')}{r''}\right)\right]-\right.$$

$$\left.-S\left\{\frac{m'}{r''}d_{r''}\left[\frac{d_{r''}f_,(r'')}{r''}\right]\left[\frac{(u''x''+vy+wz)^2}{1.2}+\frac{(u''x''+vy+wz)^3}{1.2.3}\right]\right\}\right].$$

o. s. v.

Indsætter man disse Værdier og bemærker, at Summationerne da finde Sted med Hensyn til de nye Variable x', y, z, r', x'', y, z, r'', fölgelig med Hensyn til Koordinaterne af det isophane Legeme K's Molekyler, saa kunne her de i forrige Capitel udviklede Regler for Summationen anvendes, og man erholder da:

$$\mathfrak{S}=S\left\{m\,f(r')\left(\frac{\sin k'r'}{k'r'}-1\right)\right\}-S\left\{m'\,f_,(r'')\right\}-$$

$$-\varepsilon d_{u'}^2\,S\left\{\frac{m}{r'}\,d_{r'}\,f(r')\left(\frac{\sin k'r'}{k'r'}-1+\frac{k'^2r'^2}{6}\right)\right\}+$$

$$+\varepsilon' d_{u''}^2\,S\left\{\frac{m'}{r''}d_{r''}f_,(r'')\,\frac{k''^2r''^2}{6}\right\},$$

$$\mathfrak{S}_,=S\left\{m'f_,(r'')\,\frac{\sin k''r''}{k''r''}\right\}-$$

$$-\varepsilon' d_{u''}^2 S\left\{\frac{m'}{r''}dr''f_,(r'')\left(\frac{\sin k''r''}{k''r''}-1\right)\right\},$$

$$_,\mathfrak{S}=S\left\{m\,f_,(r')\,\frac{\sin k'r'}{k'r'}\right\}-$$

$$-\varepsilon\,d_{u'}^2\,S\left\{\frac{m}{r'}d_{r'}\,f_,(r')\left(\frac{\sin k'r'}{k'r'}-1\right)\right\},$$

$$\mathfrak{G}_{,,} = S\left\{m' f_{,,}(r')\left(\frac{\sin k''r''}{k''r''} - 1\right)\right\} - S\left\{m f_{,}(r')\right\} -$$

$$-\varepsilon' d_{u''}^{2} S\left\{\frac{m'}{r''} d_{r''} f_{,,}(r'')\left(\frac{\sin k''r''}{k''r''} - 1 + \frac{k''^{2}r''^{2}}{6}\right)\right\} +$$

$$+\varepsilon d_{u'}^{2} S\left\{\frac{m}{r'} d_{r'} f_{,}(r')\frac{k'^{2}r'^{2}}{6}\right\},$$

(312)

$$\mathfrak{H} = S\left\{\frac{m}{r'} d_{r'} f(r')\left(\frac{\sin k'r'}{k'r'} - 1 + \frac{k'^{2}r'^{2}}{6}\right)\right\} +$$

$$+ S\left\{\frac{m'}{r''} d_{r''} f_{,}(r'')\frac{k''^{2}r''^{2}}{6}\right\} -$$

$$-\varepsilon d_{u'}^{2} S\left\{\frac{m}{r'} d_{r'}\left(\frac{d_{r'} f(r')}{r'}\right)\left(\frac{\sin k'r'}{k'r'} - 1 + \frac{k'^{2}r'_{2}}{6} - \frac{k'^{4}r'^{4}}{120}\right)\right\} +$$

$$+\varepsilon' d_{u''}^{2} S\left\{\frac{m'}{r''} d_{r''}\left(\frac{d_{r''} f_{,}(r'')}{r''}\right)\frac{k''^{4}r''^{4}}{120}\right\},$$

$$\mathfrak{H}_{,} = S\left\{\frac{m'}{r''} d_{r''} f_{,}(r'')\left(\frac{\sin k''r''}{k''r''} - 1\right)\right\} -$$

$$-\varepsilon' d_{u''}^{2} \mathfrak{H}\left\{\frac{m'}{r''} d_{r''}\left(\frac{d_{r''} f_{,}(r'')}{r''}\right)\left(\frac{\sin k''r''}{k''r''} - 1 + \frac{k''^{2}r''^{2}}{6}\right)\right\},$$

$$_{,}\mathfrak{H} = S\left\{\frac{m}{r'} d_{r'} f_{,}(r')\left(\frac{\sin k'r'}{k'r'} - 1\right)\right\} -$$

$$-\varepsilon d_{u'}^{2} S\left\{\frac{m}{r'} d_{r'}\left(\frac{d_{r'} f_{,}(r')}{r'}\right)\left(\frac{\sin k'r'}{k'r'} - 1 + \frac{k'^{2}r'^{2}}{6}\right)\right\},$$

$$\mathfrak{H}_{,,} = S\left\{\frac{m'}{r''} d_{r''} f_{,,}(r'')\left(\frac{\sin k''r''}{k''r''} - 1 + \frac{k''^{2}r''^{2}}{6}\right) +\right.$$

$$\left. + S\left\{\frac{m}{r'} d_{r_{,}} f_{,}(r')\frac{k'^{2}r'^{2}}{6}\right)\right\} -$$

$$-\varepsilon' d_{u''}^{2} S\left\{\frac{m'}{r''} d_{r''}\left(\frac{d_{r''} f_{,,}(r'')}{r''}\right)\left(\frac{\sin k''r''}{k''r''} - 1 + \frac{k''^{2}r''^{2}}{6} - \frac{k''^{4}r''^{4}}{120}\right)\right\} +$$

$$+\varepsilon d_{u'}^{2} S\left\{\frac{m}{r'} d_{r'}\left(\frac{d_{r'} f_{,}(r')}{r'}\right)\frac{k'^{4}r'^{4}}{120}\right\}.$$

Bemærker man nu at:

$$\frac{1}{k_{,}} d_{k_{,}} \mathfrak{F}(k_{,}) = \frac{1}{k'} d_{k'} \mathfrak{F}(k') = \frac{1}{k''} d_{k''} \mathfrak{F}(k''),$$

saa findes heraf:

$$\mathfrak{E} = -S\left\{\frac{m}{k'^2 r'^2} d_{r'}\left[\left(\cos k'r' - \frac{\sin k'r'}{k'r'} + \tfrac{1}{3} k'^2 r'^2\right) r' f(r')\right]\right\} -$$

$$-\tfrac{1}{3} S\left\{\frac{m'}{r''^2} d_{r''}\left(r''^3 f_{,}(r'')\right)\right\} +$$

$$+\varepsilon d_{u'}^2 S\left\{\frac{m}{k'^2 r'^2} d_{r'}\left[\left(\cos k'r' - \frac{\sin k'r'}{k'r'} + \tfrac{1}{3} k'^2 r'^2 - \tfrac{1}{30} k'^4 r'_4\right) \times\right.\right.$$

$$\left.\left. r' . \frac{d_{r'} f(r')}{r'}\right]\right\} + \frac{\varepsilon'}{30} d_{u''}^2 S\left\{\frac{m'^2 k''}{r''^2} d_{r''}\left(r''^5 . \frac{d_{r''} f_{,}(r'')}{r''}\right)\right\};$$

$$\mathfrak{E}_{,} = -S\left\{\frac{m'}{k''^2 r''^2} d_{r''}\left[\left(\cos k''r'' - \frac{\sin k''r''}{k''r''}\right) r'' f_{,}(r'')\right]\right\} +$$

$$+\varepsilon' d_{u''}^2 S\left\{\frac{m'}{k''^2 r''^2} d_{r''}\left[\left(\cos k''r'' - \frac{\sin k''r''}{k''r''} + \tfrac{1}{3} k''^2 r''^2\right) r'' . \frac{d_{r''} f_{,}(r'')}{r''}\right]\right\};$$

(313)

$${}_{,}\mathfrak{E} = -S\left\{\frac{m}{k'^2 r'^2} d_{r'}\left[\left(\cos k'r' - \frac{\sin k'r'}{k'r'}\right) r' f_{,}(r')\right]\right\} +$$

$$+\varepsilon d_{u'}^2 S\left\{\frac{m}{k'^2 r'^2} d_{r'}\left[\left(\cos k'r' - \frac{\sin k'r'}{k'r'} + \tfrac{1}{3} k'^2 r'^2\right) r' . \frac{d_{r'} f_{,}(r')}{r'}\right]\right\};$$

$$\mathfrak{E}_{,,} = -S\left\{\frac{m'}{k''^2 r''^2} d_{r''}\left[\left(\cos k''r'' - \frac{\sin k''r''}{k''r''} + \tfrac{1}{3} k''^2 r''^2\right) r'' f_{,,}(r'')\right]\right\} -$$

$$-\tfrac{1}{3} S\left\{\frac{m}{r'^2} d_{r'}\left(r'^3 f_{,}(r')\right)\right\} +$$

$$+\varepsilon' d_{u''}^2 S\left\{\frac{m'}{k''^2 r''^2} d_{r''}\left[\left(\cos k''r'' - \frac{\sin k''r''}{k''r''} + \tfrac{1}{3} k''^2 r''^2 - \tfrac{1}{30} k''^4 r''^4\right) \times\right.\right.$$

$$\left.\left. r'' . \frac{d_{r''} f_{,,}(r'')}{r''}\right]\right\} + \frac{\varepsilon}{30} d_{u'}^2 S\left\{\frac{mk'}{r'^2} d_{r'}\left(r'^5 . \frac{d_{r'} f_{,}(r')}{r'}\right)\right\}.$$

$$\mathfrak{F} = -S\left\{\frac{mr' d_{r'} f(r')}{k'^2}\left(\frac{\sin k'r'}{k'r'} + 3\frac{\cos k'r'}{k'^2 r'^2} - 3\frac{\sin k'r'}{k'^3 r'^3}\right)\right\} +$$

$$+\varepsilon' d_{u''}^2 S\left\{\frac{m' r''^3}{15} d_{r''}\left(\frac{d_{r''} f_{,}(r'')}{r''}\right)\right\} +$$

$$+\varepsilon d_{u'}^2\, S\left\{\frac{m r' d_{r'}\left(\frac{d_{r'} f(r')}{r'}\right)}{k'^2}\left(\frac{\sin k'r'}{k'r'}+3\frac{\cos k'r'}{k'^2r'^2}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-3\frac{\sin k'r'}{k'^3r'^3}+\frac{k'^2r'^2}{15}\right)\right\},$$

$$\mathfrak{F}_{,}=-S\left\{\frac{m'r''d_{r''}f_{,}(r'')}{k''^2}\left(\frac{\sin k''r''}{k''r''}+3\frac{\cos k''r''}{k''^2r''^2}-3\frac{\sin k''r''}{k''^3r''^3}\right)\right\}+$$

$$+\varepsilon' d_{u''}^2 S\left\{\frac{m'r''d_{r''}\left(\frac{d_{r''}f_{,}(r'')}{r''}\right)}{k''^2}\left(\frac{\sin k''r''}{k''r''}+3\frac{\cos k''r''}{k''^2r''^2}-3\frac{\sin k''r''}{k''^3r''^3}\right)\right\},$$

(314)

$${}_{,}\mathfrak{F}=-S\left\{\frac{mr'd_{r'}f_{,}(r')}{k'^2}\left(\frac{\sin k'r'}{k'r'}+3\frac{\cos k'r'}{k'^2r'^2}-3\frac{\sin k'r'}{k'^3r'^3}\right)\right\}+$$

$$+\varepsilon d_{u'}^2 S\left\{\frac{mr'd_{r'}\left(\frac{d_{r'}f_{,}(r')}{r'}\right)}{k'^2}\left(\frac{\sin k'r'}{k'r'}+3\frac{\cos k'r'}{k'^2r'^2}-3\frac{\sin k'r'}{k'^3r'^3}\right)\right\},$$

$$\mathfrak{F}_{,,}=-S\left\{\frac{m'r''d_{r''}f_{,,}(r'')}{k''^2}\left(\frac{\sin k''r''}{k''r''}+3\frac{\cos k''r''}{k''^2r''^2}-3\frac{\sin k''r''}{k''^3r''^3}\right)\right\}+$$

$$+\varepsilon d_{u'}^2 S\left\{\frac{mr'^2}{15}d_{r'}\left(\frac{d_{r'}f_{,}(r')}{r'}\right)\right\}+$$

$$+\varepsilon' d_{u''}^2 S\left\{\frac{m'r''d_{r''}\left(\frac{d_{r''}f_{,,}(r'')}{r''}\right)}{k''^2}\left(\frac{\sin k''r''}{k''r''}+3\frac{\cos k''r''}{k''^2r''^2}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-3\frac{\sin k''r''}{k''^3r''^3}+\frac{k''^2r''^2}{15}\right)\right\}.$$

(315) $\mathfrak{J}=(1-2\varepsilon)\,\mathfrak{F},\quad \mathfrak{J}_{,}=(1-2\varepsilon')\,\mathfrak{F}_{,},$
$\quad {}_{,}\mathfrak{J}=(1-2\varepsilon)\,{}_{,}\mathfrak{F},\quad \mathfrak{J}_{,,}=(1-2\varepsilon')\,\mathfrak{F}_{,,},$

$$\mathfrak{L}=\mathfrak{E}-(1-2\varepsilon)\,u'^2\,\mathfrak{F}+2\varepsilon S\left\{\frac{m}{k'^2}\frac{d_{r'}f(r')}{r'}\left(\cos k'r'-\frac{\sin k'r'}{k'r'}+\frac{k'^2r'^2}{3}\right)\right\}$$

$$+2\varepsilon' S\left\{\frac{m'}{k''^2}\frac{d_{r''}f_{,}(r'')}{r''}\cdot\frac{k''^2r''^2}{3}\right\},$$

$$\mathfrak{L}_{,}=\mathfrak{E}_{,}-(1-2\varepsilon')u''^2\mathfrak{F}_{,}+2\varepsilon' S\left\{\frac{m'}{k''^2}\frac{d_{r''}f_{,}(r'')}{r''}\left(\cos k''r''-\frac{\sin k''r''}{k''r''}\right)\right\},$$

(316)

$${}_{,}\mathfrak{L}={}_{,}\mathfrak{E}-(1-2\varepsilon)u'^2{}_{,}\mathfrak{F}+2\varepsilon S\left\{\frac{m}{k'^2}\frac{d_{r'}f_{,}(r')}{r'}\left(\cos k'r'-\frac{\sin k'r'}{k'r'}\right)\right\},$$

$$\mathfrak{L}_{,,}=\mathfrak{E}_{,,}-(1-2\varepsilon')u''^2\mathfrak{F}_{,,}+2\varepsilon' S\left\{\frac{m'}{k''^2}\cdot\frac{d_{r''}f_{,,}(r'')}{r''}\left(\cos k''r''-\frac{\sin k''r''}{k''r''}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{k''^2r''^2}{3}\right)\right\}+2\varepsilon S\left\{\frac{m}{k'^2}\frac{d_{r'}f_{,}(r')}{r'}\cdot\frac{k'^2r'^2}{3}\right\}.$$

Betegner man nu ved $\mathfrak{D}$ Etherens og ved $\mathfrak{D}'$ Legemets Tæthed og bemærker, at, hvis Afstanden mellem Molekylerne overalt var den samme, som den er i et paa Axen lodret Plan, vilde Etherens Tæthed være $\mathfrak{D}(1-\varepsilon)$ og Legemets $\mathfrak{D}'(1-\varepsilon')$, saa vil man paa samme Maade som i forrige Capitel finde, at de foranstaaende Formler, forudsat at Afstanden mellem Ethermolekylerne bestandig er meget liden i Forhold til Bölgelængden, kunne sættes under fölgende Form, hvor r'_0 betegner den mindste og r'_∞ den störste Afstand mellem to Ethermolekyler, r''_0 den mindste og r''_∞ den störste Afstand mellem to af Legemets Molekyler i Systemet K:

$$\mathfrak{E}=-\frac{4\pi\mathfrak{D}(1-\varepsilon)}{3}\left(r'^2_\infty f(r'_\infty)-\tfrac{1}{10}k'^2\,r'^4_0 f(r'_0)\right)-$$

$$-\frac{4\pi\mathfrak{D}'(1-\varepsilon')}{3}\left(r''^2_\infty f_{,}(r''_\infty)-r''^2_0 f_{,}(r''_0)\right)-$$

$$-\varepsilon\cdot\frac{4\pi\mathfrak{D}}{30}d^2_{u'}\left(k'^2r'^4_\infty d_{r'}f(r'_\infty)-\tfrac{1}{28}k'^4r'^6_0 d_{r'}f(r'_0)\right)-$$

$$+\varepsilon'\cdot\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{30}d^2_{u''}\left(k''^2r''^4_\infty d_{r''}f_{,}(r''_\infty)-k''^2r''^4_0 d_{r''}f_{,}(r''_0)\right);$$

$$\mathfrak{E}_{,}=-4\pi\mathfrak{D}'(1-\varepsilon')\left(\frac{\cos k''r''_\infty}{k''^2}f_{,}(r''_\infty)+\tfrac{1}{3}r''^2_0 f_{,}(r''_0)\right)+$$

(317)

$$+\varepsilon'\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{3}d^2_{u''}\left(r''^2_\infty d_{r''}f_{,}(r''_\infty)-\tfrac{1}{10}k''^2r''^4_0 d_{r''}f_{,}(r''_0)\right);$$

$${}_{,}\mathfrak{E}=-4\pi\mathfrak{D}(1-\varepsilon)\left(\frac{\cos k'r'_\infty}{k'^2}f_{,}(r'_\infty)+\tfrac{1}{3}r'^2_0 f_{,}(r'_0)\right)+$$

$$+\varepsilon\,.\,\frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}\,d^2_{u'}\left(r'^2_\infty\,d_{r'}\,f_{,}(r'_\infty)-\tfrac{1}{10}k'^2r'^4_0d_{r'}\,f_{,}\,(r'_0)\right);$$

$$\mathfrak{E}_{,,}=-\frac{4\pi\mathfrak{D}'\,(1-\varepsilon')}{3}\left(r''^2_\infty\,\mathfrak{f}_{,,}\,(r''_\infty)-\tfrac{1}{10}\,k''^2r''^4_0\,\mathfrak{f}_{,,}(r''_0)\right)-$$

$$-\frac{4\pi\,\mathfrak{D}\,(1-\varepsilon)}{3}\left(r'^2_\infty\,\mathfrak{f}_{,}(r'_\infty)-r'^2_0\mathfrak{f}_{,}(r'_0)\right)-$$

$$-\varepsilon'.\,\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{30}\,d^2_{u''}\left(k''^2r''^4_\infty\,d_{r''}f_{,,}(r''_\infty)-\tfrac{1}{28}k''^4r''^6_0d_{r''}f_{,,}(r''_0)\right)-$$

$$+\varepsilon\frac{4\pi\mathfrak{D}}{30}\,d^2_{u'}\left(k'^2r'^4_\infty\,d_{r'}\,f_{,}(r'_\infty)-k'^2r'^4_0d_{r'}\,f_{,}\,(r'_0)\right);$$

$$\mathfrak{F}=-4\pi\,\mathfrak{D}\,(1-\varepsilon)\left(\frac{r'_\infty\,\mathfrak{f}\,(r'_\infty)\,\sin\,(k'r'_\infty)}{k'^3}+\tfrac{1}{15}r'^4_0\,\mathfrak{f}(r'_0)\right)+$$

$$+\frac{4\pi\mathfrak{D}(1-\varepsilon)}{k'^2}\int_{r'_0}^{r'_\infty}r'^2\,\mathfrak{f}(r')d_{r'}\left(\frac{\sin k'r'}{k'r'}\right)dr'$$

$$+\varepsilon.\,\frac{4\pi\mathfrak{D}}{15}\,d^2_{u'}\left(r'^4_\infty\,d_{r'}\,f(r'_\infty)-\tfrac{1}{14}\,k'^2r'^6_0d_{r'}\,f(r'_0)\right)-$$

$$-\varepsilon\,.\,4\pi\mathfrak{D}\,d^2_{u'}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\frac{r'^2}{k'^2}d_{r'}\,f(r')\left(\frac{\sin k'r'}{k'r'}-1+\tfrac{1}{6}k'^2r'^2\right)dr'$$

$$+\varepsilon'.\,\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{15}\,d^2_{u''}\left(r''^4_\infty\,d_{r''}f_{,}(r''_\infty)-r''^4_0\,d_{r''}f_{,}(''_0)\right)-$$

$$-\varepsilon'\,4\pi\mathfrak{D}'\,d^2_{u''}\int_{r''_0}^{r''_\infty}\frac{r''^2}{k''^2}d_{r''}f_{,}(r'')\frac{k''^2r''^2}{6}\,dr'';$$

$$\mathfrak{F}_{,}=-4\pi\mathfrak{D}'(1-\varepsilon')\left(\frac{r''_\infty\,\mathfrak{f}_{,}(r''_\infty)\,\sin\,(k''r''_\infty)}{k''^3}+\tfrac{1}{15}r''^4_0\mathfrak{f}_{,}(r''_0)\right)+$$

$$+\frac{4\pi\mathfrak{D}'\,(1-\varepsilon')}{k''^2}\int_{r''_0}^{r''_\infty}r''^2\mathfrak{f}_{,}(r'')d_{r''}\left(\frac{\sin k''r''}{k''r''}\right)dr''$$

$$+\varepsilon'\,.\,4\pi\mathfrak{D}'d^2_{u''}\left(\frac{r''_\infty\,d_{r''}f_{,}(r''_\infty)\,\sin\,(k''r''_\infty)}{k''^3}+\tfrac{1}{15}r''^4_0d_{r''}\,f_{,}(r''_0)\right)-$$

$$-\varepsilon'.\,4\pi\mathfrak{D}'\,d^2_{u''}\int_{r''_0}^{r''_\infty}\frac{r''^2}{k''^2}d_{r''}f_{,}(r'')d_{r''}\left(\frac{\sin k''r''}{k''r''}\right)dr'';$$

$${}_{,}\mathfrak{F} = -4\pi\mathfrak{D}\,(1-\varepsilon)\left(\frac{r'_\infty f_{,}(r'_\infty)\sin(k'r'_\infty)}{k'^3} + \tfrac{1}{15} r'^4_0 f_{,}(r'_0)\right) +$$

(318)

$$+\frac{4\pi\mathfrak{D}(1-\varepsilon)}{k'^2}\int_{r'_0}^{r'_\infty} r'^2 f_{,}(r')\, d_{r'}\left(\frac{\sin k'r'}{k'r'}\right) dr' +$$

$$+\,\varepsilon.4\pi\mathfrak{D}\, d^2_{u'}\left(\frac{r'_\infty d_{r'} f_{,}(r'_\infty)\sin(k'r'_\infty)}{k'^3} + \tfrac{1}{15} r'^4_0 d_{r'} f_{,}(r'_0)\right) -$$

$$-\,\varepsilon\,.\,4\pi\mathfrak{D}\, d^2_{u'}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\frac{r'^2}{k'^2} d_{r'} f_{,}(r')\, d_{r'}\left(\frac{\sin k'r'}{k'r'}\right)dr';$$

$$\mathfrak{F}_{,,} = -4\pi\mathfrak{D}'(1-\varepsilon')\left(\frac{r''_\infty f_{,,}(r''_\infty)\sin(k''r''_\infty)}{k''^3} + \tfrac{1}{15} r''^4_0 f_{,,}(r''_0)\right) +$$

$$+\frac{4\pi\mathfrak{D}'\,(1-\varepsilon')}{k''^2}\int_{r''_0}^{r''_\infty} r''^2 f_{,,}(r'')\, d_{r''}\left(\frac{\sin k''r''}{k''r''}\right) dr'' +$$

$$+\,\varepsilon'\,.\,\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{15}\, d^2_{u''}\left(r''^4_\infty d_{r''} f_{,,}(r''_\infty) - \tfrac{1}{14} k''^2 r''^6_0 d_{r''} f_{,,}(r''_0)\right) -$$

$$-\,\varepsilon'\,.\,4\pi\mathfrak{D}'\, d^2_{u''}\int_{r''_0}^{r''_\infty}\frac{r''^2}{k''^2} d_{r''} f_{,,}(r'')\left(\frac{\sin k''r''}{k''r''} - 1 + \frac{k''^2 r''^2}{6}\right) dr'' +$$

$$+\,\varepsilon\,.\,\frac{4\pi\mathfrak{D}}{15}\, d^2_{u'}\left(r'^4_\infty d_{r'} f_{,}(r'_\infty) - r'^4_0 d_{r'} f_{,}(r'_0)\right) -$$

$$-\,\varepsilon\,.\,4\pi\mathfrak{D}\, d^2_{u'}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\frac{r'^2}{k'^2} d_{r'} f_{,}(r')\,\frac{k'^2 r'^2}{6}\, dr'.$$

$$\mathfrak{L} = \mathfrak{E} - (1-2\varepsilon)\, u'^2 \mathfrak{F} + \varepsilon\,.\,\frac{8\pi\mathfrak{D}}{3}\left(r'^2_\infty f(r'_\infty) - \tfrac{1}{10} k'^2 r'^4_0 f(r'_0)\right) +$$

$$+\,\varepsilon\,.\,8\pi\mathfrak{D}\int_{r'_0}^{r'_\infty} r' f(r')\left(\frac{\sin k'r'}{k'r'} - 1\right) dr' +$$

$$+\,\varepsilon'\,.\,\frac{8\pi\mathfrak{D}}{3}\left(r''^2_\infty f_{,}(r''_\infty) - r''^2_0 f_{,}(r''_0)\right) - \varepsilon'.8\pi\mathfrak{D}'\int_{r''_0}^{r''_\infty} r'' f_{,}(r'')\, dr'';$$

$$\mathfrak{L}_{,}=\mathfrak{E}_{,}-(1-2\varepsilon')u''^2\mathfrak{F}_{,}+\varepsilon'.8\pi\mathfrak{D}'\left(\frac{\cos(k''r''_\infty)}{k''^2}f_{,}(r''_\infty)+\tfrac{1}{3}r''^2_0 f_{,}(r''_0)\right)$$

$$+\varepsilon'.8\pi\mathfrak{D}'\int_{r''_0}^{r''_\infty} r''f_{,}(r'')\frac{\sin k''r''}{k''r''}\,dr'';$$

(319)

$$_{,}\mathfrak{L}={}_{,}\mathfrak{E}-(1-2\varepsilon)u'^2{}_{,}\mathfrak{F}+\varepsilon.8\pi\mathfrak{D}\left(\frac{\cos(k'r'_\infty)}{k'^2}f_{,}(r'_\infty)+\tfrac{1}{3}r'^2_0 f_{,}(r'_0)\right)$$

$$+\varepsilon.8\pi\mathfrak{D}\int_{r'_0}^{r'_\infty} r'f_{,}(r')\frac{\sin k'r'}{k'r'}\,dr';$$

$$\mathfrak{L}_{,,}=\mathfrak{E}_{,,}-(1-2\varepsilon')u''^2\mathfrak{F}_{,,}+\varepsilon'.\frac{8\pi\mathfrak{D}'}{3}\left(r''^2_\infty f_{,,}(r''_\infty)-\tfrac{1}{10}k''^2r''^4_0 f_{,,}(r''_0)\right)$$

$$+\varepsilon'.8\pi\mathfrak{D}'\int_{r''_0}^{r''_\infty} r''f_{,,}(r'')\left(\frac{\sin k''r''}{k''r''}-1\right)dr''+$$

$$+\varepsilon.\frac{8\pi\mathfrak{D}}{3}\left(r'^2_\infty f_{,}(r'_\infty)-r'^2_0 f_{,}(r'_0)\right)-\varepsilon.8\pi\mathfrak{D}\int_{r'_0}^{r'_\infty} r'f_{,}(r')\,dr'.$$

§ 5.

Forplantelseshurtighed og Polarisation af den ordinære og extraordinære Straale i kunstige eenaxige Krystaller.

Da Lovene for Molekylarkræfternes Virkning ikke kunne forandres ved Legemets Sammentrykning, maa man gjöre de samme Forudsætninger over Molekylarkræfterne $f(r)$, $f_{,}(r)$, $f_{,,}(r)$, som i forrige Kapitel, nemlig:

(257) og (258) $r^2_\infty f(r_\infty)=o$, $r^4_0 f(r_0)=-h(r_0)$,

(262) og (263) $r^2_\infty f_{,}(r_\infty)=c$, $r^2_0 f_{,}(r_0)=-d(r_0)$, $r^2_\infty f_{,,}(r_\infty)=o$,

(266) $r^4_0 f_{,,}(r_0)=-g(r_0)=$ **en meget liden Störrelse.**

Paa det at endvidere de ved Ligningerne (292) og (291) bestemte Forplantelseshurtigheder af begge Straaler skulle have hver en endelig reel Værdie, er det tillige nödvendigt at antage:

$$r_\infty^4\, d_{r_\infty} f(r_\infty) = e,\ r_0^6 d_{r_0} f(r_0) = m(r_0),$$

(320) $$r_\infty^4\, d_{r_\infty} f_{,}(r_\infty) = q,\ r_0^4 d_{r_0} f_{,}(r_0) = l(r_0),$$

$r_\infty^4\, d_{r_\infty} f_{,,}(r_\infty) = i,\ r_0^6 d_{r_0} f_{,,}(r_0) =$ en meget liden Störrelse $n(r_0)$ eller liig Nul.

Ligningerne (317) give da, naar man bemærker at:

$$u' = \mathfrak{u}'\sqrt{-1};\ u'' = \mathfrak{u}''\sqrt{-1},$$

$$d_{u'}^2 = -d_{\mathfrak{u}'}^2,\quad d_{u''}^2 = -d_{\mathfrak{u}''}^2:$$

$$\mathfrak{E} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}}{30}k^2 h(r'_0) - \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{3}(c + d(r''_0)) + \frac{4\pi\mathfrak{D}}{30}\varepsilon\Big[(k^2 + 2\mathfrak{u}^2)(h(r'_0)$$
$$-\tfrac{1}{7}m(r'_0)) + 2e\Big] + \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{3}\varepsilon'\left(c + d(r''_0) + \frac{q - l(r'')}{5}\right)$$

$$\mathfrak{E}_{,} = \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{3}d(r''_0) + \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{3}\varepsilon'\left(\frac{l(r''_0)}{5} - d(r''_0)\right),$$

$$\mathfrak{E}_{,} = \frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}d(r'_0) + \frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}\varepsilon\left(\frac{l(r'_0)}{5} - d(r'_0)\right),$$

$$\mathfrak{E}_{,,} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{30}k^2 g(r''_0) - \frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}(c + d(r'_0)) + \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{30}\varepsilon'\Big[(k^2 + 2\mathfrak{u}^2)(g(r''_0)$$
$$-\tfrac{1}{7}n(r''_0)) + 2i\Big] + \frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}\varepsilon\left(c + d(r'_0) + \frac{q - l(r'_0)}{5}\right).$$

Af Ligningen (292) erholdes da, naar disse Værdier substitueres:

(322) $$s^4 - \alpha_{,}k^2 s^2 + \beta_{,}s^2 + \gamma_{,} - \delta_{,}\ k^2 + \lambda_{,}k^4 + (\alpha_{,,}\varepsilon + \alpha_{,,,}\varepsilon')s^2\mathfrak{u}^2$$
$$+ (\delta_{,,}\varepsilon + \delta_{,,,}\varepsilon')\mathfrak{u}^2 - (\lambda_{,,}\varepsilon + \lambda_{,,,}\varepsilon')k^2\mathfrak{u}^2 = o,$$

hvor:

$$\alpha_{,} = \frac{4\pi\mathfrak{D}}{30}h(r'_0) - \frac{4\pi\mathfrak{D}}{30}\varepsilon\left(h(r'_0) - \tfrac{1}{7}m(r'_0)\right) +$$
$$+ \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{30}g(r''_0) - \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{30}\varepsilon'\left(g(r''_0) - \tfrac{1}{7}n(r''_0)\right);$$

$$\beta_{,} = -\frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}\left(c + d(r'_0)\right) - \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{3}(c + d(r''_0) +$$
$$+ \frac{4\pi\mathfrak{D}}{3}\varepsilon\left(c + d(r'_0) + \frac{q - l(r'_0) + e}{5}\right) + \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{3}\varepsilon'\left(c + d(r''_0) + \frac{q - l(r''_0) + i}{5}\right);$$

$$\gamma_{,} = \frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{9}c(c + d(r'_0) + d(r''_0)) - \frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{9}\varepsilon\,(c + d(r''_0))$$
$$\left(c + d(r'_0) + \frac{q - l(r'_0)}{5}\right) - \frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{9}\varepsilon\, d(r''_0)\left(\frac{l(r'_0)}{5} - d(r'_0)\right)$$

$$-\frac{16\pi^2\mathfrak{D}^2}{45}\varepsilon(c+d(r'_0)e-\frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{9}\varepsilon'(c+d(r'_0))$$

$$\left(c+d(r''_0)+\frac{q-l(r''_0)}{5}\right)-\frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{9}\varepsilon'd(r'_0)\left(\frac{l(r''_0)}{5}-d(r''_0)\right)$$

$$-\frac{16\pi^2\mathfrak{D}'^2}{45}\varepsilon'(c+d(r''_0))\,i;$$

$$\delta_{,}=-\frac{16\pi^2\mathfrak{D}^2}{90}h(r'_0)(c+d(r'_0))-\frac{16\pi^2\mathfrak{D}'^2}{90}g(r''_0)(c+d(r''_0))$$

$$+\frac{16\pi^2\mathfrak{D}^2}{45}\varepsilon\left[h(r'_0)\left(c+d(r'_0)+\frac{q-l(r'_0)}{5}\right)-\tfrac{1}{7}m(r'_0)(c+d(r'_0)\right]$$

$$+\frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{450}\varepsilon e g(r''_0)+\frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{450}\varepsilon' i\,h(r'_0)+$$

$$+\frac{16\pi^2\mathfrak{D}'^2}{45}\varepsilon'\left[g(r''_0)\left(c+d(r''_0)+\frac{q-l(r''_0)}{5}\right)-\tfrac{1}{7}n(r''_0)(c+d(r''_0))\right];$$

$$\lambda_{,}=\frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{900}h(r'_0)g(r''_0)-\frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{900}\varepsilon\,g(r''_0)(h(r'_0)-\tfrac{1}{7}m(r'_0))$$

$$-\frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{900}\varepsilon' h((r'_0)(g(r''_0)-\tfrac{1}{7}n(r''_0));$$

$$(323)\qquad \alpha_{,,}=\frac{4\pi\mathfrak{D}}{15}\left(h(r'_0)-\tfrac{1}{7}m(r'_0)\right);$$

$$\alpha_{,,,}=\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{15}\left(g(r''_0)-\tfrac{1}{7}n(r''_0)\right);$$

$$\delta_{,,}=-\frac{16\pi^2\mathfrak{D}^2}{45}\left(c+d(r'_0)\right)\left(h(r'_0)-\tfrac{1}{7}m(r'_0)\right);$$

$$\delta_{,,,}=-\frac{16\pi^2\mathfrak{D}'^2}{45}\left(c+d(r''_0)\right)\left(g(r''_0)-\tfrac{1}{7}n(r''_0)\right);$$

$$\lambda_{,,}=\frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{450}g(r''_0)\left(h(r'_0)-\tfrac{1}{7}m(r'_0)\right);$$

$$\lambda_{,,,}=\frac{16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'}{450}h(r'_0)\left(g(r''_0)-\tfrac{1}{7}n(r''_0)\right).$$

Störrelserne $\alpha_{,,}$, $\delta_{,,}$ og $\lambda_{,,}$ have den fælleds Faktor $h(r'_0)-\frac{1}{7}m(r'_0)$. Denne kan ikke være Nul for enhver Værdie af r'_0, da ellers, som let sees, Forudsætningerne (320) ikke kunne finde Sted, og $\alpha_{,,}$, $\delta_{,,}$ og, med mindre $g(r''_0)=o$, tillige $\lambda_{,,}$ kunne fölgelig ikke være liig Nul. Qvadratet af Forplantelseshurtigheden af den ved Ligningen (322) bestemte Straale vil fölgelig forandres med Qvadra-

tet af u, det er, med Qvadratet af Cosinus til den Vinkel, Straalen danner med Krystalaxen. Denne Straale er fölgelig den extraordinære. Betegnes den Vinkel, Straalen danner med Krystalaxen, med α, og Hurtigheden med Ω_e, saa findes af Ligningen (322):

$$\Omega_e^2 = \frac{-2s^2(\lambda_{,}-(\lambda_{,,}\varepsilon+\lambda_{,,,}\varepsilon')\cos^2\alpha)}{\left\{\begin{array}{l} -[(\alpha_{,}-(\alpha_{,,}\varepsilon+\alpha_{,,,}\varepsilon')\cos^2\alpha)s^2+(\delta_{,}-(\delta_{,,}\varepsilon+\delta_{,,,}\varepsilon')\cos^2\alpha)] \\ +\sqrt{\{[(\alpha_{,}-(\alpha_{,,}+\alpha_{,,,}\varepsilon')\cos^2\alpha)s^2+(\delta_{,}+(\delta_{,,}\varepsilon+} \\ \overline{+\delta_{,,,}\varepsilon')\cos^2\alpha)]^2-4(s^4+\beta s^2+\gamma)(\lambda_{,}-(\lambda_{,,}\varepsilon+\lambda_{,,,}\varepsilon')\cos^2\alpha)\}} \end{array}\right\}},$$

eller, naar man bortkaster de höiere Potentser af $\lambda_{,}$, $\lambda_{,,}\varepsilon$ og $\lambda_{,,,}\varepsilon'$:

$$\Omega_e^2 = \alpha_{,}-(\alpha_{,,}\varepsilon+\alpha_{,,,}\varepsilon')\cos^2\alpha +$$

$$(323') \quad + \frac{\left\{\begin{array}{l}[(\delta_{,}-\alpha_{,}\beta_{,})-(\delta_{,,}\varepsilon+\delta_{,,,}\varepsilon'-\beta_{,}(\alpha_{,,}\varepsilon+\alpha_{,,,}\varepsilon'))\cos^2\alpha]\,s^2 \\ -\gamma_{,}(\alpha_{,}-(\alpha_{,,}\varepsilon+\alpha_{,,,}\varepsilon')\cos^2\alpha)\end{array}\right.}{s^4+\beta_{,}s^2+\gamma}$$

$$- \frac{(\lambda_{,}-(\lambda_{,,}\varepsilon+\lambda_{,,,}\varepsilon')\cos^2\alpha)s^2}{(\alpha_{,}-(\alpha_{,,}\varepsilon+\alpha_{,,,}\varepsilon')\cos^2\alpha)s^2+(\delta_{,}-(\delta_{,,}\varepsilon+\delta_{,,,}\varepsilon')\cos^2\alpha)}.$$

Da, som vi senere skulle see, Ligningerne (287) ikke finde Sted, ville Svingningerne i denne extraordinære Straale finde Sted lodret paa Krystalaxen, eller i Straalens saakaldte Polarisationsplan.

Forplantelseshurtigheden af den anden Straale er bestemt ved Ligningerne (297) og (298). Störrelsen μ kan i samme betragtes som en meget liden Störrelse af samme Orden som ε og ε'. Man kan fölgelig sætte

$$\mu = pe + q\varepsilon',$$

og Ligningerne (297) og (298) blive da:

$$(324) \quad \begin{array}{l} s^2+\mathfrak{L}+u^2\mathfrak{J}(1-\varepsilon p-\varepsilon' q))\xi+(\mathfrak{L}_{,}+u^2\mathfrak{J}_{,})\xi' = o, \\ ({}_{,}\mathfrak{L}+u^2{}_{,}\mathfrak{J}(1-\varepsilon p-\varepsilon' q)\xi+(s^2+\mathfrak{L}_{,,}+n^2\mathfrak{J}_{,,})\xi' = o, \end{array}$$

$$(325) \quad \begin{array}{l} (s^2+\mathfrak{E}-\mathfrak{F}(v^2+w^2)+\mathfrak{J}(1+\varepsilon p+\varepsilon' q)(v^2+w^2))\xi+ \\ +(\mathfrak{E}_{,}-\mathfrak{F}_{,}(v^2+w^2)+\mathfrak{J}_{,}(v^2+w^2))(1+\varepsilon p+\varepsilon' q)\xi' = o, \end{array}$$

$$({}_{,}\mathfrak{E}-{}_{,}\mathfrak{F}(v^2+w^2))(1-\varepsilon p-\varepsilon' q)+{}_{,}\mathfrak{J}(v^2+w^2))\xi+$$
$$+(s^2+\mathfrak{E}_{,,}-\mathfrak{F}_{,,}(v^2+w^2)+\mathfrak{J}_{,,}(v^2+w^2))\xi'=0.$$

Substituerer man her de i Ligningerne (315) og (319) givne Værdier af $\mathfrak{J}$, $\mathfrak{J}_{,}$, ${}_{,}\mathfrak{J}$, $\mathfrak{J}_{,,}$, $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{L}_{,}$, ${}_{,}\mathfrak{L}$, $\mathfrak{L}_{,,}$, saa findes:

$$\mathfrak{L}+u^2\mathfrak{J}(1-\varepsilon p-\varepsilon' q)=\mathfrak{E}+u^2(2-p)\varepsilon\mathfrak{F}-q\varepsilon' u^2\mathfrak{F}+$$
$$+\frac{4\pi\mathfrak{D}}{15}\varepsilon k^2 h(r'_0)+\frac{8\pi\mathfrak{D}'}{3}\varepsilon'\left(c+d(r''_0)\right)+$$
$$+8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\int_{r'_0}^{r'_\infty} r\mathfrak{f}(r)\left(\frac{\sin kr}{kr}-1\right)dr-8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\int_{r''_0}^{r''_\infty} r\mathfrak{f}_{,}(r)dr;$$

$$\mathfrak{L}_{,}+u^2\mathfrak{J}_{,}=\mathfrak{E}_{,}+2\varepsilon u^2\mathfrak{F}_{,}-\frac{8\pi\mathfrak{D}'}{3}\varepsilon' d(r''_0)+8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\int_{r''_0}^{r''_\infty} r\mathfrak{f}_{,}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr;$$

(326)

$${}_{,}\mathfrak{L}+u^2{}_{,}\mathfrak{J}(1-\varepsilon p-\varepsilon' q)={}_{,}\mathfrak{E}+\varepsilon u^2(2-p){}_{,}\mathfrak{F}-q\varepsilon' u^2{}_{,}\mathfrak{F}-$$
$$-\frac{8\pi\mathfrak{D}}{3}\varepsilon d(r'_0)+8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\int_{r'_0}^{r'_\infty} r\mathfrak{f}_{,}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr;$$

$$\mathfrak{L}_{,,}+u^2\mathfrak{J}_{,,}=\mathfrak{E}_{,,}+2\varepsilon' u^2\mathfrak{F}_{,,}+\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{15}\varepsilon' k^2 g(r''_0)+\frac{8\pi\mathfrak{D}}{3}\varepsilon\left(c+d(r'_0)\right)$$
$$+8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\int_{r''_0}^{r''_\infty} r\mathfrak{f}_{,,}(r)\left(\frac{\sin kr}{kr}-1\right)dr-8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\int_{r'_0}^{r'_\infty} r\mathfrak{f}_{,}(r)dr.$$

Da nu Dobbeltbrydningens Phænomener vise, at een af de to Straaler har en af Straalens Retning uafhængig Hurtighed, og da denne Straale, som vi have seet, ikke kan være den ved Ligningen (322) i det Foregaaende bestemte, maa den nödvendig være den ved Ligningerne (324) bestemte, og Ligningerne (326) maa fölgelig være uafhængige af u. Man maa fölgelig antage Betingelsesligningerne:

$$q=o,\quad p=2+\frac{h(r'_0)-\frac{1}{7}m(r'_0)}{h(r'_0)+\frac{15}{k^2}\int_{r'_0}^{r'_\infty} r^2 \mathfrak{f}(r)\, d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right) dr},$$

(327)

$$\int_{r_0}^{r_\infty} r^2 \mathfrak{f}_,(r)\, d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr=o,\quad \int_{r''_0}^{r''_\infty} r^2 \mathfrak{f}_{,,}(r) d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right) dr$$

$$=-\frac{k^2}{30}\left(3g(r''_0)-\tfrac{1}{7}n(r''_0)\right).$$

Indsættes disse Værdier, saa findes:

$$\mathfrak{E}-\mathfrak{F}(v^2+w^2)+\mathfrak{J}(1+\varepsilon p+\varepsilon' q)(v^2+w^2)=$$
$$\mathfrak{E}+\varepsilon\mathfrak{F}(k^2-u^2)(p-2);$$
$$(\mathfrak{E}_,-\mathfrak{F}_,(v^2+w^2)+\mathfrak{J}_,(v^2+w^2))(1+\varepsilon p+\varepsilon' q)=\mathfrak{E}_,+\varepsilon p\mathfrak{E}_,;$$

(328) $$({}_,\mathfrak{E}-{}_,\mathfrak{F}(v^2+w^2))(1-\varepsilon p-\varepsilon' q)+{}_,\mathfrak{J}(v^2+w^2)={}_,\mathfrak{E}-\varepsilon p{}_,\mathfrak{E};$$

$$\mathfrak{E}_{,,}-\mathfrak{F}_{,,}(v^2+w^2)+\mathfrak{J}_{,,}(v^2+w^2)=\mathfrak{E}_{,,}+$$
$$+\varepsilon'.\frac{4\pi\mathfrak{D}'}{15}(g(r''_0)-\tfrac{1}{7}n(r''_0))(k^2-u^2).$$

For at nu Ligningerne (299) skulle kunne finde Sted, det er, for at Ligningerne (324) og (325) skulle blive identiske, maa man nödvendig antage:

$$c+d(r_0)-3\int_{r_0}^{r_\infty} r\mathfrak{f}_,(r)dr=o;$$

$$\frac{k^2h(r_0)}{30}(3-p)+\int_{r_0}^{r_\infty} r\mathfrak{f}(r)\left(\frac{\sin kr}{kr}-1\right)dr+$$

$$+\frac{2-p}{2}\int_{r_0}^{r_\infty} r^2\mathfrak{f}(r)d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr=o;$$

(329) $$\int_{r_0}^{r_\infty} r\mathfrak{f}_,(r)\frac{\sin kr}{kr}dr-\frac{d(r_0)}{3}=o;$$

$$\frac{k^2 g(r'_0)}{10} + \int_{r_0}^{r_\infty} r f_{,,}(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} - 1\right) dr +$$

$$+ \int_{r_0}^{r_\infty} r f_{,,}(r) d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right) dr = o.$$

For at udvikle den anden af disse Betingelsesligninger sætte man:

$$\int_{r_0}^{r_\infty} r f(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} - 1\right) dr = A_1(r_0)k^2 + A_2(r_0)k^4 + A_3(r_0)k^6 + \ldots$$

og da:

$$r d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right) = k\, d_k\left(\frac{\sin kr}{kr}\right),$$

saa bliver:

$$\int_{r_0}^{r_\infty} r^2 f(r) d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right) dr = k d_k \int_{r_0}^{r_\infty} r f(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} - 1\right) dr =$$

$$= 2A_1(r_0)k^2 + 4A_2(r_0)k^4 + 6A_3(r_0)k^6 + \ldots$$

Den anden af Ligningerne (329) bliver da:

$$(3-p)\left(A_1(r_0) + \frac{h(r_0)}{30}\right) + (5-2p)\, A_2\,(r_0)k^2 +$$

$$+ (7-3p)\, A_3\,(r_0)\, k^4 + \ldots = o,$$

hvoraf findes:

$$(329') \quad (3-p)\left(A_1(r_0) - \frac{h(r_0)}{30}\right) = o, \quad (5-2p) A_2(r_0) = o,$$

$$(7-3p) A_3(r_0) = o \ldots\ldots$$

Heraf fölger videre:

$$A_2(r_0), \quad A_3(r_0) = o, \ldots.$$

og fölgelig:

$$\int_{r_0}^{r_\infty} r^2 f(r) d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right) dr = 2A_1(r_0)k^2.$$

Den förste af Ligningerne (329′) giver da enten:

$$A_1\,(r_0)=\frac{1}{2k^2}\int_{r_0}^{r_\infty} r^2\,f(r)d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr=-\frac{h\,(r_0)}{30},$$

og Ligningerne (327) give da, naar bemærkes, at $h(r_0)-\frac{1}{7}m(r_0)$ ikke kan være liig Nul, enten $p=\infty$, hvilket er umuligt, eller:

$$p-3=o,$$

$$(330)\qquad p=3.$$

Men för have vi fundet:

$$(327)\quad p=2+\frac{h(r'_0)-\frac{1}{7}m(r'_0)}{h\,(r'_0)+\frac{15}{k^2}\int_{r'_0}^{r'_\infty} r^2\,f\,(r)\,d_r\left(\frac{\sin k\,r}{k\,r}\right)dr},$$

hvoraf fölger:

$$(331)\qquad \int_{r_0}^{r_\infty} r^2 f(r)d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr=-\frac{k^2}{105}\,m\,(r_0),$$

og fölgelig:

$$(331')\qquad \int_{r^0}^{r_\infty} r\,f\,(r)\left(\frac{\sin kr}{kr}-1\right)dr=-\frac{k^2}{210}\,m\,(r_0).$$

Den sidste af Ligningerne (329) sammenholdt med den sidste af Ligningerne (327) giver paa samme Maade:

$$\int_{r_0}^{r_\infty} r^2 f_{,,}(r)d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr=-\frac{k^2 g(r_0)}{15}=-\frac{k^2}{105}n(r_0),$$

$$(332)\qquad g(r_0)-\frac{1}{7}n(r_0)=o,$$

$$\int_{r_0}^{r_\infty} r f_{,,}(r)\left(\frac{\sin kr}{kr}-1\right)dr=-\frac{k^2 g(r_0)}{30}=-\frac{k^2}{105}n(r_0).$$

De övrige af Ligningerne (329) give:

$$
(332') \qquad \begin{aligned}
&\int_{r_0}^{r_\infty} r f_{,}(r)dr = \tfrac{1}{3}(c + d(r_0)),\\
&\int_{r_0}^{r_\infty} r f_{,}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr = \tfrac{1}{3}d(r_0).
\end{aligned}
$$

Ifölge den anden af Betingelserne (332) blive i Udtrykkene (323):

$$
(332'') \qquad \alpha_{,,,} = \delta_{,,,} = \lambda_{,,,} = 0,
$$

og Ligningen (322) for Forplantelseshurtigheden af den extraordinære Straale bliver fölgelig:

$$
(333) \qquad \begin{aligned}
&s^4 - \alpha_{,}k^2s^2 + \beta_{,}s^2 + \gamma_{,} - \delta_{,}k^2 + \lambda_{,}k^4 +\\
&+ \alpha_{,,}\varepsilon s^2u^2 + \delta_{,,}\varepsilon u^2 - \lambda_{,,}\varepsilon k^2u^2 = 0,\\
&\Omega_e^2 = \alpha - \varepsilon\alpha_{,,}\cos^2\alpha + \frac{\left\{\begin{array}{l}[\delta_{,} - \alpha_{,}\beta_{,} - \varepsilon(\delta_{,,} - \alpha_{,,}\beta_{,})\cos^2\alpha]\,s^2\\ -\gamma_{,}(\alpha_{,} - \varepsilon\alpha_{,,}\cos^2\alpha)\end{array}\right\}}{s^4 + \beta_{,}s^2 + \gamma_{,}}\\
&\qquad - \frac{(\lambda_{,} - \varepsilon\lambda_{,,}\cos^2\alpha)\,s^2}{(\alpha_{,} - \varepsilon\alpha_{,,}\cos^2\alpha)\,s^2 + (\delta_{,} - \varepsilon\delta_{,,}\cos^2\alpha)}.
\end{aligned}
$$

Ligningerne (324) og (325) give Ligningen for Forplantelseshurtigheden af den ordinære Straale:

$$
(334) \qquad \begin{aligned}
&s^4 - (\alpha_{,} - \varepsilon\alpha_{,,})\,s^2k^2 + \beta_{,}s^2 + \gamma_{,} -\\
&- (\delta_{,} - \varepsilon\delta_{,,})k^2 + (\lambda_{,} - \varepsilon\lambda_{,,})\,k^4 = 0,\\
&\Omega_0^2 = \alpha - \varepsilon\alpha_{,,} + \frac{[\delta_{,} - \alpha_{,}\beta_{,} - \varepsilon(\delta_{,,} - \alpha_{,,}\beta_{,})]\,s^2 - \gamma_{,}(\alpha_{,} - \varepsilon\alpha_{,,})}{s^4 + \beta_{,}s^2 + \gamma_{,}}\\
&\qquad - \frac{(\lambda_{,} - \varepsilon\lambda_{,,})\,s^2}{(\alpha_{,} - \varepsilon\alpha_{,,})\,s^2 + (\delta_{,} - \varepsilon\delta_{,,})}.
\end{aligned}
$$

§ 6.

Om Forholdet mellem Polarisationsplan og Vibrationsplan.

Vi ville nu undersöge, om Ligningerne (287) kunne finde Sted eller ikke. Den förste af disse Ligninger bliver:

$$\mathfrak{L} + u^2 (1 - 4\varepsilon) \mathfrak{F} + \mathfrak{L}_{,,} + u^2 (1 - 4\varepsilon') \mathfrak{F}_{,,} = \mathfrak{E} + \mathfrak{E}_{,,},$$

eller:

$$\mathfrak{E} + \frac{4\pi\mathfrak{D}}{15} \varepsilon h(r'_0) k^2 + 8\pi\mathfrak{D}\varepsilon \int_{r'_0}^{r'\infty} r f(r) \left(\frac{\sin kr}{kr} - 1\right) dr +$$

$$+ \frac{8\pi\mathfrak{D}'}{3} \varepsilon'(c + d(r_0'')) - 8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon' \int_{r''_0}^{r''\infty} r f_{,}(r) dr +$$

$$+ \mathfrak{E}_{,,} + \frac{4\pi\mathfrak{D}'}{15} \varepsilon' g(r''_0) k^2 + 8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon' \int_{r''_0}^{r''\infty} r f(r) \left(\frac{\sin kr}{kr} - 1\right) dr +$$

$$+ \frac{8\pi\mathfrak{D}}{3} \varepsilon(c + d(r'_0)) - 8\pi\mathfrak{D}\varepsilon \int_{r'_0}^{r'\infty} r f_{,}(r) dr = \mathfrak{E} + \mathfrak{E}_{,,};$$

hvoraf fölger:

$$h(r'_0) - \tfrac{1}{7} m(r'_0) = o, \tag{335}$$

hvilken Ligning vi forhen have beviist er umulig. Den anden af Ligningerne (287) vilde give den samme Betingelsesligning: $h(r'_0) - \frac{1}{7} m(r'_0) = o$.

Ligningerne (287) ere först fremstillede af Cauchy (Ueber die Theorie des Lichts. Nach einem lithographischen Memoire von Cauchy frei bearbeitet von F. X. Moth. Wien 1842), for at undgaae Betingelsesligningerne (289) og fölgelig at opretholde den Fresnelske Sats, at Svingningerne i den extraordinaire Straale (284) eller (322) finde Sted i Hovedsnittet. Men Antagelsen af Ligningerne (287) er ikke alene, som vi have viist, uforenelig med de övrige Betingelser, man nödvendig maa antage om Etherens Molekylarkræfter, men opnaaer endog ikke sit Öiemed: Beviset for den Fresnelske Definition af Polarisationsplanet. Antager man nemlig, at Ligningen (335) fandt Sted, saa blev i Ligningerne (323): $\alpha_{,,} = o$, $\delta_{,,} = o$, $\lambda_{,,} = o$,

og den ved (333) eller (292) bestemte Straale vilde fölgelig blive den ordinære Straale. Man vilde fölgelig herved have beviist, at Svingningerne i den ordinære Straale fandt Sted i Hovedsnittet, istedetfor som tilsigtet at dette var Tilfældet i den extraordinære Straale. Man vilde saaledes ogsaa ved denne Antagelse föres til det samme Resultat som ellers. Derfor maa man med Nödvendighed antage, at Svingningerne i en polariseret Straale finde Sted i sammes Polarisationsplan. Denne Mening er ogsaa antagen af Cauchy i hans tidligere Værker og overhovedet af de fleste Mathematico-Physikere, medens flere Physikere fremdeles holde sig til den Fresnelske Definition.

De af Erfaringen bekræftede Formler for Intensiteten af den reflecterede og refracterede Straale, som Fresnel först udledede af sin Definition paa Polarisationsplanet, kunne Intet afgjöre i denne Sag, da de ligesaavel kunne udledes af den anden Definition, — hvis Rigtighed jeg her troer at have beviist med mathematisk Strenghed, — saaledes som Neumann har viist i sin Afhandling: „Ueber den Einfluss der Krystallflächen bei der Reflexion des Lichts und über die Intensität des gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahls“.

Svingningerne i den ordinære Straale (334) finde fölgelig Sted i Hovedsnittet og danne med Bölgeplanet en liden Vinkel φ, som er bestemt ved Ligningen (300) eller, da $\mu = 3\varepsilon$, ved Ligningen:

$$(336) \qquad \sin\varphi = \frac{3\varepsilon}{2} \sin 2\alpha,$$

hvor α betegner den Vinkel, som Straalen danner med Krystalaxen. Konstruerer man fölgelig i det gjennem Straalen gaaende Hovedsnit en Ellipse, hvis Centrum er

i Straalen, hvis ene Axe er parallel med Krystalaxen og den anden fölgelig lodret paa samme, og man bestemmer Længden af disse Axer saaledes, at Forholdet mellem Qvadratet af Axerne er liig Forholdet mellem Kuberne af Ethermolekylernes korteste Afstand i Axernes Retning, saa ville Svingningerne i den ordinære Straale foregaae parallele med Tangenten til Ellipsen i det Punkt, hvor Straalen skjærer denne.

Samtlige Betingelsesligninger, som vi have fundet for Molekylarkræfterne $f(r)$, $f_{\prime}(r)$, $f_{\prime\prime}(r)$, ere:

$$r_{\infty}^{2}\, f(r_{\infty}) = o\,;\; r_{\infty}^{4}\, d_{r_{\infty}}\left(\frac{f(r_{\infty})}{r_{\infty}}\right) = e = \text{en endelig Störrelse eller liig Nul};$$

(337) $$r_{0}^{4} f(r_{0}) = -h(r_{0})\,;\; r_{0}^{6} d_{r_{0}}\left(\frac{f(r_{0})}{r_{0}}\right) = m(r_{0}) = \text{en endelig Störrelse eller liig Nul};$$

$$\int_{r_0}^{r_\infty} r\, f(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} - 1\right) dr = \tfrac{1}{210}\, k^{2} r_{0}^{6}\, d_{r}\left(\frac{f(r_{0})}{r_{0}}\right).$$

$$r_{\infty}^{2}\, f_{\prime}r(_{\infty}) = c,\ \text{forskjellig fra Nul};\; r_{\infty}^{4}\, d_{r_{\infty}}\left(\frac{f_{\prime}(r_{\infty})}{r_{\infty}}\right) = q = \text{en endelig Störrelse eller liig Nul};$$

(338) $$r_{0}^{2} f_{\prime}(r_{0}) = -d(r_{0}),\ \text{forskjellig fra Nul};\; r_{0}^{4} d_{r_{0}}\left(\frac{f_{\prime}(r_{0})}{r_{0}}\right) = l(r_{0}) = \text{en endelig Störrelse eller liig Nul};$$

$$\int_{r_0}^{r_\infty} r\, f_{\prime}(r) \frac{\sin kr}{kr}\, dr = -\tfrac{1}{3} r_{0}^{2} f_{\prime}(r_{0})\,;$$

$$\int_{r_0}^{r_\infty} r f_{\prime}(r)\, dr = \tfrac{1}{3} r_{\infty}^{2}\, f_{\prime}(r_{\infty}) - \tfrac{1}{3} r_{0}^{2} f_{\prime}(r_{0}).$$

$$r_{\infty}^{2}\, f_{\prime\prime}(r_{\infty}) = o\,;\; r_{0}^{4} f_{\prime\prime}(r_{0}) = -g(r_{0}) = \text{en meget liden Störrelse eller liig Nul};$$

$$r_\infty^4 d_{r_\infty}\left(\frac{f_{,,}(r_\infty)}{r_\infty}\right) = i = \text{en endelig Störrelse eller liig Nul;}$$

(339)

$$r_0^6 d_{r_0}\left(\frac{f_{,,}(r_0)}{r_0}\right) = n(r_0) = \text{en meget liden Störrelse eller liig Nul;}$$

$$\int_{r_0}^{r_\infty} r f_{,,}(r)\left(\frac{\sin kr}{kr} - 1\right) dr = -\tfrac{1}{210} k^2 r_0^6 d_{r_0}\left(\frac{f_{,,}(r_0)}{r_0}\right).$$

§ 7.

Bestemmelse af Værdien af Forholdet $\frac{\varepsilon}{\varepsilon'}$.

Subtraherer man Ligningerne (333) og (334) fra hinanden, og sættes for Kortheds Skyld:

$$C = \alpha_{,,} + \frac{(\delta_{,,} - \alpha_{,,}\beta_{,})s^2 - \alpha_{,,}\gamma_{,}}{s^4 + \beta_{,}s^2 + \gamma_{,}} - \frac{\lambda_{,,}(\alpha_{,}s^2 + \delta_{,}) - \lambda_{,}(\alpha_{,,}s^2 + \delta_{,,})}{(\alpha_{,}s^2 + \delta_{,})^2},$$

saa erholdes:

$$\Omega_e^2 - \Omega_0^2 = \varepsilon C \sin^2\alpha.$$

Lodret paa Axen er $\alpha = 90^0$, fölgelig:

$$\Omega_e^2 - \Omega_0^2 = \varepsilon C,$$

og heraf:

$$\Omega_e^2 = \Omega_0^2 + \varepsilon C,$$

(340)
$$\Omega_e = \Omega_0 + \frac{\varepsilon C}{2\Omega_0},$$

$$\frac{1}{\Omega_0} - \frac{1}{\Omega_e} = \frac{\varepsilon C}{2\Omega_0^3},$$

naar man bortkaster de höiere Potentser af ε.

Denne Störrelse $\frac{\varepsilon C}{2\Omega_0^3}$ kan ved Experimenter bestemmes som en Funktion af Legemets Kompression, og vil da findes proportional med Kompressionskoefficienten ε'. Talværdien af dette Forhold er af Neumann i en Afhandling: „Die Gesetze der Doppeltbrechung des Lichts in

comprimirten oder ungleichförmig erwärmten unkrystallinischen Körpern«, bestemt for Speilglas paa fölgende Maade:

Antages Legemet at være et retvinklet Parallelepiped, hvis Dimensioner betegnes ved **H**, **B**, **D**, og at dette sammentrykkes i Retningen af **H** om Störrelsen e'**H**, saa ville Legemets Dimensioner efter Trykket være: $(1 - e')$ **H**, $(1 + \frac{1}{4}e')$ **B**, $(1 + \frac{1}{4}e')$ **D**. Lader man nu lodret paa dette Parallelepiped i Retningen af **D** falde ind en homogen Lysstraale, hvis Svingningstid er T, og hvis Polarisationsplan danner med Retningen af **H** en Vinkel af $+45^0$, og analyserer samme efter Gjennemgangen med en Turmalin eller et Nicolsk Prisma, hvis Polarisationsplan danner en Vinkel af -45^0 med Retningen af **H**, saa er Intensiteten af det Lys, der er gaaet gjennem den analyserende Turmalin eller Nicolske Prisma proportional med Udtrykket:

$$\sin^2\left\{\frac{D(1+\frac{1}{4}e')}{T}\left(\frac{1}{\Omega_0}-\frac{1}{\Omega_e}\right)\pi\right\}.$$

Betegne vi nemlig ved α den halve Amplitude af Svinggerne i Straalens oprindelige Polarisationsplan, saa bliver Forrykningen langs denne Axe:

((175)) $$\vartheta = \alpha\cos\left\{2\pi\left(\frac{\varphi}{l}-\frac{t}{T}\right)\right\}.$$

Decomponere vi denne langs x og y Axen, hvilke Axer antages parallele med Dimensionerne **H** og **B**, saa bliver:

$$\xi = \frac{\alpha}{\sqrt{2}}\cos\left\{2\pi\left(\frac{\varphi}{l}-\frac{t}{T}\right)\right\},\ \eta = \frac{\alpha}{\sqrt{2}}\cos\left\{2\pi\left(\frac{\varphi}{l}-\frac{t}{T}\right)\right\}.$$

Den förste af disse Vibrationer forplanter sig med Hurtigheden Ω_0, og denne Straale gjennemlöber fölgelig Legemet, hvis Dimension i Straalens Retning er $D(1+\frac{1}{4}e')$,

i Tiden $\frac{D(1+\frac{1}{4}e')}{\Omega_0}$; den anden Vibration forplanter sig med Hurtigheden Ω_e, og denne Straale gjennemlöber fölgelig Legemet i Tiden $\frac{D(1+\frac{1}{4}e')}{\Omega_e}$. Den sidste Straale vil fölgelig træde et Tidsrum stort $D(1+\frac{1}{4}e')\left(\frac{1}{\Omega_0}-\frac{1}{\Omega_e}\right)$ tidligere ud af Legemet end den förste Straale og i detttc Tidsrum gjennemlöbe et Rum $\delta = D(1+\frac{1}{4}e')\left(\frac{1}{\Omega_0}-\frac{1}{\Omega_e}\right) O$, hvor O betegner Lysets Hurtighsd i Luften. Efter Tidsrummet $\frac{D(1+e')}{\Omega_0}$ ville fölgelig Forrykningerne i begge Straaler være:

$$\xi = \frac{\alpha}{\sqrt{2}} \cos\left\{2\pi\left(\frac{\varphi - D(1+\frac{1}{4}e')}{l} - \frac{t}{T}\right)\right\},$$

$$\eta = \frac{\alpha}{\sqrt{2}} \cos\left\{2\pi\left(\frac{\varphi - D(1+\frac{1}{4}e') - \delta}{l} - \frac{t}{T}\right)\right\}.$$

Naar begge disse Forrykninger dekomponeres langs det analyserende Prismas Polarisationsplan, findes Forrykningen i dette at være:

$$\vartheta' = \frac{\alpha}{\sqrt{2}}\left[\cos\left\{2\pi\left(\frac{\varphi - D(1+\frac{1}{4}e')}{l} - \frac{t}{T}\right)\right\} - \right.$$

$$\left. - \cos\left\{2\pi\left(\frac{\varphi - D(1+\frac{1}{4}e') - \delta}{l} - \frac{t}{T}\right)\right\}\right] =$$

$$= \alpha \sin\left\{\frac{\pi D\left(\frac{1}{\Omega_0}-\frac{1}{\Omega_e}\right)(1+\frac{1}{4}e')}{T}\right\} \times$$

$$\times \cos\left\{2\pi\left(\frac{\varphi - D(1+\frac{1}{4}e') - p}{l} - \frac{t}{T}\right)\right\},$$

hvor:

$$\cos\left\{\frac{\pi D\left(\frac{1}{\Omega_o}-\frac{1}{\Omega_e}\right)(1+\frac{1}{4}e')}{T}\right\} = \sin\left\{\frac{2\pi p}{l}\right\}.$$

Den halve Amplitude af Svingningerne efter Gjennemgangen gjennem den analyserende Turmalin eller Nicolske Prisma bliver fölgelig:

$$\alpha \sin\left\{\frac{\pi D\,(1+\frac{1}{4}e')\left(\frac{1}{\Omega_o}-\frac{1}{\Omega_e}\right)}{T}\right\}.$$

Intensiteten af Lyset er proportional med Qvadratet af Svingningernes Amplitude; sættes altsaa Intensiteten af det indfaldende Lys liig 1, saa bliver Intensiteten af det gjennemgaaede Lys:

$$\sin^2\left\{\frac{\pi D\,(1+\frac{1}{4}e')\left(\frac{1}{\Omega_o}-\frac{1}{\Omega_e}\right)}{T}\right\}.$$

Naar det igjennem Legemet gaaende Lys ikke er homogent, men hvidt Lys, saa vil Intensiteten og Farven af det gjennemgaaede Lys udtrykkes ved:

$$\Sigma \sin^2\left\{\frac{\pi D\,(1+\frac{1}{4}e')\left(\frac{1}{\Omega_o}-\frac{1}{\Omega_e}\right)}{T}\right\},$$

hvor Tegnet Σ har Hensyn til alle Værdier af T, som tilhöre de i hvidt Lys forekommende Straaler, og betegner den Operation, hvorved man erholder Straalens Farve.

Den Farve, som en Luftlamelle af Tykkelsen Θ reflecterer lodret i hvidt Lys, udtrykkes ved:

$$\Sigma \sin^2\left(\frac{2\pi\Theta}{T\mathrm{O}}\right).$$

Naar altsaa Farven af det Lys, som er gaaet gjennem det comprimerede Glasparallelepiped, er den samme som hiin af Luftlamellen reflecterede, saa bliver:

$$\frac{2\Theta}{0}=D(1+\tfrac{1}{4}e')\left(\frac{1}{\Omega_0}-\frac{1}{\Omega_e}\right).$$

Men nu er ifölge (340):

$$\frac{1}{\Omega_0}-\frac{1}{\Omega_e}=\frac{\varepsilon C}{2\Omega_0^3},$$

fölgelig, naar man bortkaster Produktet $e'\varepsilon$:

$$\frac{2\Theta}{0}=\frac{\varepsilon DC}{2\Omega_0^3},$$

eller:

$$(341)\qquad \varepsilon C=\frac{4\Theta\Omega^3}{OD}.$$

For at undgaae direkte at maale en saa liden Störrelse som e', har Neumann anvendt fölgende Fremgangsmaade. En ret Glasstribe, hvis Tværsnit er et Rectangel, lagdes med begge Ender paa to faste Underlag, og det midlere Tværsnit af denne Glasstribe, lige langt fra begge Underlagene, nedböiedes om en Störrelse f, der maaltes direkte. Tænkes Underlagene beliggende i et horizontalt Plan, saa vil den nedre Halvdeel af Glasstriben udvides i Retningen af dens Længde, den övre Halvdeel sammenpresses. De i Midten af Glasstriben beliggende Partikler ville ikke forandre deres oprindelige Afstand fra hinanden; de ville danne en cylindrisk Flade, hvis Ligning, naar Koordinaternes Begyndelsespunkt vælges midt i Stribens midlere Tværsnit, x Axen horizontal og parallel med Stribens vertikale Sideflader og y Axen vertikal, bliver:

$$(342)\qquad y=\tfrac{3}{2}f\left\{\left(\frac{x}{a}\right)^2-\tfrac{1}{3}\left(\frac{x}{a}\right)^3\right\},$$

hvor a betegner den halve Afstand mellem Underlagene (Hansteens Mechanik pag. 256). I et Punkt, hvis Abscisse er x og hvis Ordinate er y', vil da Udvidelsen i Retningen af Stribens Længde være:

$$e' = -\frac{y'}{R},$$

hvor R betegner Krumningsradien til det Punkt i Linien (342) hvis Abscisse ligeledes er x. Man har da:

$$R = \frac{\left\{4\,a^2 + 9\,f^2\left(2\frac{x}{a} - \left(\frac{x}{a}\right)^2\right)^2\right\}^{\frac{3}{2}}}{24\,f\,(a-x)},$$

fölgelig, naar de höiere Potenser af $\frac{x}{a}$ bortkastes:

(343) $$e' = -\frac{3fy'}{a^2}\left(1 - \frac{x}{a}\right).$$

Naar x er liig Nul, faaes i det middlere Tværsnit:

(344) $$e' = -\frac{3fy'}{a^2},$$

og fölgelig:

(345) $$\frac{\varepsilon C}{e'} = -\frac{4\,\Omega^3}{3\,O\,D} \cdot \frac{\Theta a^2}{fy'}.$$

Ved den Glasstribe, Neumann benyttede, var:

$$\Omega = 0{,}654\;O, \quad D = 8{,}'''53,$$

og endvidere fandtes ved 12 særskilte Observationer:

Observations-No.	a	f	Θ	−y′	Heraf findes $\frac{\varepsilon C}{e' O^2}$
1	33	0,157	0,000126	0,419	0,0992
2	33	0,157	0,000183	0,656	0,0842
3	33	0,136	0,000126	0,463	0,0953
4	33	0,136	0,000183	0,757	0,0846
5	28,12	0,0675	0,000158	0,9795	0,0826
6	28,12	0,0857	0,000183	0,9795	0,0754
7	28,12	0,1146	0,000263	0,9795	0,0810
8	28,12	0,1403	0,900305	0,9795	0,0767
9	28,12	0,0516	0,000158	1,027	0,1031
10	28,12	0,0623	0,000183	1,027	0,0989
11	28,12	0,0873	0,000263	1,027	0,1014
12	28,12	0,1069	0,000305	1,027	0,0961

hvor alle Maal ere udtrykte i Pariserlinier.

Efter Middeltal af disse 12 Observationer findes fölgelig for denne Glasstribe:

$$\frac{\varepsilon C}{e'} = 0{,}090\ O^2, \tag{346}$$

hvor O betegner Lysets Hurtighed i Luften. Den sandsynlige Feil af Koefficienten 0,090 findes ligeledes $= 0{,}002$.

Capitel 3.

Lovene for Lysets Forplantelse i naturlige eenaxige Krystaller.

§ 1.

Ligninger for de uendelig smaa Bevægelser i to Systemer af Molekyler.

Vi have hidindtil forudsat, at Molekylarkræfterne $f(r)$, $f_{,}(r)$, $f_{,,}(r)$ kun vare Funktioner af Afstanden r og uafhængige af Retningen af denne Radius vector r. Dette kan man forudsætte ved isophane Legemer og fölgelig ogsaa ved Legemer, der oprindelig vare isophane, men kun ved Tryk eller Opvarmning erholdt en Krystals optiske Egenskaber. Ved de naturlige Krystaller kan man derimod ikke forudsætte, at Kræfterne $f_{,,}(r)$ og $f_{,}(r)$ ere blotte Funktioner af r, og for Almindelighedens Skyld ville vi heller ikke forudsætte dette ved Kraften $f(r)$. Ved eenaxige Krystaller maa man da antage, at Kræfterne $f(r)$, $f_{,}(r)$, $f_{,,}(r)$ ere Funktioner ikke blot af Afstanden r, men ogsaa af den Vinkel, som denne Radius vector r danner med Krystalaxen. Vælge vi, som forhen, x Axen parallel

med Krystvlaxen, saa kunne disse tre Funktioner sættes under fölgende Form:

$$f(r) = f(r,x) = \Sigma x^n \Phi_n(r) ;$$

$$f_{,}(r) = f_{,}(r,x) = \Sigma x^n \Phi'_n(r) ;$$

$$f_{,,}(r) = f_{,,}(r,x) = \Sigma x^n \Phi''_n(r) ;$$

$$(347) \quad f(r) = f(r,x) = \Sigma \frac{x^n \Phi_n(r)}{r} = \Sigma x^n \varphi_n(r) ;$$

$$f_{,}(r) = f_{,}(r,x) = \Sigma \frac{x^n \Phi'_n(r)}{r} = \Sigma x^n \varphi'_n(r) ;$$

$$f_{,,}(r) = f_{,,}(r,x) = \Sigma \frac{x^n \Phi''_n(r)}{r} = \Sigma x^n \varphi''_n(r).$$

Istedetfor Ligningerne ((17)) vil man da erholde fölgende:

$$(348) \quad \begin{cases} f(r+\rho,\ x+\triangle\xi) = \\ = \Sigma x^n \varphi_n(r) + \rho \Sigma x^n d_r \varphi_n(r) + \triangle\xi \Sigma n x^{n-1} \varphi_n(r) ; \\ f_{,}(r+\rho,\ x+\triangle\xi) = \\ = \Sigma x^n \varphi'_n(r) + \rho \Sigma x^n d_r \varphi'_n(r) + \triangle\xi \Sigma n x^{n-1} \varphi'_n(r) ; \\ f_{,,}(r+\rho,\ x+\triangle\xi) = \\ = \Sigma x^n \varphi''_n(r) + \rho \Sigma x^n d_r \varphi''_n(r) + \triangle\xi \Sigma n x^{n-1} \varphi''_n(r). \end{cases}$$

Substituerer man disse Værdier i Ligningerne ((8)), saa erholder man istedetfor Ligningerne ((18)) fölgende:

$$d_t^2 \xi = S\left[m \triangle \xi \Sigma x^n \varphi_n(r)\right] + S\left[m x \rho \Sigma x^n d_r \varphi_n(r)\right] +$$
$$+ S\left[m x \triangle \xi \Sigma n x^{n-1} \varphi_n(r)\right] +$$
$$+ S\left[m'(\xi' - \xi + \triangle\xi') \Sigma x^n \varphi'_n(r)\right] + S\left[m' x \rho_{,} \Sigma x^n d_r \varphi'_n(r)\right] +$$
$$+ S\left[m'(\xi' - \xi + \triangle\xi') x \Sigma n x^{n-1} \varphi'_r(r)\right];$$

$$d_t^2 \eta = S\left[m \triangle \eta \Sigma x^n \varphi_n(r)\right] + S\left[m y \rho \Sigma x^n d_r \varphi_n(r)\right] +$$

$$+S\left[my\,\Delta\xi\,\Sigma\, nx^{n-1}\,\varphi_n(r)\right]+$$
$$+S\left[m'(\eta'-\eta+\Delta\eta')\Sigma x^n\,\varphi'_n(r)\right]+S\left[m'y\,\rho,\Sigma x^n\,d_r\,\varphi'_n(r)\right]+$$
$$+S\left[m'(\xi'-\xi+\Delta\xi')\,y\Sigma nx^{n-1}\,\varphi'_n(r)\right];$$
$$d_t^2\zeta=S\left[m\,\Delta\zeta\,\Sigma\, x^n\,\varphi_n(r)\right]+S\left[mz\rho\Sigma x^n\,d_r\,\varphi_n(r)\right]+$$
$$+S\left[mz\Delta\xi\Sigma nx^{n-1}\,\varphi_n(r)\right]+$$
$$+S\left[m'(\zeta'-\zeta+\Delta\zeta')\,\Sigma x^n\varphi'_n(r)\right]+S\left[m'z\,,\rho\Sigma\, x^n\,d_r\,\varphi'_n(r)\right]+$$
(349)
$$+S\left[m'(\xi'-\xi+\Delta\xi')\,z\Sigma nx^{n-1}\,\varphi'_n(r)\right];$$
$$d_t^2\xi'=S\left[m(\xi-\xi'+\Delta\xi)\Sigma x^n\varphi'_n(r)\right]+S\left[mx\,,\rho\,\Sigma\, x^n\,d_r\varphi'_n(r)\right]+$$
$$+S\left[m(\xi-\xi'+\Delta\xi)\,x\Sigma\, nx^{n-1}\,\varphi'_n(r)\right]+$$
$$+S\left[m'\Delta\xi'\Sigma x^n\varphi''_n(r)\right]+S\left[m'x\,\rho_{,,}\Sigma x^n\,d_r\varphi''_n(r)\right]+$$
$$+S\left[m'x\,\Delta\xi'\Sigma\, nx^{n-1}\varphi''_n(r)\right];$$
$$d_t^2\eta'=S\left[m(\eta-\eta'+\Delta\eta)\,\Sigma x^n\varphi'_n(r)\right]+S\left[m\,y\,,\rho\,\Sigma\, x^n\,d_r\,\varphi'_n(r)\right]+$$
$$+S\left[m(\xi-\xi'+\Delta\xi)\,y\,\Sigma\, nx^{n-1}\,\varphi'_n(r)\right]+$$
$$+S\left[m'\Delta\eta'\Sigma\, x^n\varphi''_n(r)\right]+S\left[m'y\rho_{,,}\Sigma\, x^n\,d_r\varphi''_n(r)\right]+$$
$$+S\left[m'y\,\Delta\xi'\Sigma\, nx^{n-1}\varphi''_n(r)\right];$$
$$d_t^2\zeta'=S\left[m(\zeta-\zeta'+\Delta\zeta)\,\Sigma\, x^n\varphi'_n(r)\right]+S\left[mz\,,\rho\Sigma\, x^n\,d_r\,\varphi'_n(r)\right]+$$
$$+S\left[m(\xi-\xi'+\Delta\xi)\,z\Sigma nx^{n-1}\,\varphi'_n(r)\right]+$$
$$+S\left[m'\,\Delta\zeta'\Sigma\, x^n\varphi''_n(r)\right]+S\left[m'z\rho_{,,}\,\Sigma x^n\,d_r\varphi''_n(r)\right]+$$
$$+S\left[m'z\Delta\xi'\Sigma\, nx^{n-1}\varphi''n(r)\right].$$

Betragter man nu i Funktionerne (347) for Kortheds Skyld x og r, som uafhængige Variable og sætter:

$$\mathfrak{h}=S\left\{\frac{m}{x}d_x\,f(r)\left(e^{ux+vy+wz}-1-(ux+vy+wz)-\frac{(ux+vy+wz)^2}{2}\right)\right\}$$

$$-S\left\{\frac{m'}{x}d_x f_{,}(r)\frac{(ux+vy+wz)^2}{2}\right\}=$$

$$=\mathfrak{h}\left(\frac{d_x f(r)}{x}\right)-\mathfrak{h}\left(\frac{d_x f_{,}(r)}{x}\right);$$

$$\mathfrak{h}_{,}=S\left\{\frac{m'}{x}d_x f_{,}(r)\left(e^{ux+vy+wz}-1-(ux+vy+wz)\right)\right\}=$$

$$=\mathfrak{h}_{,}\left(\frac{d_x f_{,}(r)}{x}\right);$$

(350)
$$_{,}\mathfrak{h}=S\left\{\frac{m}{x}d_x f_{,}(r)\left(e^{ux+vy+wx}-1-(ux+vy+wz)\right)\right\}=$$

$$=_{,}\mathfrak{h}\left(\frac{d_x f_{,}(r)}{x}\right);$$

$$\mathfrak{h}_{,,}=S\left\{\frac{m'}{x}d_x f_{,,}(r)\left(e^{ux+vv+wz}-1-(ux+vy+wz)-\frac{(ux+vy+wz)^2}{2}\right)\right\}$$

$$-S\left\{\frac{m}{x}d_x f_{,}(r)\frac{(ux+vy+wz)^2}{2}\right\}=$$

$$=\mathfrak{h}_{,,}\left(\frac{d_x f_{,,}(r)}{x}\right)-\mathfrak{h}_{,,}\left(\frac{d_x f_{,}(r)}{x}\right);$$

$$\mathfrak{l}=d_u^2\,\mathfrak{h},\ \mathfrak{l}_{,}=d_u^2\,\mathfrak{h}_{,},\ _{,}\mathfrak{l}=d_u^2\,_{,}\mathfrak{h},\ \mathfrak{l}_{,,}=d_u^2\,\mathfrak{h}_{,,};$$

(351) $$\mathfrak{r}=d_u d_v\mathfrak{h},\ \mathfrak{r}_{,}=d_u d_v\mathfrak{h}_{,},\ _{,}\mathfrak{r}=d_u d_v\,_{,}\mathfrak{h},\ \mathfrak{r}_{,,}=d_u d_v\mathfrak{h}_{,,};$$

$$\mathfrak{q}=d_u d_w\mathfrak{h},\ \mathfrak{q}_{,}=d_u d_w\mathfrak{h}_{,},\ _{,}\mathfrak{q}=d_u d_w\,_{,}\mathfrak{h},\ \mathfrak{q}_{,,}=d_u d_w\mathfrak{h}_{,,};$$

og betegner ved l, $l_{,}$, $_{,}l$, $l_{,,}$, r, $r_{,}$, $_{,}r$, $r_{,,}$, q, $q_{,}$, $_{,}q$, $q_{,,}$ de karakteristiske Funktioner, som fremkomme ved i Störrelserne $\mathfrak{l}$, $\mathfrak{l}_{,}$, ... $\mathfrak{q}_{,,}$ at sætte d_x, d_y, d_z istedetfor u, v, w, saa kunne Ligningerne (349) istedetfor at sættes under Formerne ((21)) sættes under fölgende Form:

$$(L+l-d_t^2)\xi+R\eta+Q\zeta+(L_{,}+l_{,})\xi'+R_{,}\eta'+Q_{,}\zeta'=0,$$

$$(R+r)\xi+(M-d_t^2)\eta+P\zeta+(R_{,}+r_{,})\xi'+M_{,}\eta'+P_{,}\zeta'=0,$$

(352) $$(Q+q)\xi+P\eta+(N-d_t^2)\zeta+(Q_{,}+q_{,})\xi'+P_{,}\eta'+N_{,}\zeta'=0,$$

$({}_{,}L+{}_{,}l)\xi+{}_{,}R\eta+{}_{,}Q\zeta+(L_{,,}+l_{,,}-d_t^2)\xi'+R_{,,}\eta'+Q_{,,}\zeta'=o,$
$({}_{,}R+{}_{,}r)\xi+{}_{,}M\eta+{}_{,}P\zeta+(R_{,,}+r_{,,})\xi'+(M_{,,}-d_t^2)\eta'+P_{,,}\zeta'=o,$
$({}_{,}Q+{}_{,}p)\xi+{}_{,}P\eta+{}_{,}N\zeta+(Q_{,,}+q_{,,})\xi'+P_{,,}\eta'+(N_{,,}-d_t^2)\zeta'=o,$

hvor L, $L_{,}$, ... ere bestemte ved Ligningerne ((19)) og $f(r)$, $f_{,}(r)$, $f_{,,}(r)$ ved Ligningerne (347). Ved eenaxige Krystaller, maa Störrelserne l, r, q, $l_{,}$, $r_{,}$, $q_{,}$, ... være karakteristiske Funktioner af d_x og $d_y^2+d_z^2$ og fölgelig $\mathfrak{h}$, $\mathfrak{h}_{,}$, ${}_{,}\mathfrak{h}$, $\mathfrak{h}_{,,}$ Funktioner af u og $\varkappa_{,}$.

Sætter man nu:

$$(353)\qquad \begin{aligned} i&=\frac{1}{u}d_u\left(\frac{1}{\varkappa_{,}}d_{\varkappa_{,}}\mathfrak{h}\right); & i_{,}&=\frac{1}{u}d_u\left(\frac{1}{\varkappa_{,}}d_{\varkappa_{,}}\mathfrak{h}_{,}\right);\\ {}_{,}i&=\frac{1}{u}d_u\left(\frac{1}{\varkappa_{,}}d_{\varkappa_{,}}{}_{,}\mathfrak{h}\right); & i_{,,}&=\frac{1}{u}d_u\left(\frac{1}{\varkappa_{,}}d_{\varkappa_{,}}\mathfrak{h}_{,,}\right);\end{aligned}$$

og betegner ved i, $i_{,}$, ${}_{,}i$, $i_{,,}$ de tilsvarende karakteristiske Funktioner, naar man sætter d_x, d_y, d_z istedetfor u, v, w, saa bliver:

$$(354)\qquad \begin{aligned} &r=d_x\,d_y\,i,\ r_{,}=d_x\,d_y\,i_{,},\ {}_{,}r=d_x\,d_y\,{}_{,}i,\ r_{,,}=d_x\,d_y\,i_{,,};\\ &q=d_x\,d_z\,i,\ q_{,}=d_x\,d_z\,i_{,},\ {}_{,}q=d_x\,d_z\,{}_{,}i,\ q_{,,}=d_x\,d_z\,i_{,,}.\end{aligned}$$

Ligningerne (352) kunne fölgelig sættes under fölgende Form, der træder istedetfor Ligningerne (271):

$$(355)\qquad \begin{aligned} &(L+l-d_t^2)\,\xi+d_x\,I\,(d_y\,\eta+d_z\,\zeta)+\\ &(L_{,}+l_{,})\,\xi'+d_x\,I_{,}\,(d_y\,\eta'+d_z\,\zeta')=o,\\ &({}_{,}L+{}_{,}l)\,\xi'+d_x\,{}_{,}I\,(d_y\,\eta+d_z\,\zeta)+\\ &(L_{,,}+l_{,,}-d_t^2)\,\xi'+d_x\,I_{,,}(d_y\,\eta'+d_z\,\zeta')=o;\\ &(E-d_t^2)\,\eta+d_y\,((I+i)\,d_x\,\xi+F(d_y\,\eta+d_z\zeta))+\\ &E_{,}\eta'+d_y\,((I_{,}+i_{,})\,d_x\,\xi'+F_{,}(d_y\,\eta'+d_z\,\zeta'))=o,\\ &{}_{,}E\,\eta+d_y\,(({}_{,}I+{}_{,}i)\,d_x\,\xi+{}_{,}F(d_y\,\eta+d_z\,\zeta))+\\ &(E_{,,}-d_t^2)\,\eta'+d_y\,((I_{,,}+i_{,,})d_x\,\xi'+F_{,,}(d_y\,\eta'+d_z\zeta'))=o,\end{aligned}$$

$$(E - d_t^2)\,\zeta + d_z\,((I + i)\,d_x\,\xi + F(d_y\,\eta + d_z\,\zeta)) +$$
$$E_{,}\zeta' + d_z\,((I_{,} + i_{,})\,d_x\,\xi' + F_{,}(d_y\,\eta' + d_z\,\zeta')) = o,$$
$$_{,}E\,\zeta + d_z\,((_{,}I + {}_{,}i)\,d_x\,\xi + {}_{,}F(d_y\,\eta + d_z\,\zeta)) +$$
$$(E_{,,} - d_t^2)\,\zeta' + d_z\,((I_{,,} + i_{,,})d_x\,\xi' + F_{,,}(d_y\,\eta' + d_z\zeta')) = o.$$

Sætter man nu som forhen:

(272) $$d_y\,\eta + d_z\,\zeta = f,\ d_y\,\eta' + d_z\,\zeta' = f',$$

saa erholder man mellem Störrelserne ξ, ξ', f, f' de fire Ligninger:

$$(L + l - d_t^2)\,\xi + d_x\,If + (L_{,} + l_{,})\,\xi' + d_x\,I_{,}f' = o,$$
$$(_{,}L + {}_{,}l)\,\xi + d_x\,{}_{,}If + (L_{,,} + l_{,,} - d_t^2)\,\xi' + d_x\,I_{,,}f' = o,$$
$$d_x\,(I + i)\,(d_y^2 + d_z^2)\,\xi + (E - d_t^2 + F(d_y^2 + d_z^2))\,f +$$
(356) $$d_x\,(I_{,} + i_{,})\,(d_y^2 + d_z^2)\,\xi' + (E_{,} + F_{,}\,(d_y^2 + d_z^2))\,f' = o;$$
$$d_x\,(_{,}I + {}_{,}i)\,(d_y^2 + d_z^2)\,\xi + (_{,}E + {}_{,}F\,(d_y^2 + d_z^2))\,f +$$
$$d_x\,(I_{,,} + i_{,,})\,(d_y^2 + d_z^2)\,\xi' + (E_{,,} - d_t^2 + F_{,,}(d_y^2 + d_z^2))f' = o;$$

og mellem Störrelserne $(d_z\,\eta - d_y\,\zeta)$, $(d_z\eta' - d_y\,\zeta')$ de to Ligninger:

(274) $$(E - d_t^2)\,(d_z\,\eta - d_y\,\zeta) - E_{,}\,(d_z\,\eta' - d_y\,\zeta') = o,$$
$$_{,}E(d_z\,\eta - d_y\,\zeta) + (E_{,,} - d_t^2)(d_z\,\eta' - d_y\,\zeta') = o,$$

§ 2.

Almindelige og partikulære Integraler af Differentialligningrene for de uendelig smaa Bevægelser i to eenaxig krystalliserede Systemer af Molekyler.

De almindelige Integraler af Differentialligningerne (356) og (274) ville erholde samme Form, som de i forrige Capitel udviklede almindelige Integraler (279), naar man istedetfor ∇'' sætter $\nabla_{,}''$, hvor $\nabla_{,}'' = o$ er den karakteristiske Ligning, som erholdes af Ligningerne (356) ved

Elimination af Störrelserne ξ, ξ', f, f', og istedetfor α, β, γ, δ, $\alpha_{,}$, $\beta_{,}$, ... sætter Koefficienterne α', β', γ', $\alpha_{,}'$, $\beta_{,}'$ . . . ., der ere saaledes bestemte, at Udtrykket $\nabla_{,}''$ kan sættes under fölgende Former:

$$\nabla_{,}'' = \alpha'(L + l - d_t^2) + \beta'({}_{,}L + {}_{,}l) +$$
$$+ \gamma' d_x (I + i)(d_y^2 + d_z^2) + \delta' d_x ({}_{,}I + {}_{,}i)(d_y^2 + d_z^2) =$$
$$= \alpha'_{,} d_x I + \beta'_{,} d_x {}_{,}I + \gamma'_{,}(E - d_t^2 + F(d_y^2 + d_z^2)) +$$
$$+ \delta'_{,}({}_{,}E + {}_{,}F(d_y^2 + d_z^2)) =$$
$$(357) \quad = {}_{,}\alpha'(L_{,} + l_{,}) + {}_{,}\beta'(L_{,,} + l_{,,} - d_t^2) +$$
$$+ {}_{,}\gamma' d_x (I_{,} + i_{,})(d_y^2 + d_z^2) + {}_{,}\delta' d_x (I_{,,} + i_{,,})(d_y^2 + d_z^2) =$$
$$= \alpha'_{,,} d_x I_{,} + \beta'_{,,} d_x I_{,,} + \gamma'_{,,}(E_{,} + F_{,}(d_y^2 + d_z^2)) +$$
$$+ \delta'_{,,}(E_{,,} - d_t^2 + F_{,,}(d_y^2 + d_z^2)).$$

De partikulære Integraler af Ligningerne (355) ere af Formen ((141)) hvor s enten er bestemt ved Ligningen:

$$(284) \quad S' = (s^2 - \mathfrak{E})(s^2 - \mathfrak{E}_{,,}) - \mathfrak{E}_{,} \, . \, {}_{,}\mathfrak{E} = 0,$$

eller ved Ligningen:

$$(358) \quad S_{,}'' = 0,$$

hvor $S_{,}''$ betegner den Störrelse, som erholdes af den karakteristiske Funktion $\nabla_{,}''$ ved at sætte Störrelserne u, v, w, s for Tegnene d_x, d_y, d_z, d_t. Koefficienterne A, B, C, A', B', C' ere da bestemte ved fölgende Ligninger:

$$(\mathfrak{L} + \mathfrak{l} - s^2) A + u\mathfrak{J}(vB + wC) +$$
$$+ (\mathfrak{L}_{,} + \mathfrak{l}_{,}) A' + u\mathfrak{J}_{,}(vB' + wC') = 0,$$
$$({}_{,}\mathfrak{L} + {}_{,}\mathfrak{l}) A + u{}_{,}\mathfrak{J}(vB + wC) +$$
$$+ (\mathfrak{L}_{,,} + \mathfrak{l}_{,,} - s^2) A' + u\mathfrak{J}_{,,}(vB' + wC') = 0,$$
$$(359) \quad u(\mathfrak{J} + i)(v^2 + w^2)A + (\mathfrak{E} - s^2 + \mathfrak{F}(v^2 + w^2))(vB + wC) +$$
$$+ u(\mathfrak{J}_{,} + i_{,})(v^2 + w^2)A' + (\mathfrak{E}_{,} + \mathfrak{F}_{,}(v^2 + w^2))(vB' + wC') = 0,$$
$$u({}_{,}\mathfrak{J} + {}_{,}i)(v^2 + w^2)A + ({}_{,}\mathfrak{E} + {}_{,}\mathfrak{F}(v^2 + w^2))(vB + wC) +$$

$+u(\mathfrak{J}_{\prime\prime}+\mathfrak{i}_{\prime\prime})(v^2+w^2)\mathbf{A}'+(\mathfrak{G}_{\prime\prime}-s^2+\mathfrak{F}_{\prime\prime}(v^2+w^2))(v\mathbf{B}'+w\mathbf{C}')=o,$
$(\mathfrak{G}-s^2)(w\mathbf{B}-v\mathbf{C})+\mathfrak{G}_{\prime}(w\mathbf{B}'-v\mathbf{C}')=o,$
$_{\prime}\mathfrak{G}(w\mathbf{B}-v\mathbf{C})+(\mathfrak{G}_{\prime\prime}-s^2)(w\mathbf{B}'-v\mathbf{C}')=o.$

Hvis s er bestemt ved Ligningen (284) kunne to Tilfælde finde Sted: enten tilfredsstille Koefficienterne $\mathfrak{L}, \mathfrak{l}, \ldots \mathfrak{L}_{\prime\prime}, \mathfrak{l}_{\prime\prime} \ldots$ de to Ligninger:

$$\mathfrak{L}+\mathfrak{l}-\frac{u^2\mathfrak{J}(\mathfrak{J}+\mathfrak{i})}{\mathfrak{F}}+\mathfrak{L}_{\prime\prime}+\mathfrak{l}_{\prime\prime}-\frac{u^2\mathfrak{J}_{\prime\prime}(\mathfrak{J}_{\prime}+\mathfrak{i}_{\prime})}{\mathfrak{F}_{\prime}}=\mathfrak{G}+\mathfrak{G}_{\prime\prime},$$

$$(360)\quad\left(\mathfrak{L}+\mathfrak{l}-\frac{u^2\mathfrak{J}(\mathfrak{J}+\mathfrak{i})}{\mathfrak{F}}\right)\left(\mathfrak{L}_{\prime\prime}+\mathfrak{l}_{\prime\prime}-\frac{u^2\mathfrak{J}_{\prime\prime}(\mathfrak{J}_{\prime}+\mathfrak{i}_{\prime})}{\mathfrak{F}_{\prime}}\right)-$$
$$\left(\mathfrak{L}_{\prime}+\mathfrak{l}_{\prime}-\frac{u^2\mathfrak{J}_{\prime}(\mathfrak{J}_{\prime}+\mathfrak{i}_{\prime})}{\mathfrak{F}_{\prime}}\right)\left({}_{\prime}\mathfrak{L}+{}_{\prime}\mathfrak{l}-\frac{u^2\,{}_{\prime}\mathfrak{J}(\mathfrak{J}+\mathfrak{i})}{\mathfrak{F}_{\prime}}\right)=\mathfrak{G}\mathfrak{G}_{\prime\prime}-\mathfrak{G}_{\prime}\,{}_{\prime}\mathfrak{G},$$

og da bestemmes Koefficienterne A, B, C, A′, B′, C′ ved fölgende Ligninger:

$$u(\mathfrak{J}+\mathfrak{i})\mathbf{A}+\mathfrak{F}(v\mathbf{B}+w\mathbf{C})=o,$$
$$(361)\quad u(\mathfrak{J}_{\prime}+\mathfrak{i}_{\prime})\mathbf{A}'+\mathfrak{F}_{\prime}(v\mathbf{B}'+w\mathbf{C}')=o,$$
$$u({}_{\prime}\mathfrak{J}+{}_{\prime}\mathfrak{i})\mathbf{A}+u(\mathfrak{J}_{\prime\prime}+\mathfrak{i}_{\prime\prime})\mathbf{A}'+{}_{\prime}\mathfrak{F}(v\mathbf{B}+w\mathbf{C})+\mathfrak{F}_{\prime\prime}(v\mathbf{B}'+w\mathbf{C}')=o;$$

eller ogsaa bestemmes A, B, C, A′, B′, C′ ved fölgende Ligninger:

$$(289)\quad \begin{aligned}\mathbf{A}&=o,\quad v\mathbf{B}+w\mathbf{C}=o,\\ \mathbf{A}'&=o,\quad v\mathbf{B}'+w\mathbf{C}'=o.\end{aligned}$$

Hvis s er bestemt ved Ligningen (358), saa har man Ligningerne:

$$\frac{\mathbf{B}}{v}=\frac{\mathbf{C}}{w},\quad\frac{\mathbf{B}'}{v}=\frac{\mathbf{C}'}{w},$$

og de fire förste af Ligningerne (359) kunne fölgelig sættes under Formen:

$$(\mathfrak{L}+\mathfrak{l}-s^2)\mathbf{A}+\frac{u}{v}(v^2+w^2)\mathfrak{J}\mathbf{B}+$$
$$+(\mathfrak{L}_{\prime}+\mathfrak{l}_{\prime})\mathbf{A}'+\frac{u}{v}(v^2+w^2)\mathfrak{J}_{\prime}\mathbf{B}'=o,$$
$$({}_{\prime}\mathfrak{L}+{}_{\prime}\mathfrak{l})\mathbf{A}+\frac{u}{v}(v^2+w^2)\,{}_{\prime}\mathfrak{J}\mathbf{B}+$$
$$+(\mathfrak{L}_{\prime\prime}+\mathfrak{l}_{\prime\prime}-s^2)\mathbf{A}'+\frac{u}{v}(v^2+w^2)\mathfrak{J}_{\prime\prime}\mathbf{B}'=o,$$

$$(362)\quad \begin{aligned} &\mathrm{uv}(\mathfrak{J}+\mathfrak{i})\,\mathbf{A}+(\mathfrak{E}-\mathrm{s}^2+\mathfrak{F}(\mathrm{v}^2+\mathrm{w}^2))\,\mathbf{B}+\\ &+\mathrm{uv}(\mathfrak{J}_{,}+\mathfrak{i}_{,})\,\mathbf{A}'+(\mathfrak{E}_{,}+\mathfrak{F}_{,}(\mathrm{v}^2+\mathrm{w}^2))\,\mathbf{B}'=\mathrm{o},\\ &\mathrm{uv}({}_{,}\mathfrak{J}+{}_{,}\mathfrak{i})\,\mathbf{A}+({}_{,}\mathfrak{E}+{}_{,}\mathfrak{F}(\mathrm{v}^2+\mathrm{w}^2))\,\mathbf{B}+\\ &+\mathrm{uv}(\mathfrak{J}_{,,}+\mathfrak{i}_{,,})\,\mathbf{A}'+(\mathfrak{E}_{,,}-\mathrm{s}^2+\mathfrak{F}_{,,}(\mathrm{v}^2+\mathrm{w}^2))\,\mathbf{B}'=\mathrm{o}.\end{aligned}$$

Sætter man nu, som forhen:

$$((153))\quad \begin{aligned} &\mathrm{u}=\mathrm{U}+u\sqrt{-1},\quad \mathrm{v}=\mathrm{V}+v\sqrt{-1},\\ &\mathrm{w}=\mathrm{W}+w\sqrt{-1},\quad \mathrm{s}=\mathrm{S}+s\sqrt{-1},\end{aligned}$$

saa vil ligesom i foregaaende Capitel Ligningen (284) bestemme Forplantelseshurtigheden af den ene Straale, og, hvis Ligningerne (360) ikke finde Sted, ville Svingningerne i denne Straale skee lodret paa Krystalaxen og i Bölgeplanet. Ligningerne (362) give Forplantelseshurtigheden af den anden Straale, i hvilken Svingningerne finde Sted i Hovedsnittet og, hvad Etherens Molekyler betræffer, danne en liden Vinkel φ med Axen, hvor $\sin\varphi=\frac{\mu}{2}\sin 2\alpha$, naar α betegner den Vinkel, som Straalen danner med Krystalaxen og μ en meget liden Störrelse, som er saaledes bestemt, at Ligningerne:

$$(363)\quad \begin{aligned} &\mathfrak{L}+\mathfrak{l}+(1-\mu)\,u^2\,\mathfrak{J}+\mathfrak{L}_{,,}+\mathfrak{l}_{,,}+u^2\,\mathfrak{J}_{,,}=\\ &=\mathfrak{E}-\mathfrak{F}(v^2+w^2)+\frac{v^2+w^2}{1-\mu}(\mathfrak{J}+\mathfrak{i})+\\ &+\mathfrak{E}_{,,}-\mathfrak{F}_{,,}(v^2+w^2)+(v^2+w^2)(\mathfrak{J}_{,,}+\mathfrak{i}_{,,}),\\ &\mathfrak{L}+\mathfrak{l}+(1-\mu)\,u^2\,\mathfrak{J})(\mathfrak{L}_{,,}+\mathfrak{l}_{,,}+u^2\,\mathfrak{J}_{,,})-\\ &-(\mathfrak{L}_{,}+\mathfrak{l}_{,}+u^2\,\mathfrak{J}_{,})({}_{,}\mathfrak{L}+{}_{,}\mathfrak{l}+(1-\mu)\,u^2\,{}_{,}\mathfrak{J})=\\ &=(\mathfrak{E}-\mathfrak{F}(v^2+w^2)+\frac{v^2+w^2}{1-\mu}(\mathfrak{J}+\mathfrak{i}))\times\\ &(\mathfrak{E}_{,,}-\mathfrak{F}_{,,}(v^2+w^2)+(v^2+w^2)(\mathfrak{J}_{,,}+\mathfrak{i}_{,,})-\\ &-(\mathfrak{E}_{,}-\mathfrak{F}_{,}(v^2+w^2)+(v^2+w^2)(\mathfrak{J}_{,}+\mathfrak{i}_{,}))\times\\ &({}_{,}\mathfrak{E}-{}_{,}\mathfrak{F}(v^2+w^2)+\frac{v^2+w^2}{1-\mu}({}_{,}\mathfrak{J}+{}_{,}\mathfrak{i}))\end{aligned}$$

kunne finde Sted.

§ 3.

Udvikling af Funktionerne $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{E}_{,}$, $_{,}\mathfrak{E}$, $\mathfrak{E}_{,,}$, $\mathfrak{F}$, $\mathfrak{F}_{,}$, $_{,}\mathfrak{F}$, $\mathfrak{F}_{,,}$, $\mathfrak{I}$, $\mathfrak{I}_{,}$, $_{,}\mathfrak{I}$, $\mathfrak{I}_{,,}$, $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{L}_{,}$, $_{,}\mathfrak{L}$, $\mathfrak{L}_{,,}$, $\mathfrak{i}$, $\mathfrak{i}_{,}$, $_{,}\mathfrak{i}$, $\mathfrak{i}_{,,}$, $\mathfrak{l}$, $\mathfrak{l}_{,}$, $_{,}\mathfrak{l}$, $\mathfrak{l}_{,,}$.

Tænke vi os, som i forrige Capitel, Molekylerne af begge Systemer först fordeelte i lige Afstand fra hinanden paa æqvidistante Kugleflader, betegne ved x' og x'' deres med Krystalaxen parallele Koordinater, og tænke os, at disse Koordinater derpaa i Krystallisationstilstanden ere formindskede i et vist Forhold, saa at:

$$(301)\qquad \begin{aligned} x &= (1-\varepsilon)\, x' = (1-\varepsilon')\, x'', \\ \mathrm{x} &= (1-\varepsilon)\, \mathrm{x}' = (1-\varepsilon')\, \mathrm{x}''; \end{aligned}$$

sætte vi endvidere som forhen for gjennemsigtige Legemer:

$$(306)\quad \mathrm{u}' = \mathrm{u}\,(1-\varepsilon) = u'\sqrt{-1},\quad \mathrm{u}'' = \mathrm{u}\,(1-\varepsilon') = u''\sqrt{-1},$$

$$(307)\qquad \mathrm{r} = \mathrm{r}' - \frac{\varepsilon \mathrm{x}'^2}{\mathrm{r}'} = \mathrm{r}'' - \frac{\varepsilon' \mathrm{x}''^2}{\mathrm{r}''},$$

saa bliver:

$$f(\mathrm{r},\mathrm{x}) = \Sigma(\mathrm{x}^n \varphi_n(\mathrm{r})) = \Sigma(1-n\varepsilon)\mathrm{x}'^n \varphi_n\left(\mathrm{r}' - \frac{\varepsilon \mathrm{x}'^2}{\mathrm{r}'}\right) =$$

$$(364)\quad = \Sigma(\mathrm{x}'^n \varphi_n(\mathrm{r}')) - \varepsilon\Sigma(n\mathrm{x}'^n \varphi_n(\mathrm{r}')) - \varepsilon\Sigma\left(\frac{\mathrm{x}'^{n+2}}{\mathrm{r}'} d_{\mathrm{r}'}\varphi_n(\mathrm{r}')\right)$$

$$= \Sigma(\mathrm{x}''^n \varphi_n(\mathrm{r}'')) - \varepsilon'\Sigma(n\mathrm{x}''^n \varphi_n(\mathrm{r}'')) - \varepsilon'\Sigma\left(\frac{\mathrm{x}''^{n+2}}{\mathrm{r}''} d_{\mathrm{r}''}\varphi_n(\mathrm{r}'')\right).$$

Man erholder da:

$$\begin{aligned} \mathfrak{G} = {} & \Sigma\mathfrak{G}(\mathrm{x}'^n \varphi_n(\mathrm{r}')) - \varepsilon\Sigma n\mathfrak{G}(\mathrm{x}'^n \varphi_n(\mathrm{r}')) - \\ & - \varepsilon\Sigma\mathfrak{G}\left(\frac{\mathrm{x}'^{n+2}}{\mathrm{r}'} d_{\mathrm{r}'}\varphi_n(\mathrm{r}')\right) - \\ & - \Sigma\mathfrak{G}(\mathrm{x}''^n \varphi'_n(\mathrm{r}'')) + \varepsilon'\Sigma n\mathfrak{G}(\mathrm{x}''^n \varphi'_n(\mathrm{r}'')) + \\ & + \varepsilon'\Sigma\mathfrak{G}\left(\frac{\mathrm{x}''^{n+2}}{\mathrm{r}''} d_{\mathrm{r}''}\varphi'_n(\mathrm{r}'')\right); \end{aligned}$$

$$\mathfrak{G}_{,} = \Sigma\mathfrak{G}_{,}(\mathrm{x}''^n \varphi'_n(\mathrm{r}'')) - \varepsilon'\Sigma n\mathfrak{G}(\mathrm{x}''^n \varphi'_n(\mathrm{r}'')) -$$

$$-\varepsilon'\Sigma\mathfrak{G}_{\prime}\left(\frac{x''^{n+2}}{r''}d_{r''}\varphi'_n(r'')\right);$$

— — — — — — — — — —

$$\mathfrak{H}=\Sigma\mathfrak{H}\left(\frac{x'^n}{r'}d_{r'}\varphi_n(r')\right)-\varepsilon\Sigma n\,\mathfrak{H}\left(\frac{x'^n}{r'}d_{r'}\varphi_n(r')\right)-$$

$$(365)\qquad -\varepsilon\,\Sigma\,\mathfrak{H}\left(\frac{x'^{n+2}}{r'}d_{r'}\left(\frac{d_{r'}\varphi_n(r')}{r'}\right)\right)-$$

$$-\Sigma\,\mathfrak{H}\left(\frac{x''^n}{r''}d_{r''}\varphi'_n(r'')\right)+\varepsilon'\Sigma n\mathfrak{H}\left(\frac{x''^n}{r''}d_{r''}\varphi'_n(r'')\right)$$

$$+\varepsilon'\,\Sigma\mathfrak{H}\left(\frac{x''^{n+2}}{r''}d_{r''}\left(\frac{d_{r''}\varphi'_n(r'')}{r''}\right)\right);$$

$$\mathfrak{H}_{\prime}=\Sigma\,\mathfrak{H}_{\prime}\left(\frac{x''^n}{r''}d_{r''}\varphi'_n(r'')\right)-\varepsilon'\Sigma n\mathfrak{H}_{\prime}\left(\frac{x''^n}{r''}d_{r''}\varphi'_n(r'')\right)$$

$$-\varepsilon'\Sigma\mathfrak{H}_{\prime}\left(\frac{x''^{n+2}}{r''}d_{r''}\left(\frac{d_{r''}\varphi'_n(r'')}{r''}\right)\right);$$

— — — — — — — — — —

$$\mathfrak{h}=\Sigma n\mathfrak{h}(x'^{n-2}\varphi_n(r'))-\varepsilon\Sigma n(n-2)\,\mathfrak{h}(x'^{n-2}\varphi_n(r'))-$$

$$-\varepsilon\Sigma n\mathfrak{h}\left(\frac{x'^n}{r'}d_{r'}\varphi_n(r')\right)-$$

$$-\Sigma n\mathfrak{h}(x''^{n-2}\varphi'_n(r''))+\varepsilon'\Sigma n(n-2)\mathfrak{h}(x''^{n-2}\varphi'_n(r''))+$$

$$+\varepsilon'\Sigma n\mathfrak{h}\left(\frac{x''^n}{r''}d_{r''}\varphi'_n(r'')\right);$$

$$\mathfrak{h}_{\prime}=\Sigma n\mathfrak{h}_{\prime}(x''^{n-2}\varphi'_n(r''))-\varepsilon\Sigma n(n-2)\,\mathfrak{h}_{\prime}(x''^{n-2}\varphi'_n(r'))$$

$$-\varepsilon\Sigma n\mathfrak{h}_{\prime}\left(\frac{x''^n}{r''}d_{r''}\varphi_n(r'')\right);$$

— — — — — — — — — —

Udföres her Summationen paa samme Maade som i forrige Kapitel, saa erholdes:

$$\mathfrak{G} = \Sigma \left\{ d^{n}_{u'} \, S\left[m\varphi_n(r') \left(\frac{\sin k'r'}{k'r'} - 1 + \tfrac{1}{6} k'^2 r'^2 - \ldots \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. - \frac{1+(-1)^n}{2} (\sqrt{-1})^n \frac{k'^n \, r'^n}{1.2.3\ldots(n+1)} \right)\right]\right\} -$$

$$-\varepsilon\Sigma \left\{ d^{n+2}_{u'} \, S\left[\frac{m}{r'} d_{r'} \varphi_n(r') \left(\frac{\sin k'r'}{k'r'} - 1 + \tfrac{1}{6} k'^2 r'^2 - \ldots \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. + \frac{1+(-1)^n}{2} (\sqrt{-1})^n \frac{k'^{n+2} \, r'^{n+2}}{1.2.3\ldots(n+3)} \right)\right]\right\} -$$

$$-\varepsilon\Sigma \left\{ n d^{n}_{u'} \, S\left[m\varphi_n(r') \left(\frac{\sin k'r'}{k'r'} - 1 + \tfrac{1}{6} k'^2 r'^2 - \ldots \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. - \frac{1+(-1)^n}{2} (\sqrt{-1})^n \frac{k'^n \, r'^n}{1.2.3\ldots(n+1)} \right)\right]\right\} -$$

$$- \Sigma \left\{ d^{n}_{u''} \, S\left[m'\varphi'_n(r'') . \frac{1+(-1)^n}{2} (\sqrt{-1})^n \frac{k''^n \, r''^n}{1.2.3\ldots(n+1)} \right]\right\} -$$

$$-\varepsilon'\Sigma \left\{ d^{n+2}_{u''} \, S\left[\frac{m'}{r''} d_{r''} \varphi'_n(r'') . \frac{1+(-1)^n}{2} (\sqrt{-1})^n \frac{k''^{n+2} \, r''^{n+2}}{1.2.3\ldots(n+3)} \right]\right\} +$$

$$+\varepsilon'\Sigma \left\{ n d^{n}_{u''} \, S\left[m'\varphi'_n(r'') . \frac{1+(-1)^n}{2} (\sqrt{-1})^n \frac{k''^n \, r''^n}{1.2.3\ldots(n+1)} \right]\right\};$$

$$\mathfrak{G}_{,} = \Sigma \left\{ d^{n}_{u''} \, S\left[m'\varphi'_n(r'') . \frac{\sin k''r''}{k''r''} \right]\right\} -$$

$$-\varepsilon'\Sigma \left\{ d^{n+2}_{u''} \, S\left[\frac{m'}{r''} d_{r''} \varphi'_n(r'') . \frac{\sin k''r''}{k''r''} \right]\right\}$$

$$-\varepsilon'\Sigma \left\{ n d^{n}_{u''} \, S\left[m'\varphi'_n(r'') \frac{\sin k''r''}{k''r''} \right]\right\};$$

— — — — — — — — — —

$$\mathfrak{H} = \Sigma \left\{ d^{n}_{u'} \, S\left[\frac{m}{r'} d_{r'} \varphi_n(r') \left(\frac{\sin k'r'}{k'r'} - 1 + \tfrac{1}{6} k'^2 r'^2 - \ldots \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. + \frac{1+(-1)^n}{2} (\sqrt{-1})^n \frac{k'^{n+2} \, r'^{n+2}}{1.2.3\ldots(n+3)} \right)\right]\right\} -$$

$$-\varepsilon\Sigma\Big\{d^{n+2}_{u'}S\Big[\frac{m}{r'}d_{r'}\Big(\frac{d_{r'}\varphi_n(r')}{r'}\Big)\Big(\frac{\sin k'r'}{k'r'}-1+\tfrac{1}{6}k'^2r'^2-\ldots\ldots$$
$$-\frac{1+(-1)^n}{2}(\sqrt{-1})^n\frac{k'^{n+4}r'^{n+4}}{1.2.3\ldots(n+5)}\Big)\Big]\Big\}-$$

$$-\varepsilon\Sigma\Big\{nd^{n}_{u'}S\Big[\frac{m}{r'}d_{r'}\varphi_n(r')\Big(\frac{\sin k'r'}{k'r'}-1+\tfrac{1}{6}k'^2r'^2+\ldots\ldots$$
$$+\frac{1+(-1)^n}{2}(\sqrt{-1})^n\frac{k'^{n+2}r'^{n+2}}{1.2.3\ldots(n+3)}\Big)\Big]\Big\}+$$

$$+\Sigma\Big\{d^{n}_{u''}S\Big[\frac{m'}{r''}d_{r''}\varphi'_n(r'').\frac{1+(-1)^n}{2}(\sqrt{-1})^n\frac{k''^{n+2}r''^{n+2}}{1.2.3\ldots(n+3)}\Big]\Big\}+$$

$$+\varepsilon'\Sigma\Big\{d^{n+2}_{u''}S\Big[\frac{m'}{r''}d_{r''}\Big(\frac{d_{r''}\varphi'_n(r'')}{r''}\Big).\frac{1+(-1)}{2}(\sqrt{-1})^n.$$
$$(366)\qquad .\frac{k''^{n+4}r''^{n+4}}{1.2.3\ldots(n+5)}\Big]\Big\}-$$

$$-\varepsilon'\Sigma\Big\{nd^{n}_{u''}S\Big[\frac{m'}{r''}d_{r''}\varphi'_n(r'').\frac{1+(-1)^n}{2}(\sqrt{-1})^n.\frac{k''^{n+2}r''^{n+2}}{1.2.3\ldots(n+3)}\Big]\Big\};$$

$$\mathfrak{H}_{,}=\Sigma\Big\{d^{n}_{u''}S\Big[\frac{m'}{r''}d_{r''}\varphi'_n(r'')\Big(\frac{\sin k''r''}{k''r''}-1+\tfrac{1}{6}k''^2r''^2-\ldots\ldots$$
$$+\frac{1+(-1)^{n-1}}{2}(\sqrt{-1})^{n-1}\frac{k''^{n+1}r''^{n+1}}{1.2.3\ldots(n+2)}\Big]\Big\}-$$

$$-\varepsilon'\Sigma\Big\{d^{n+2}_{u''}S\Big[\frac{m'}{r''}d_{r''}\Big(\frac{d_{r''}\varphi'_n(r'')}{r''}\Big)\Big(\frac{\sin k''r''}{k''r''}-1+\tfrac{1}{6}k''^2r''^2-\ldots\ldots$$
$$-\frac{1+(-1)^{n-1}}{2}(\sqrt{-1})^{n-1}\frac{k''^{n+3}r''^{n+3}}{1.2.3\ldots(n+4)}\Big)\Big]\Big\}-$$

$$-\varepsilon'\Sigma\Big\{nd^{n}_{u''}S\Big[\frac{m'}{r''}d_{r''}\varphi'_n(r'')\Big(\frac{\sin k''r''}{k''r''}-1+\tfrac{1}{6}k''^2r''^2-\ldots\ldots$$
$$+\frac{1+(-1)^{n-1}}{2}(\sqrt{-1})^{n-1}\frac{k''^{n+1}r''^{n+1}}{1.2.3\ldots(n+2)}\Big)\Big]\Big\};$$

— — — — — — — — — —

$$\mathfrak{h} = \Sigma \Big\{ n d_{u'}^{n-2} S\Big[m\varphi_n(r')\Big(\frac{\sin k'r'}{k'r'} - 1 + \tfrac{1}{6}k'^2r'^2 - \dots$$

$$- \frac{1+(-1)^n}{2}(\sqrt{-1})^n \frac{k'^n r'^n}{1.2.3\dots(n+1)}\Big)\Big]\Big\} -$$

$$-\varepsilon\Sigma\Big\{n d_{u'}^{n} S\Big[\frac{m d_{r'}\varphi_n(r')}{r'}\Big(\frac{\sin k'r'}{k'r'} - 1 + \tfrac16 k'^2r'^2 - \dots$$

$$+\frac{1+(-1)^n}{2}(\sqrt{-1})^n \frac{k'^{n+2} r'^{n+2}}{1.2.3\dots(n+3)}\Big)\Big]\Big\}-$$

$$-\varepsilon\Sigma\Big\{n(n-2) d_{u'}^{n-2} S\Big[m\varphi_n(r')\Big(\frac{\sin k'r'}{k'r'} - 1 + \tfrac16 k'^2r'^2 - \dots$$

$$- \frac{1+(-1)^n}{2}(\sqrt{-1})^n \frac{k'^n r'^n}{1.2.3\dots(n+1)}\Big)\Big]\Big\} -$$

$$-\Sigma\Big\{n d_{u''}^{n-2} S\Big[m'\varphi'_n(r'').\frac{1+(-1)^n}{2}(\sqrt{-1})^n\frac{k''^n r''^n}{1.2.3\dots(n+1)}\Big]\Big\}-$$

$$-\varepsilon'\Sigma\Big\{n d_{u''}^{n} S\Big[\frac{m'd_{r''}\varphi'_n(r'')}{r''}.\frac{1+(-1)^n}{2}(\sqrt{-1})^n\frac{k''^{n+2}r''^{n+2}}{1.2.3\dots(n+3)}\Big]\Big\}+$$

$$+\varepsilon'\Sigma\Big\{n(n-2)d_{u''}^{n-2}S\Big[m'\varphi'_n(r'').\frac{1+(-1)^n}{2}(\sqrt{-1})^n\frac{k''^n r''^n}{1.2.3\dots(n+1)}\Big]\Big\};$$

$$\mathfrak{h} = \Sigma\Big\{n d_{u''}^{n-2}S\Big[m'\varphi'_n(r'')\Big(\frac{\sin k''r''}{k''r''}-1+\tfrac16 k''^2r''^2-\dots$$

$$-\frac{1+(-1)^{n-1}}{2}(\sqrt{-1})^{n-1}\frac{k''^{n-1}r''^{n-1}}{1.2.3\dots n}\Big)\Big]\Big\}-$$

$$-\varepsilon'\Sigma\Big\{n d_{u''}^n S\Big[\frac{m'd_{r''}\varphi'_n(r'')}{r''}\Big(\frac{\sin k''r''}{k''r''}-1+\tfrac16k''^2r''^2-\dots$$

$$+\frac{1+(-1)^{n-1}}{2}(\sqrt{-1})^{n-1}\frac{k''^{n+1}r''^{n+1}}{1.2.3\dots(n+2)}\Big)\Big]\Big\}-$$

$$-\varepsilon'\Sigma\Big\{n(n-2)d_{u''}^{n-2}S\Big[m'\varphi'_n(r'')\Big(\frac{\sin k''r''}{k''r''}-1+\tfrac16 k''^2r''^2-\dots$$

$$-\frac{1+(-1)^{n-1}}{2}(\sqrt{-1})^{n-1}\frac{k''^{\,n-1}\,r''^{\,n-1}}{1.2.3\ldots n}\Big)\Big]\Big\};$$

— — — — — — — — — —

Bemærker man nu, at, naar n er et lige Tal:

$$d^n_{u'}k'^n=\frac{1}{\sqrt{-1}^n}d^n_{u'}k'^n=\frac{1.2.3\ldots n}{\sqrt{-1}^n};\ d^n_{u'}k'^{n-2}=d^n_{u'}k'^{n-4}=\ldots\ldots=o,$$

og, naar n er et ulige Tal:

$$d^n_{u'}k'^{n+1}=\frac{1.2.3\ldots n+1}{\sqrt{-1}^n}.u'\sqrt{-1},\ d_{u'}k'^{n-1}=d_{u'}k'^{n-3}=\ldots\ldots=o,$$

saa finder man:

$$\mathfrak{E}=-\Sigma\Big\{d^n_{u'}\,S\Big[\frac{m}{k'^2r'^2}d_{r'}\Big(\Big(\cos k'r'-\frac{\sin k'r'}{k'r'}+\frac{+(-1)^n}{2}.$$

$$.(\sqrt{-1})^n\frac{k'^{\,n+2}\,r'^{\,n+2}}{1.2.3\ldots(n+1)\,(n+3)}\Big)r'\varphi_n(r')\Big)\Big]\Big\}+$$

$$+\varepsilon\Sigma\Big\{d^{n+2}_{u'}S\Big[\frac{m}{k'^2r'^2}d_{r'}\Big(\Big(\cos k'r'-\frac{\sin k'r'}{k'r'}-\frac{1+(-1)^n}{2}.$$

$$.\sqrt{-1}^n\frac{k'^{\,n+4}\,r'^{\,n+4}\,1}{1.2.3\ldots(n+3)(n+5)}\Big)d_{r'}\varphi_n(r')\Big)\Big]\Big\}+$$

$$+\varepsilon\Sigma\Big\{nd^n_{u'}S\Big[\frac{m}{k'^2r'^2}d_{r'}\Big(\Big(\cos k'r'-\frac{\sin k'r'}{k'r'}+\frac{1+(-1)^n}{2}.$$

$$.\sqrt{-1}^n.\frac{k'^{\,n+2}\,r'^{\,n+2}}{1.2.3\ldots(n+1)(n+3)}\Big)r'\varphi_n(r')\Big)\Big]\Big\}-$$

$$(367)\qquad-\Sigma\Big\{\frac{1+(-1)^n}{2}S\Big[\frac{m'}{r''^2}d_{r''}\Big(\frac{r''^{\,n+3}\varphi'_n(r'')}{(n+1)(n+3)}\Big)\Big]\Big\}+$$

$$+\varepsilon'\Sigma\Big\{\frac{1+(-1)^n}{2}S\Big[\frac{m'}{r''^2}d_{r''}\Big(\frac{r''^{\,n+4}d_{r''}\varphi'_n(r'')}{(n+2)\,(n+4)}\Big)\Big]\Big\}+$$

$$+\varepsilon'\Sigma\Big\{n.\frac{1+(-1)^n}{2}S\Big[\frac{m'}{r''^2}d_{r''}\Big(\frac{r''^{\,n+3}\varphi'_n(r'')}{(n+1)(n+3)}\Big)\Big]\Big\};$$

$$\mathfrak{E}_{,}=-\Sigma\left\{d_{u''}^{n}S\left[\frac{m'}{k''^2r''^2}d_{r''}\left(\left(\cos k''r''-\frac{\sin k''r''}{k''r''}\right)^{r''}\varphi'_n(r'')\right)\right]\right\}+$$

$$+\varepsilon'\Sigma\left\{d_{u''}^{n+2}S\left[\frac{m'}{k''^2r''^2}d_{r''}\left(\left(\cos k''r''-\frac{\sin k''r''}{k''r''}\right)d_{r''}\varphi'_n(r'')\right)\right]\right\}+$$

$$+\varepsilon'\Sigma\left\{nd_{u''}^{n}S\left[\frac{m'}{k''^2r''^2}d_{r''}\left(\left(\cos k''r''-\frac{\sin k''r''}{k''r''}\right)^{r''}\varphi'_n(r'')\right)\right]\right\};$$

— — — — — — — — — —

$$\mathfrak{F}=-\Sigma\left\{d_{u'}^{n}S\left[\frac{mr'd_{r'}\varphi_n(r')}{k'^2}\left(\frac{\sin k'r'}{k'r'}+3\frac{\cos k'r'}{k'^2r'^2}-3\frac{\sin k'r'}{k'^3r'^3}\right)\right]\right\}+$$

$$(368)\qquad+\varepsilon\Sigma\left\{d_{u'}^{n+2}S\left[\frac{mr'd_{r'}\left(\frac{d_{r'}\varphi_n(r')}{r'}\right)}{k'^2}\left(\frac{\sin k'r'}{k'r'}+3\frac{\cos k'r'}{k'^2r'^2}-3\frac{\sin k'r'}{k'^3r'^3}\right)\right]\right\}$$

$$+\varepsilon\Sigma\left\{nd_{u'}^{n}S\left[\frac{mr'd_{r'}\varphi_n(r')}{k'^2}\left(\frac{\sin k'r'}{k'r'}+3\frac{\cos k'r'}{k'^2r'^2}-3\frac{\sin k'r'}{k'^3r'^3}\right)\right]\right\};$$

— — — — — — — — — —

$$(369)\qquad \mathfrak{I}=(1-2\varepsilon)\mathfrak{F},\ \mathfrak{I}_{,}=(1-2\varepsilon')\mathfrak{F}_{,},\ {}_{,}\mathfrak{I}=(1-2\varepsilon)_{,}\mathfrak{F},\ \mathfrak{I}_{,,}=(1-2\varepsilon')\mathfrak{F}_{,,};$$

$$\mathfrak{L}=\mathfrak{E}-(1-2\varepsilon)u'^2\mathfrak{F}+2\varepsilon\Sigma\left\{d_{u'}^{n}S\left[\frac{m}{k'^2}\frac{d_{r'}\varphi_n(r')}{r_{,}}\left(\cos k'r'-\frac{\sin k'r'}{k'r'}+\right.\right.\right.$$

$$(370)\qquad\left.\left.\left.+\frac{1+(-1)^n}{2}\sqrt{-1}^{\,n}\frac{k'^{\,n+2}\,r'^{\,n+2}}{1.2.3\ldots(n+1)\,(n+3)}\right)\right]\right\}$$

$$+2\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{1+(-1)^n}{2}S\left[m'd_{r''}\varphi'_n(r'')\frac{r''^{\,n+1}}{(n+1)(n+3)}\right]\right\};$$

$$\mathfrak{L}_{,}=\mathfrak{E}_{,}-(1-2\varepsilon')u''^2\mathfrak{F}_{,}+2\varepsilon'\Sigma\left\{d_{u'}^{n}S\left[\frac{m'}{k''^2}\frac{d_{r''}\varphi'_n(r'')}{r''}\cdot\right.\right.$$

$$\left.\left.\cdot\left(\cos k''r''-\frac{\sin k''r''}{k''r''}\right)\right]\right\};$$

— — — — — — — — — —

$$\mathfrak{l}=\Sigma\left\{nd_{u'}^{n}S\left[m\,\varphi_n(r')\frac{\sin k'r'}{k'r'}-\frac{1+(-1)^n}{2}\sqrt{-1}^{\,n}\cdot\frac{k'^{\,n}\,r'^{\,n}}{1.2.3\ldots(n+1)}\right)\right]\right\}$$

$$-\varepsilon\Sigma\left\{nd_{u'}^{n+2}S\left[\frac{md_{r'}\varphi_n(r')}{r'}\left(\frac{\sin k'r'}{k'r'}+\frac{1+(-1)^n}{2}\sqrt{-1}^{\,n}\frac{k'^{n+2}r'^{n+2}}{1.2.3\ldots(n+3)}\right)\right]\right\}$$

$$-\varepsilon\Sigma\left\{n(n-2)d_{u'}^{n}S\left[m\varphi_n(r')\left(\frac{\sin k'r'}{k'r'}-\frac{1+(-1)^n}{2}\sqrt{-1}^{\,n}\frac{k'^n r'^n}{1.2.3\ldots(n+1)}\right)\right]\right\}$$

$$-\Sigma\left\{n\frac{1+(-1)^n}{2}S\left[m'\varphi'_n(r'').\frac{r''^n}{n+1}\right]\right\}+$$

(371)

$$+\varepsilon'\Sigma\left\{n(n-2)\frac{1+(-1)^n}{2}S\left[m'\varphi'_n(r'').\frac{r''^n}{n+1}\right]\right\}+$$

$$+\varepsilon'\Sigma\left\{n\frac{1+(-1)^n}{2}S\left[m'd_{r''}\varphi'_n(r'').\frac{r''^{n+2}}{n+3}\right]\right\};$$

$$I_{,}=\Sigma\left\{nd_{u''}^{n}S\left[m'\varphi'_n(r'').\frac{\sin k''r''}{k''r''}\right]\right\}-$$

$$-\varepsilon'\Sigma\left\{nd_{u''}^{n+2}S\left[\frac{m'd_{r''}\varphi'_n(r'')}{r''}.\frac{\sin k''r''}{k''r''}\right]\right\}-$$

$$-\varepsilon'\Sigma\left\{n(n-2)\,d_{u''}^{n}S\left[m'\varphi'_n(r'').\frac{\sin k''r''}{k''r''}\right]\right\};$$

— — — — — — — — — —

$$i=-\Sigma\left\{nd_{u'}^{n-2}S\left[\frac{m\varphi_n(r')r'^2}{k'^2}\left(\frac{\sin k'r'}{k'r'}+3\frac{\cos k'r'}{k'^2r'^2}-3\frac{\sin k'r'}{k'^3r'^3}\right)\right]\right\}+$$

(372)

$$+\varepsilon\Sigma\left\{nd_{u'}^{n}S\left[\frac{md_{r'}\varphi_n(r')r'}{k'}\left(\frac{\sin k'r'}{k'r'}+3\frac{\cos k'r'}{k'^2r'^2}-3\frac{\sin k'r'}{k'^3r'^3}\right)\right]\right\}+$$

$$+\varepsilon\Sigma\left\{n(n-2)d_{u'}^{n-2}S\left[\frac{m\varphi_n(r')r_{,}^2}{k'^2}\left(\frac{\sin k'r_{,}}{k'r'}+3\frac{\cos k'r'}{k'^2r'^2}-3\frac{\sin k'r'}{k'^3r'^3}\right)\right\};$$

— — — — — — — — — —

Betegne vi nu som forhen ved $\mathfrak{D}$ Tætheden i det förste System af Molekyler, ved $\mathfrak{D}'$ Tætheden i det andet, ved r'_0 og r''_0 den korteste Afstand af Molekylerne i de respective Systemer i et paa Axen lodret Plan, ved r'_∞, r''_∞ den störste, saa har man, som viist i Cap. 1:

$$(251)\quad S(mF(r'))=4\pi\mathfrak{D}(1-\varepsilon)\int_{r'_0}^{r'_\infty}r^2F(r)\,dr\,,$$

$$S\,(m'F(r'')) = 4\pi\mathfrak{D}'(1-\varepsilon')\int_{r''_0}^{r''_\infty} r^2 F(r)\,dr,$$

og fölgelig:

$$\mathfrak{E} = -4\pi\mathfrak{D}\Sigma\left\{\frac{1+(-1)^n}{2}\left[\frac{r'^{\,n+2}_\infty\Phi_n(r'_\infty)}{(n+1)(n+3)} - \frac{(k'^2+nu'^2)r'^{\,n+4}_0\Phi_n(r'_0)}{2(n+1)(n+3)(n+5)}\right] + \frac{1+(-1)^{n+1}}{2}\sqrt{-1}\,\frac{u'\,r'^{\,n+3}_0\Phi_n(r'_0)}{(n+2)(n+4)}\right\} +$$

$$+4\pi\mathfrak{D}\varepsilon'\Sigma\left\{(n+1)\left\{\frac{1+(-1)^n}{2}\left[\frac{r'^{\,n+2}_\infty\Phi_n(r'_\infty)}{(n+1)(n+3)} - \frac{(k'^2+nu'^2)r'^{\,n+4}_0\Phi_n(r'_0)}{2(n+1)(n+3)(n+5)}\right] + \frac{1+(-1)^{n+1}}{2}\sqrt{-1}\,\frac{u'r'^{\,n+3}_0\Phi_n(r'_0)}{(n+2)(n+4)}\right\}\right\} +$$

$$+4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{\frac{1+(-1)^n}{2}\left[\frac{r'^{\,n+4}_\infty d_{r'_\infty}\varphi_n(r'_\infty)}{(n+3)(n+5)} - \frac{(k'^2+(n+2)u'^2)r'^{\,n+6}_0 d_{r'_0}\varphi_n(r'_0)}{2(n+3)(n+5)(n+7)}\right] + \frac{1+(-1)^{n+1}}{2}\sqrt{-1}\,\frac{u'r'^{\,n+5}_0 d_{r'_0}\varphi_n(r'_0)}{(n+4)(n+6)}\right\} -$$

$$-4\pi\mathfrak{D}'\left\{\frac{1+(-1)^n}{2}\left[\frac{r''^{\,n+2}_\infty\Phi'_n(r''_\infty) - r''^{\,n+2}_0\Phi'_n(r''_0)}{(n+1)(n+3)}\right]\right\} +$$

$$+4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{(n+1)\left\{\frac{1+(-1)^n}{2}\left[\frac{r''^{\,n+2}_\infty\Phi'_n(r''_\infty) - r''^{\,n+2}_0\Phi'_n(r''_0)}{(n+1)(n+3)}\right]\right\}\right\}$$

$$+4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{1+(-1)^n}{2}\left[\frac{r''^{\,n+4}_\infty d_{r''_\infty}\varphi'_n(r''_\infty) - r''^{\,n+4}_0 d_{r''_0}\varphi'_n(r''_0)}{(n+3)(n+5)}\right]\right\};$$

(373)

$$\mathfrak{E}_, = -4\pi\mathfrak{D}'\Sigma\left\{d^n_{u''}\left(\frac{\cos k''r''_\infty}{k''^2}\Phi'_n(r''_\infty)\right) + \frac{1+(-1)^n}{2}\,\frac{r''_0\Phi'_n(r''_0)}{(n+1)(n+3)}\right.$$

$$\left.+\frac{1+(-1)^{n+1}}{2}\sqrt{-1}\,\frac{u'r''^{\,n+3}_0\Phi'_n(r''_0)}{(n+2)(n+4)}\right\} +$$

$$+4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\Big\{(n+1)\Big\{d^{n}_{u''}\Big(\frac{\cos k''r''_{\infty}}{k''^{2}}\Phi'_{n}(r''_{\infty})\Big)+\frac{1+(-1)^{n}}{2}\cdot$$

$$\frac{r''_{0}\Phi'_{n}(r''_{0})}{(n+1)(n+3)}+\frac{1+(-1)^{n+1}}{2}\sqrt{-1}\;\frac{u'r''^{\,n+3}_{0}\Phi'_{n}(r''_{0})}{(n+2)(n+4)}\Big\}\Big\}+$$

$$+4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\Big\{d^{n+2}_{u''}\Big(\frac{\cos k''r''_{\infty}}{k''^{2}}\,d_{r''_{\infty}}\varphi'_{n}(r''_{\infty})\Big)+\frac{1+(-1)^{n}}{2}\cdot$$

$$\frac{r''^{\,n+4}_{0}\,d_{r''_{0}}\varphi'_{n}(r''_{0})}{(n+3)(n+5)}+\frac{1+(-1)^{n+1}}{2}\sqrt{-1}\;\frac{u'r''^{\,n+5}_{0}\,d_{r''_{0}}\varphi'_{n}(r''_{0})}{(n+4)(n+6)}\Big\};$$

— — — — — — — — — —

$$\mathfrak{F}=-4\pi\mathfrak{D}\Sigma\Big\{d^{n}_{u'}\Big(\frac{r'_{\infty}\sin k'r'_{\infty}}{k'^{3}}\Phi_{n}(r'_{\infty})\Big)+\frac{1+(-1)^{n}}{2}\cdot$$

$$\frac{r'^{\,n+4}_{0}\Phi_{n}(r'_{0})}{(n+1)(n+3)(n+5)}+\frac{1+(-1)^{n+1}}{2}\sqrt{-1}\;\frac{u'r'^{\,n+5}_{0}\Phi_{n}(r'_{0})}{(n+2)(n+4)(n+6)}\Big\}+$$

$$+4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\Big\{(n+1)\Big\{d^{n}_{u'}\Big(\frac{r'_{\infty}\sin k'r'_{\infty}}{k'^{3}}\Phi_{n}(r'_{\infty})+\frac{1+(-1)^{n}}{2}\cdot$$

$$\frac{r'^{\,n+4}_{0}\Phi_{n}(r'_{0})}{(n+1)(n+3)(n+5)}+\frac{1+(-1)^{n+1}}{2}\sqrt{-1}\;\frac{u'r'^{\,n+5}_{0}\Phi_{n}(r'_{0})}{(n+2)(n+4)(n+6)}\Big\}\Big\}+$$

$$+4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\Big\{d^{n+2}_{u'}\Big(\frac{r'_{\infty}\sin k'r'_{\infty}\,d_{r'_{\infty}}\varphi_{n}(r'_{\infty})}{k'^{3}}\Big)+\frac{1+(-1)^{n}}{2}\cdot \tag{374}$$

$$\frac{r'^{\,n+6}_{0}\,d_{r'_{0}}\varphi_{n}(r'_{0})}{(n+3)(n+5)(n+7)}+\frac{1+(-1)^{n}}{2}\sqrt{-1}\;\frac{u'r'^{\,n+7}\,d_{r'_{0}}\varphi_{n}(r'_{0})}{(n+4)(n+6)(n+8)}\Big\}$$

$$+4\pi\mathfrak{D}\Sigma\Big\{d^{n}_{u'}\int_{r'_{0}}^{r'_{\infty}}\frac{r^{2}}{k'^{2}}\Phi_{n}(r)\,d_{r}\Big(\frac{\sin k'r}{k'r}\Big)dr\Big\}-$$

$$-4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\Big\{(n+1)\,d^{n}_{u'}\int_{r'_{0}}^{r'_{\infty}}\frac{r^{2}}{k'^{2}}\Phi_{n}(r)\,d_{r}\Big(\frac{\sin k'r}{k'r}\Big)dr\Big\}-$$

$$-4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{d_{u'}^{n+2}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\frac{r^2}{k'^2}d_r\,\varphi_n(r)d_r\left(\frac{\sin k'r}{k'r}\right)dr\right\};$$

— — — — — — — — — —

$$\mathfrak{L}=\mathfrak{E}-(1-2\varepsilon)u'^2\mathfrak{F}+8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{\frac{1+(-1)^n}{2}\left[\frac{r'^{n+2}_\infty\,\Phi_n(r'_\infty)}{(n+1)(n+3)}-\right.\right.$$

$$\left.-\frac{(k'^2+nu'^2)r'^{n+4}_0\,\Phi_n(r'_0)}{2(n+1)(n+3)(n+5)}\right]+\frac{1+(-1)^{n+1}}{2}\sqrt{-1}\,\frac{u'r'^{n+3}_0\,\Phi_n(r'_0)}{(n+2)(n+4)}\Bigg\}$$

$$+8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{d_{u'}^{n}\int_{r'_0}^{r'_\infty}r\Phi_n(r)\frac{\sin k'r}{k'r}dr\right\}-$$

$$-8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{\frac{1+(-1)^n}{2(n+1)}\int_{r'_0}^{r'_\infty}r^{n+1}\Phi_n(r)dr\right\}+$$

$$+8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{1+(-1)^n}{2}\cdot\frac{r''^{n+2}_\infty\,\Phi'_n(r''_\infty)-r''^{n+2}_0\,\Phi'_n(r''_0)}{(n+1)(n+3)}\right\}-$$

$$-8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{1+(-1)^n}{2}\int_{r''_0}^{r''_\infty}r^{n+1}\Phi'_n(r)dr\right\};$$

(375)

$$\mathfrak{L}_{,}=\mathfrak{E}_{,}-(1-2\varepsilon')u''^2\mathfrak{F}_{,}+8\pi\mathfrak{D}_{,}\varepsilon'\Sigma\left\{d_{u''}^{n}\left(\frac{\cos k''r''_\infty}{k''^2}\Phi'_n(r''_\infty)\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{1+(-1)^n}{2}\cdot\frac{r''^{n+2}_0\,\Phi'_n(r''_0)}{(n+1)(n+3)}+\frac{1+(-1)^{n+1}}{2}\sqrt{-1}\,\frac{u''r''^{n+3}_0\,\Phi'_n r''_0}{(n+2)(n+4)}\right\}$$

$$+8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{d_{u''}^{n}\int_{r''_0}^{r''_\infty}r\Phi'_n(r)\frac{\sin k''r}{k''r}dr\right\};$$

— — — — — — — — — —

$$\mathfrak{l}=4\pi\mathfrak{D}\Sigma\left\{nd_{u'}^{n}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r\Phi_n(r)\frac{\sin k'r}{k'r}dr\right)-\frac{1+(-1)^n}{2}\cdot\right.$$

$$\cdot\frac{n}{n+1}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r^{n+1}\Phi_n(r)\,dr\right\}-$$

$$-4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{n(n-1)d_{u'}^{n}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r\Phi_n(r)\frac{\sin k'r}{k'r}dr\right)-\right.$$

$$-\frac{1+(-1)^n}{2}\cdot\frac{n(n-1)}{n+1}\int_{r'_0}^{r'_\infty}r^{n+1}\Phi_n(r)\,dr\Big)\Big\}-$$

$$-4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{nd_{u'}^{n+2}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(rd_r\varphi_n(r)\frac{\sin k'r}{k'r}dr\right)+\right.$$

$$+\frac{1+(-1)}{2}\cdot n\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r^{n+1}\Phi_n(r)dr\right)-$$

(376)

$$-\frac{1+(-1)^n}{2}\cdot\frac{n}{n+3}\left(r'^{n+2}_\infty\Phi_n(r'_\infty)-r'^{n+2}_0\Phi_n(r'_0)\right)\Big\}-$$

$$-4\pi\mathfrak{D}'\Sigma\left\{\frac{n}{n+1}\cdot\frac{1+(-1)^n}{2}\int_{r''_0}^{r''_\infty}\left(r^{n+1}\Phi'_n(r)dr\right)\right\}-$$

$$-4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{3n}{n+1}\cdot\frac{1+(-1)^n}{2}\int_{r''_0}^{r''_\infty}\left(r^{n+1}\Phi'_n(r)\,dr\right)\right\}+$$

$$+4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{n}{n+3}\cdot\frac{1+(-1)^n}{2}\left(r''^{n+2}_\infty\Phi'_n(r''_\infty)-r''^{n+2}_0\Phi'_n(r''_0)\right)\right\};$$

$$\mathrm{I}'=4\pi\mathfrak{D}'\Sigma\left\{nd_{u''}^{n}\int_{r''_0}^{r''_\infty}\left(r\Phi'_n(r)\frac{\sin k''r}{k''r}dr\right)\right\}-$$

$$-4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{n(n-1)d_{u''}^{n}\int_{r''_0}^{r''_\infty}\left(r\Phi'_n(r)\frac{\sin k''r}{k''r}dr\right)\right\}-$$

$$-4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{n d_{u''}^{n+2}\int_{r''_0}^{r''_\infty}\left(r d_r \varphi'_n(r)\frac{\sin k''r}{k''r}dr\right)\right\};$$

— — — — — — — — — —

$$i=4\pi\mathfrak{D}\Sigma\left\{n d_{u'}^{n-2}\left[\frac{1}{u'^2}d_{u'}^2\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r\Phi_n(r)\frac{\sin k'r}{k'r}dr\right)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{u'^2k'^2}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r^2\Phi_n(r)d_r\left(\frac{\sin k'r}{k'r}\right)dr\right)\right]\right\}-$$

$$-4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{n(n+1)d_{u'}^{n-2}\left[\frac{1}{u'^2}d_{u'}^2\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r\Phi_n(r)\frac{\sin k'r}{k'r}dr\right)+\right.\right.$$

$$(377)\qquad \left.\left.+\frac{1}{u'^2k'^2}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r^2\Phi_n(r)d_r\left(\frac{\sin k'r}{k'r}\right)dr\right)\right]\right\}+$$

$$+4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{n d_{u'}^{n}\left[\frac{r'_\infty\sin k'r'_\infty}{k'^2}\Phi_n(r'_\infty)\right]+\right.$$

$$+\frac{1+(-1)^n}{2}\cdot\frac{n r'^{n+4}_0\Phi_n(r'_0)}{(n+1)(n+3)(n+5)}+\frac{1+(-1)^n}{2}\sqrt{-1}\,.$$

$$\left.\cdot\frac{n u' r'^{n+5}_0\Phi_n(r'_0)}{(\ +2)(n+4)(n+6)}\right\};$$

— — — — — — — — — —

Ved Udviklingen af de sidste Formler bemærke man, at:

$$d_{u'}^2\left(\frac{\sin k'r'}{k'r'}\right)=-\frac{k'^2+3u'^2}{k'^4}\left(\cos k'r'-\frac{\sin k'r'}{k'r'}\right)-\frac{u'^2}{k'^4}k'r'\,.\sin k'r',$$

fölgelig:

$$d_{u'}^2\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r\,\Phi_n(r)\frac{\sin k'r}{k'r}dr\right)=-\frac{k'^2+3u'^2}{k'^4}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r\Phi_n(r)d_r\left(\frac{\sin k'r}{k'r}\right)dr\right)$$

$$-\frac{u'_2}{k'^2}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r^3\Phi_n(r)\frac{\sin k'r}{k'r}\,dr\right);$$

og altsaa:

$$\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r^3\Phi_n(r)\frac{\sin k'r}{k'r}\,dr\right)=-\frac{k'^2}{u'}d^2_{u'}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r\Phi_n(r)\frac{\sin k'r}{k'r}\,dr\right)-$$

$$-\frac{k'^2+3u'^2}{k'^2u'^2}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r^2\Phi_n(r)d_r\left(\frac{\sin k'r}{k'r}\right)dr\right).$$

§ 4.

Forplantelseshurtighed og Polarisation af den ordinære og extraordinære Straale ved naturlige eenaxige Krystaller.

Vi ville kun betragte det Tilfælde, at Molekylarkræfterne ere lige Funktioner af x og fölgelig n kun har lige Værdier. Sætter man altsaa $n=2t$ og videre:

$$(378)\qquad\begin{aligned}
&r_\infty^{2t+2}\Phi_{2t}(r_\infty)=a_{2t}\,, && r_\infty^{2t+4}d_r\varphi_{2t}(r_\infty)=e_{2t}\,,\\
&r_0^{2t+4}\Phi_{2t}(r_0)=-h_{2t}(r_0), && r_0^{2t+6}d_r\varphi_{2t}(r_0)=m_{2t}(r_0),\\
&r_\infty^{2t+2}\Phi'_{2t}(r_\infty)=c_{2t}\,, && r_\infty^{2t+4}d_r\varphi'_{2t}(r_\infty)=q_{2t}\,,\\
&r_0^{2t+2}\Phi'_{2t}(r_0)=-d_{2t}(r_0), && r_0^{2t+4}d_r\varphi'_{2t}(r_0)=l_{2t}(r_0),\\
&r_\infty^{2t+2}\Phi''_{2t}(r_\infty)=b_{2t}, && r_\infty^{2t+4}d_r\varphi''_{2t}(r_\infty)=i_{2t}\,,\\
&r_0^{2t+4}\Phi''_{2t}(r_0)=-g_{2t}(r_0), && r_0^{2t+6}d_r\varphi''_{2t}(r_0)=n_{2t}(r_0),
\end{aligned}$$

hvor $g_{2t}(r_0)$ og $n_{2t}(r_0)$ maa være meget smaa Störrelser, for at den ved Ligningen (284) fremstillede Straales Hurtighed kun skal erholde een endelig Værdie, saa findes:

$$\mathfrak{G}=-4\pi\mathfrak{D}\Sigma\left\{\frac{a_{2t}}{(2t+1)(2t+3)}+\frac{h_{2t}(r'_0)(k^2+2tu^2)}{2(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}+$$

$$+4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{\frac{a_{2t}}{2t+3}+\frac{(k^2+2(t+1)u^2)\left(h_{2t}(r'_o)-\frac{1}{2t+7}m_{2t}(r'_o)\right)}{2(2t+3)(2t+5)}+\right.$$

$$\left.+\frac{c_{2t}}{(2t+3)(2t+5)}\right\}-$$

$$-4\pi\mathfrak{D}'\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r''_o)}{(2t+1)(2t+3)}\right\}+4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r''_o)}{2t+3}+\right.$$

$$\left.+\frac{q_{2t}-l_{2t}(r''_o)}{(2t+3)(2t+5)}\right\};$$

$$\mathfrak{E}_{,}=4\pi\mathfrak{D}'\Sigma\left\{\frac{d_{2t}(r''_o)}{(2t+1)(2t+3)}\right\}+4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{l_{2t}(r''_o)}{(2t+3)(2t+5)}-\frac{d_{2t}(r''_o)}{2t+3}\right\};$$

(379)

$$_{,}\mathfrak{E}=4\pi\mathfrak{D}\Sigma\left\{\frac{d_{2t}(r'_o)}{(2t+1)(2t+3)}\right\}+4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{\frac{l_{2t}(r_o')}{(2t+3)(2t+5)}-\frac{d_{2t}(r'_o)}{2t+3}\right\};$$

$$\mathfrak{E}_{,,}=-4\pi\mathfrak{D}'\Sigma\left\{\frac{b_{2t}}{(2t+1)(2t+3)}+\frac{g_{2t}(r''_o)(k^2+2tu^2)}{2(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}+$$

$$+4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{b_{2t}}{2t+3}+\frac{(k^2+2(t+1)u^2)\left(g_{2t}(r''_o)-\frac{1}{2t+7}n_{2t}(r''_o)\right)}{2(2t+3)(2t+5)}+\right.$$

$$\left.+\frac{i_{2t}}{(2t+3)(2t+5)}\right\}-$$

$$-4\pi\mathfrak{D}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r'_o)}{(2t+1)(2t+3)}\right\}+4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r'_o)}{2t+3}+\right.$$

$$\left.+\frac{q_{2t}-l_{2t}(r'_o)}{(2t+3)(2t+5)}\right\}.$$

Som vi senere skulle see er endvidere:

$$\Sigma\left\{\frac{2th_{2t}(r_o)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}=o,\quad \Sigma\left\{\frac{2t\,g_{2t}(r_o)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}=o,$$

$$\Sigma\left\{\frac{(t+1)\left(g_{2t}(r_o)-\frac{1}{2t+7}n_{2t}(r_o)\right)}{(2t+3)(2t+5)}\right\}=o.$$

Ligningen (284) giver da:

(380)
$$s^4-\alpha k^2s^2+\beta s^2+\gamma-\delta k^2+\lambda k^4+$$
$$+\alpha_{,}\varepsilon s^2u^2+\delta'\varepsilon u^2-\lambda_{,}\varepsilon k^2u^2=o,$$

hvor for Kortheds Skyld:

$$\alpha = 2\pi\mathfrak{D}\Sigma\left\{\frac{h_{2t}(r'_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\} - 2\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{\frac{h_{2t}(r'_0) - \frac{1}{2t+7}m_{2t}(r'_0)}{(2t+3)(2t+5)}\right\}$$

$$+4\pi\mathfrak{D}'\Sigma\left\{\frac{g_{2t}(r'')}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\};$$

$$\beta = -4\pi\mathfrak{D}\Sigma\left\{\frac{a_{2t}}{(2t+1)(2t+3)} + \frac{c_{2t}+d_{2t}(r'_0)}{(2t+1)(2t+3)}\right\} -$$

$$-4\pi\mathfrak{D}'\Sigma\left\{\frac{b_{2t}}{(2t+1)(2t+3)} + \frac{c_{2t}+d_{2t}(r''_0)}{(2t+1)(2t+3)}\right\} +$$

$$+4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{\frac{a_{2t}}{2t+3} + \frac{e_{2t}}{(2t+3)(2t+5)} + \frac{c_{2t}+d_{2t}(r'_0)}{(2t+3)} + \frac{q_{2t}-l_{2t}(r'_0)}{(2t+3)(2t+5)}\right\}$$

$$+4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{b_{2t}}{2t+3} + \frac{i_{2t}}{(2t+3)(2t+5)} + \frac{c_{2t}+d_{2t}(r''_0)}{(2t+3)} + \frac{q_{2t}-l_{2t}(r''_0)}{(2t+3)(2t+5)}\right\};$$

$$\gamma = 16\pi^2\mathfrak{D}^2\Sigma\left\{\frac{a_{2t}}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r'_0)}{(2t+1)(2t+3)}\right\} +$$

$$+16\pi^2\mathfrak{D}'^2\Sigma\left\{\frac{b_{2t}}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r''_0)}{(2t+1)(2t+3)}\right\} +$$

$$+16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'\Sigma\left\{\frac{c_{2t}}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r'_0)+d_{2t}(r''_0)}{(2t+1)(2t+3)}\right\} -$$

$$-16\pi^2\mathfrak{D}^2\varepsilon\left[\Sigma\left\{\frac{a_{2t}}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r'_0)}{2t+3} + \frac{q_{2t}-l_{2t}(r'_0)}{(2t+3)(2t+5)}\right\}\right.$$

$$\left.+\Sigma\left\{\frac{a_{2t}}{2t+3} + \frac{e_{2t}}{(2t+3)(2t+5)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r'_0)}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\right] -$$

$$-16\pi^2\mathfrak{D}'^2\varepsilon'\left[\Sigma\left\{\frac{b_{2t}}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r''_0)}{2t+3} + \frac{q_{2t}-l_{2t}(r''_0)}{(2t+3)(2t+5)}\right\}\right.$$

$$\left.+\Sigma\left\{\frac{b_{2t}}{2t+3} + \frac{i_{2t}}{(2t+3)(2t+5)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r''_0)}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\right] -$$

$$-16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'\varepsilon\left[\Sigma\left\{\frac{b_{2t}}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\Sigma\left\{\frac{a_{2t}}{2t+3} + \frac{e_{2t}}{(2t+3)(2t+5)}\right\} +\right.$$

$$+\ \Sigma\left\{\frac{c_{2t}}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r'_0)}{2t+3}+\frac{q_{2t}-l_{2t}(r'_0)}{(2t+3)(2t+5)}\right\}+$$

$$+\Sigma\left\{\frac{d_{2t}(r''_0)}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}}{2t+3}+\frac{q_{2t}-l_{2t}(r'_0)}{(2t+3)(2t+5)}\right\}\Bigg]-$$

$$-16\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'\varepsilon'\Bigg[\Sigma\left\{\frac{a_{2t}}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\Sigma\left\{\frac{b_{2t}}{2t+3}+\frac{i_{2t}}{(2t+3)(2t+5)}\right\}+$$

$$\Sigma\left\{\frac{c_{2t}}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r''_0)}{(2t+3)}+\frac{q_{2t}-l_{2t}(r''_0)}{(2t+3)(2t+5)}\right\}+$$

$$+\Sigma\left\{\frac{d_{2t}(r'_0)}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}}{2t+3}+\frac{q_{2t}-l_{2t}(r''_0)}{(2t+3)(2t+5)}\right\}\Bigg];$$

$$\delta=-8\pi^2\mathfrak{D}^2\Sigma\left\{\frac{h_{2t}(r'_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r'_0)}{(2t+1)(2t+3)}\right\}-$$

$$-8\pi^2\mathfrak{D}'^2\Sigma\left\{\frac{g_{2t}(r''_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r''_0)}{(2t+1)(2t+3)}\right\}+$$

$$+8\pi^2\mathfrak{D}^2\,\varepsilon\Bigg[\Sigma\left\{\frac{h_{2t}(r'_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r'_0)}{(2t+3)}+\right.$$

$$\left.+\frac{q_{2t}-l_{2t}(r'_0)}{(2t+3)(2t+5)}\right\}+\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r'_0)}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\Sigma\left\{\frac{h_{2t}(r'_0)-\frac{1}{2t+7}m_{2t}(r'_0)}{(2t+3)(2t+5)}\right\}\Bigg]$$

$$+8\pi^2\mathfrak{D}'^2\varepsilon'\Bigg[\Sigma\left\{\frac{g_{2t}(r''_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r''_0)}{2t+3}+\frac{q_{2t}-l_{2t}(r''_0)}{(2t+3)(2t+5)}\right\}$$

$$+\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r''_0)}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\Sigma\left\{\frac{g_{2t}(r''_0)-\frac{1}{2t+7}n_{2t}(r''_0)}{(2t+3)(2t+5)}\right\}\Bigg]-$$

$$-8\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{h_{2t}(r'_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}\Sigma\left\{\frac{b_{2t}}{2t+3}+\frac{i_{2t}}{(2t+3)(2t+5)}\right\}$$

$$-8\pi\mathfrak{D}\mathfrak{D}'\varepsilon\Sigma\left\{\frac{g_{2t}(r''_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}\Sigma\left\{\frac{a_{2t}}{2t+3}+\frac{e_{2t}}{(2t+3)(2t+5)}\right\};$$

$$\lambda=4\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'\Sigma\left\{\frac{h_{2t}(r'_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}\Sigma\left\{\frac{g_{2t}(r''_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}$$

$$-4\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'\varepsilon\Sigma\left\{\frac{g_{2t}(r''_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}\Sigma\left\{\frac{h_{2t}(r'_0)-\frac{1}{2t+7}m_{2t}(r'_0)}{(2t+3)(2t+5)}\right\}-$$

$$-4\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{h_{2t}(r'_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}\Sigma\left\{\frac{g_{2t}(r''_0)-\frac{1}{2t+7}n_{2t}(r''_0)}{(2t+3)(2t+5)}\right\};$$

$$\alpha_{,}=2\pi\mathfrak{D}\Sigma\left\{\frac{(2t+2)\left(h_{2t}(r'_0)-\frac{1}{2t+7}m_{2t}(r'_0)\right)}{(2t+3)(2t+5)}\right\};$$

$$\delta_{,}=-8\pi^2\mathfrak{D}^2\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r'_0)}{(2t+1)(2t+3)}\right\}\Sigma\left\{\frac{(2t+2)\left(h_{2t}(r'_0)-\frac{1}{2t+7}m_{2t}(r'_0)\right)}{(2t+3)(2t+5)}\right\}$$

$$\lambda_{,}=8\pi^2\mathfrak{D}\mathfrak{D}'\Sigma\left\{\frac{g_{2t}(r''_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}.$$

$$.\Sigma\left\{\frac{(t+1)\left(h_{2t}(r'_0)-\frac{1}{2t+7}m_{2t}(r'_0)\right)}{(2t+3)(2t+5)}\right\}.$$

Da Störrelserne $\alpha_{,}$ og $\delta_{,}$ ikke kunne være Nul for alle Værdier af r'_0, maa denne Straale være den extraordinære.

Forplantelseshurtigheden af den anden Straale er bestemt ved Ligningerne (362), hvor man maa sætte:

$$(382)\quad \begin{aligned} \frac{B}{w}&=\frac{C}{v}=\frac{-uA(1-\varepsilon p-\varepsilon' q)}{v^2+w^2},\\ \frac{B'}{w}&=\frac{C'}{v}=\frac{-uA'}{v^2+w^2},\end{aligned}$$

da man kan antage: $1-\mu=1-\varepsilon p-\varepsilon' q$.

Hurtigheden af denne anden Straale skal være uafhængig af u og denne Betingelse saa vel som Betingelsesligningerne (363) ville nu give visse Betingelser for Molekylarkræfterne. Man har nemlig:

$$\mathfrak{L}+\mathfrak{l}+(1-\mu)u^2\mathfrak{J}=\mathfrak{G}-\varepsilon(p-2)u^2\mathfrak{F}-\varepsilon' qu^2\mathfrak{F}+$$

$$+4\pi\mathfrak{D}\Sigma\left\{2td_{u'}^{2t}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r\phi_{2t}(r)\frac{\sin k'r}{k'r}dr\right)-\frac{2t}{2t+1}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r^{2t+1}\phi_{2t}(r)dr\right)\right\}$$

$$+8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{\frac{a_{2t}}{(2t+1)(2t+3)}+\frac{(k^2+2tu^2)\,h_{2t}(r'_0)}{2\,(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}+$$

$$+8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{d_u^{2t}\int_{r'_0}^{r'\infty}\left(r\Phi_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)-\frac{1}{2t+1}\int_{r'_0}^{r'\infty}\left(r^{2t+1}\Phi_{2t}(r)dr\right)\right\}-$$

$$-4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{2t(2t-1)\,d_u^{2t}\int_{r'_0}^{r'\infty}\left(r\Phi_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)-\right.$$

$$\left.-\frac{2t(2t-1)}{2t+1}\int_{r'_0}^{r'\infty}\left(r^{2t+1}\Phi_{2t}(r)\,dr\right)\right\}-$$

$$-4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{2td_u^{2t+2}\int_{r'_0}^{r'\infty}rd_r\,\Phi_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr+\right.$$

$$\left.+\,2t\int_{r'_0}^{r'\infty}r^{2t+1}\Phi_{2t}(r)\,dr-\frac{2t}{2t+3}\,a_{2t}\right\}$$

$$-4\pi\mathfrak{D}'\Sigma\left\{\frac{2t}{2t+1}\int_{r''_0}^{r''\infty}r^{2t+1}\Phi'_{2t}(r)dr\right\}+$$

$$+8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r''_0)}{2t+1)(2t+3)}-\int_{r''_0}^{r''\infty}r^{2t+1}\Phi'_{2t}(r)dr\right\}+$$

$$+4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{2t}{2t+3}\left(c_{2t}+d_{2t}(r''_0)\right)-\frac{6t}{2t+1}\int_{r''_0}^{r''\infty}r^{2t+1}\Phi'_{2t}(r)dr\right\};$$

$$\mathfrak{L}_,+\mathfrak{l}_,+u^2\mathfrak{J}_,=\mathfrak{E}_,+2\varepsilon'u^2\mathfrak{F}_,+4\pi\mathfrak{D}'\Sigma\left\{2td_{u''}^{2t}\int_{r''_0}^{r''\infty}\left(r\Phi'_{2t}(r)\frac{\sin k''r}{k''r}dr\right)\right.$$

$$\left.-8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{d_{2t}(r''_0)}{(2t+1)(2t+3)}-d_u^{2t}\int_{r'_0}^{r'\infty}\left(r\Phi'_{2t}(r)\,\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)\right\}-\right.$$

$$-4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{2t(2t-1)d_u^{2t}\int_{r''_0}^{r''\infty}\left(r\Phi'_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)+\right.$$

$$\left.+2td_u^{2t+2}\int_{r''_0}^{r''\infty}\left(rd_r\varphi'_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)\right\};$$

$${}_{\prime}\mathfrak{L}+{}_{\prime}\mathfrak{l}+(1-\mu)u^2{}_{\prime}\mathfrak{J}={}_{\prime}\mathfrak{E}-\varepsilon(p-2)u^2{}_{\prime}\mathfrak{F}-\varepsilon'q{}_{\prime}\mathfrak{F}+$$

$$+4\pi\mathfrak{D}\Sigma\left\{2td_{u'}^{2t}\int_{r'_0}^{r'\infty}\left(r\Phi'_{2t}(r)\frac{\sin k'r}{k'r}dr\right)\right\}-$$

$$-8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{\frac{d_{2t}(r'_0)}{(2t+1)(2t+3)}-d_u^{2t}\int_{r'_0}^{r'\infty}\left(r\Phi'_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)\right\}-$$

$$-4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{2t(2t-1)d_u^{2t}\int_{r'_0}^{r'\infty}\left(r\Phi'_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)+\right.$$

$$\left.+2td_u^{2t+2}\int_{r'_0}^{r'\infty}\left(rd_r\varphi'_{2t}(r).\frac{\sin kr}{kr}dr\right)\right\};$$

$$\mathfrak{L}_{\prime\prime}+\mathfrak{l}_{\prime\prime}+u^2\mathfrak{J}_{\prime\prime}=\mathfrak{E}_{\prime\prime}+2\varepsilon'u^2\mathfrak{F}_{\prime\prime}+$$

$$+4\pi\mathfrak{D}'\Sigma\left\{2td_{u''}^{2t}\int_{r''_0}^{r''\infty}\left(r\Phi''_{2t}(r)\frac{\sin k''r}{k''r}dr\right)-\right.$$

$$\left.-\frac{2t}{2t+1}\int_{r''_0}^{r''\infty}\left(r^{2t+1}\Phi''_{2t}(r)dr\right)\right\}+$$

$$+8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{b_{2t}}{(2t+1)(2t+3)}+\frac{(k^2+2tu^2)\,g_{2t}(r''_0)}{2(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}+$$

$$+8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{d_u^{2t}\int_{r''_0}^{r''\infty}\left(r\Phi''_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)-\right.$$

$$-\frac{1}{2t+1}\int_{r''_0}^{r''_\infty} r^{2t+1}\phi''_{2t}(r)dr\Big\} -$$

$$-4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\Big\{2t(2t-1)d_u^{2t}\int_{r''_0}^{r''_\infty}\Big(r\Phi''_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\Big) -$$

$$-\frac{2t(2t-1)}{2t+1}\int_{r''_0}^{r''_\infty}\Big(r^{2t+1}\phi''_{2t}(r)dr\Big)\Big\} -$$

$$-4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\Big\{2td_u^{2t+2}\int_{r''_0}^{r''_\infty}\Big(rd_r\phi''_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\Big)+$$

$$+2t\int_{r''_0}^{r''_\infty}\Big(r^{2t+1}\phi''_{2t}(r)dr\Big)\Big\} -4\pi\mathfrak{D}\Sigma\Big\{\frac{2t}{2t+1}\int_{r'_0}^{r'_\infty} r^{2t+1}\phi'_{2t}(r)\,dr\Big\} +$$

$$+8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\Big\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r'_0)}{(2t+1)(2t+3)}-\int_{r'_0}^{r'_\infty}\Big(r^{2t+1}\phi'_{2t}(r)dr\Big)\Big\} +$$

$$+4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\Big\{\frac{2t}{2t+3}\Big(c_{2t}+d_{2t}(r'_0)\Big)-\frac{6t}{2t+1}\int_{r'_0}^{r'_\infty} r^{2t+1}\Phi'_{2t}(r)dr\Big)\Big\}.$$

Disse Störrelsers Uafhængighed af u give fölgende Betingelsesligninger:

$$\Sigma\Big\{\frac{2t\,h_{2t}(r_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\Big\}=o;\ \Sigma\Big\{2td_u^{2t}\int_{r_0}^{r_\infty}\Big(r\Phi_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\Big)\Big\} =$$

en af u og fölgelig ogsaa af k uafhængig Störrelse$=p(r_0)$

$$\Sigma\Big\{d_u^{2t}\int_{r_0}^{r_\infty}\Big(r\Phi_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\Big)\Big\} -\Sigma\Big\{t(2t-1)d_u^{2t}\int_{r_0}^{r_\infty}\Big(r\Phi_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\Big)\Big\}$$

$$-\Sigma\Big\{td_u^{2t+2}\int_{r_0}^{r_\infty}\Big(rd_r\varphi_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}-dr\Big)\Big\}=$$ en af u og fölgelig ogsaa for de Led, hvori ikke $t=o$, af k uafhængig

$$\text{Störrelse} = t(r_0) + \int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\Phi_0(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)$$

$$p = 2 + \frac{\Sigma\left\{\frac{(t+1)\left(h_{2t}(r_0) - \frac{1}{2t+7}m_{2t}(r_0)\right)}{(2t+3)(2t+5)}\right\}}{\Sigma\left\{\frac{h_{2t}(r_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\} + \Sigma\left\{d_u^{2t}\int_{r_0}^{r_\infty}\frac{r^2}{k^2}\Phi_{2t}(r)d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr\right\}};\ q = o,$$

$\Sigma\left\{2td_u^{2t}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\Phi'_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)\right\}$ = en af u og fölgelig ogsaa af k uafhængig Störrelse $= p'(r_0)$

$$\Sigma\left\{d_u^{2t}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\Phi'_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)\right\} - \Sigma\left\{t(2t-1)d_u^{2t}\int_{r_0}^{\infty}\left(r\Phi'_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)\right\}$$

$-\Sigma\left\{td_u^{2t+2}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(rd_r\varphi'_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)\right\}$ = en af u og fölgelig ogsaa for de Led, hvori ikke $t = o$, af k uafhængig Stör-

(384) relse $= t'(r_0) + \int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\Phi'_0(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)$;

$$\Sigma\left\{d_u^{2t}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(\frac{r^2}{k^2}\Phi'_{2t}(r)d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr\right)\right\} = o;$$

$\Sigma\left\{\frac{2tg_{2t}(r_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\} = o$; $\Sigma\left\{2td_u^{2t}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\Phi''_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)\right\} =$ en af u og fölgelig ogsaa af k uafhængig Störrelse $= p''(r_0)$;

$$\Sigma\left\{d_u^{2t}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\Phi''_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)\right\} - \Sigma\left\{t(2t-1)d_u^{2t}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\Phi''_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)\right\}$$

$-\Sigma\left\{td_u^{2t+2}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(rd_r\varphi''_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)\right\}$ = en af u og fölgelig

ogsaa for de Led, hvori ikke $t=o$, af k uafhængig Stör-

$$\text{relse} = t''(r_0) + \int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\Phi''_0(r)\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right);$$

$$\Sigma\left\{d_u^{2t}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(\frac{r^2}{k^2}\Phi''_{2t}(r)\,d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr\right)\right\} = -\Sigma\left\{\frac{g_{2t}(r_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}$$

$$-\tfrac{1}{2}\Sigma\left\{\frac{(t+1)\left(g_{2t}(r_0)-\frac{1}{2t+7}n_{2t}(r_0)\right)}{(2t+3)(2t+5)}\right\}.$$

Man erholder fölgelig ogsaa:

$$\mathfrak{E}-\mathfrak{F}(v^2+w^2)+\frac{v^2+w^2}{1-\mu}(\mathfrak{J}+i)=\mathfrak{E}+\varepsilon(p-2)\mathfrak{F}k^2-\varepsilon(p-2)u^2\mathfrak{F}$$

$$+4\pi\mathfrak{D}(k^2-u^2)\Sigma\left\{2t d_{u'}^{2t-2}\left[\frac{1}{u'^2}d_{u'}^2\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r\Phi_{2t}(r)\frac{\sin k'r}{k'r}\,dr\right)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{u'^2k'^2}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r^2\Phi_{2t}(r)\,d_r\left(\frac{\sin k'r}{k'r}\right)dr\right)\right]\right\}$$

$$+4\pi\mathfrak{D}(k^2-u^2)p\varepsilon\Sigma\left\{2t d_u^{2t-2}\left[\frac{1}{u^2}d_u^2\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r\Phi_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{u^2k^2}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r^2\Phi_{2t}(r)\,d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr\right)\right]\right\}-$$

$$-4\pi\mathfrak{D}(k^2-u^2)\varepsilon\Sigma\left\{2t(2t+1)d_u^{2t-2}\left[\frac{1}{u^2}d_u^2\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r\Phi_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{u^2k^2}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r^2\Phi_{2t}(r)\,d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr\right)\right]\right\};$$

$$\mathfrak{E}_,-\mathfrak{F}_,(v^2+w^2)+(v^2+w^2)(\mathfrak{J}_,+i_,)=\mathfrak{E}_,-2\varepsilon'\mathfrak{F}_,k^2+2\varepsilon'u^2\mathfrak{F}_,+$$

$$+4\pi\mathfrak{D}'(k^2-u^2)\sum^{2t-2}\Big\{2t\,d_{u''}\Big[\frac{1}{u''^2}d^2_{u''}\int_{r''_0}^{r''_\infty}\Big(r\Phi'_{2t}(r)\frac{\sin k''r}{k''r}\,dr\Big)+$$

$$+\frac{1}{u''^2k''^2}\int_{r''_0}^{r''_\infty}\Big(r^2\Phi'_{2t}(r)\,d_r\Big(\frac{\sin k''r}{k''r}\Big)dr\Big)\Big]\Big\}-$$

$$-4\pi\mathfrak{D}'(k^2-u^2)\,\varepsilon'\sum^{2t-2}\Big\{2t\,(2t+1)\,d_u\Big[\frac{1}{u^2}d^2_u\int_{r''_0}^{r''_\infty}\Big(r\Phi'_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}\,dr\Big)+$$

(385) $$+\frac{1}{u^2k^2}\int_{r''_0}^{r''_\infty}\Big(r\Phi'_{2t}(r)\,d_r\Big(\frac{\sin kr}{kr}\Big)dr\Big)\Big]\Big\};$$

$${}_{,}\mathfrak{E}-{}_{,}\mathfrak{F}(v^2+w^2)+\frac{v^2+w^2}{1-\mu}\,({}_{,}\mathfrak{J}+{}_{,}i)={}_{,}\mathfrak{E}+\varepsilon k_{,}^2\,{}_{,}\mathfrak{F}(p-2)-\varepsilon(p-2)u^2\,{}_{,}\mathfrak{F}$$

$$+4\pi\mathfrak{D}(k^2-u^2)\sum^{2t-2}\Big\{2t\,d_{u'}\Big[\frac{1}{u'^2}d^2_{u'}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\Big(r\Phi'_{2t}(r)\frac{\sin k'r}{k'r}\,dr\Big)+$$

$$+\frac{1}{u'^2k'^2}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\Big(r^2\Phi'_{2t}(r)\,d_r\Big(\frac{\sin k'r}{k'r}\Big)dr\Big)\Big]\Big\}+$$

$$+4\pi\mathfrak{D}(k^2-u^2)\,p\varepsilon\sum^{2t-2}\Big\{2t\,d_u\Big[\frac{1}{u^2}d^2_u\int_{r'_0}^{r'_\infty}\Big(r\Phi'_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}\,dr\Big)+$$

$$+\frac{1}{u^2k^2}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\Big(r^2\Phi'_{2t}(r)\,d_r\Big(\frac{\sin kr}{kr}\Big)dr\Big)\Big]\Big\}-$$

$$-4\pi\mathfrak{D}(k^2-u^2)\,\varepsilon\sum^{2t-2}\Big\{2t(2t+1)\,d_u\Big[\frac{1}{u^2}d^2_u\int_{r'_0}^{r'_\infty}\Big(r\Phi'_{2t}(r)\,\frac{\sin kr}{kr}\Big)+$$

$$+\frac{1}{u^2k^2}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\Big(r^2\Phi'_{2t}(r)\,d_r\Big(\frac{\sin kr}{kr}\Big)dr\Big)\Big]\Big\};$$

$$\mathfrak{E}_{,,}-\mathfrak{F}_{,,}(v^2+w^2)+(\mathfrak{J}_{,,}+i_{,,})(v^2+w^2)=\mathfrak{E}_{,,}-2\varepsilon'(k^2-u^2)\mathfrak{F}_{,,}+$$

$$+4\pi\mathfrak{D}'(k^2-u^2)\Sigma\left\{2t\,d_{u''}^{2t-2}\left[\frac{1}{u''^2}d_{u''}^2\int_{r''_0}^{r''_\infty}\left(r\Phi''_{2t}(r)\frac{\sin k''r}{k''r}\,dr\right)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{u''^2k''^2}\int_{r''_0}^{r''_\infty}\left(r^2\Phi''_{2t}(r)d_r\left(\frac{\sin k''r}{k''r}\right)dr\right)\right]\right\}-$$

$$-4\pi\mathfrak{D}'(k^2-u^2)\,\varepsilon'\Sigma\left\{2t\,(2t+1)\,d_u^{2t-2}\left[\frac{1}{u^2}d_u^2\int_{r''_0}^{r''_\infty}\left(r\Phi''_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{u^2k^2}\int_{r''_0}^{r''_\infty}\left(r^2\Phi''_{2t}(r)d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr\right)\right]\right\}.$$

Ligningerne (363) give nu Betingelsesligningerne:

$$\Sigma\left\{\frac{2t}{2t+1}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r^{2t+1}\Phi_{2t}(r)dr\right)\right\}=$$

$$=\Sigma\left\{2t\,d_u^{2t}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\Phi_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)\right\}=p(r_0),$$

$$\Sigma\left\{2t\,d_u^{2t-2}\left[\frac{1}{u^2}d_u^2\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\,\Phi_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{u^2k^2}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r^2\,\Phi_{2t}(r)\,d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr\right)\right]\right\}=0,$$

$$\Sigma\left\{2t(2t+1)\,d_u^{2t-2}\left[\frac{1}{u^2}d_u^2\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\,\Phi_{2t}(r)\,\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{u^2k^2}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r^2\,\Phi_{2t}(r)d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr\right)\right]\right\}=0,$$

$$\Sigma\left\{\frac{2t}{2t+1}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r^{2t+1}\Phi''_{2t}(r)dr\right)\right\}=$$

$$\Sigma\left\{2t\,d_u^{2t}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\Phi''_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)\right\}=p''(r_0),$$

$$\Sigma\left\{2t\,d_u^{2t-2}\left[\frac{1}{u^2}d_u^2\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\Phi''_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{u^2k^2}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\,\Phi_{2t}(r)\,d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr\right)\right]\right\}=0,$$

$$\Sigma\left\{2t(2t+1)d_u^{2t-2}\left[\frac{1}{u^2}d_u^2\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\Phi''_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{u^2k^2}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r^2\Phi''_{2t}(r)d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr\right)\right]\right\}=0,$$

$$(3-p)\,\Sigma\left\{\frac{k^2h_{2t}(r_0)}{2(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}+t(r_0)+\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\Phi_0(r)\,\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)+$$

(386) $$+\Sigma\left\{\frac{t(2t+1)+1}{(2t+1)(2t+3)}\cdot a_{2t}(r_0)\right\}-$$

$$-\Sigma\left\{\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r^{2t+1}\Phi_{2t}(r)dr\right)\right\}+$$

$$+\frac{2-p}{2}\Sigma\left\{d_u^{2t}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r^2\Phi_{2t}(r)d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr\right)\right\}=0,$$

$$3\Sigma\left\{\frac{k^2g_{2t}(r_0)}{2(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}+t''(r_0)+\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\Phi''_0(r)\frac{\sin kr}{kr}\,dr\right)+$$

$$+\Sigma\left\{\frac{t(2t+1)+1}{(2t+1)(2t+3)}\cdot b_{2t}(r_0)\right\}-$$

$$-\Sigma\left\{\int_{r_0}^{r_\infty}r^{2t+1}\Phi''_{2t}(r)dr\right\}+\Sigma\left\{d_u^{2t}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r^2\Phi''_{2t}(r)d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr\right)\right\}=0,$$

$$\Sigma\left\{\frac{(1+t(2t+1))}{(2t+1)(2t+3)}\left(c_{2t}+d_{2t}(r_0)\right)\right\}-$$

$$-\Sigma\left\{\frac{3t+1}{2t+1}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r^{2t+1}\Phi'_{2t}(r)dr\right)\right\}=0,$$

$$\Sigma\left\{2td_u^{2t}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\Phi'_{2t}(r)d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr\right)\right\}=p'(r_0)=0,$$

$$\Sigma\left\{2td_u^{2t-2}\left[\frac{1}{u^2}d_u^2\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\Phi'_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{u^2k^2}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r^2\Phi_{2t}(r)d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr\right)\right]\right\}=0,$$

$$\Sigma\left\{2t(2t+1)d_u^{2t-2}\left[\frac{1}{u^2}d_u^2\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r\Phi'_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)+\right.\right.$$

$$\left.+\frac{1}{u^2}\int_{r_0}^{r_\infty}\left(r^2\Phi'_{2t}(r)d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr\right)\right\}=0,$$

$$t'(r_0)+\int_{r_0}^{r_\infty}r\Phi'_0(r)\frac{\sin kr}{kr}dr-\Sigma\left\{\frac{d_{2t}(r_0)}{(2t+1)(2t+3)}\right\}=0.$$

Af den 7de af disse Betingelsesligninger sees, at $\Sigma\left\{d_u^{2t}\int_{r_0}^{r_\infty}r^2\Phi_{2t}(r)d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr\right\}$ maa være uafhængig af u, følgelig $=\tau(r_0)+\int_{r_0}^{r_\infty}r^2\Phi_0(r)d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr.$

Sætter man nu:

$$\int_{r_0}^{r_\infty}r\Phi_0(r)\frac{\sin kr}{kr}dr=B(r_0)+B_1(r_0)k^2+B_2(r_0)k^4+\ldots,$$

saa bliver:

$$\int_{r_0}^{r_\infty} r^2\Phi_0(r)\, d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr = 2B_1(r_0)k_2 + 4B_2(r_0)k^4 + \ldots,$$

og den 7de af Ligningerne (386) giver da:

$$\left[t(r_0)+\Sigma\left\{\frac{[2t(2t+1)+1]a_{2t}(r_0)}{(2t+1)(2t+3)}\right\}-\right.$$

$$\left.-\Sigma\int_{r_0}^{r_\infty} r^{2t+1}\,\Phi_{2t}(r)dr\right\}+B(r_0)\Big]+$$

$$+(3-p)\left[\Sigma\left\{\frac{h_{2t}(r_0)}{2(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}+B_1(r_0)\right]k^2+$$

$$+(5-2p)B_2(r_0)k^4+\ldots = o,$$

hvoraf findes:

$$t(r_0)+\Sigma\left\{\frac{[2t(2t+1)+1]a_{2t}(r_0)}{(2t+1)(2t+3)}\right\}-$$

(387) $$-\Sigma\left\{\int_{r_0}^{r_\infty} r^{2t+1}\Phi_{2t}(r)dr\right\}+B(r_0) = o,$$

$$(3-p)\left[\Sigma\left\{\frac{h_{2t}(r_0)}{2(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}+B_1(r_0)\right] = o.$$

$$(5-2p)B_2(r_0) = o \quad \text{etc.},$$

hvoraf fölger: $B_2(r_0) = o$, $B_3(r_0) = o$, etc. og fölgelig:

$$\int_{r_0}^{r_\infty} r^2\Phi_0\,(r)d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr = 2B_1(r_0)k^2.$$

Den 2den af Ligningerne (387) giver da enten:

$$B_1(r_0) = \tfrac{1}{2}\int_{r_0}^{r_\infty}\frac{r}{k^2}\Phi_0(r)d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right)dr = -\tfrac{1}{2}\Sigma\left\{\frac{h_{2t}(r_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\},$$

og den 4de af Ligningerne (384) giver da $p = \infty$, hvilket er umuligt, eller $p = 3 = 0$, og fölgelig:

$$p = 3. \tag{388}$$

Den 4de af Ligningerne (384) giver i dette Tilfælde:

$$2B_1(r_0)k^2 = \Sigma \int_{r_0}^{r_\infty} r^2 \Phi_0(r)\, d_r\left(\frac{\sin kr}{kr}\right) dr = \tag{389}$$

$$= k^2\left[\Sigma\left\{\frac{t h_{2t}(r_0)}{(2t+1)(2t+5)}\right\} - \Sigma\left\{\frac{(t+1)m_{2t}(r_0)}{(2t+3)(2t+5)(2t+7)}\right\}\right].$$

Behandles den 8de af Ligningerne (386) paa samme Maade, findes:

$$\Sigma\left\{\frac{(t+1)\left(g_{2t}(r_0) - \frac{1}{2t+7}\, n_{2t}(r_0)\right)}{(2t+3)(2t+5)}\right\} = 0,$$

$$\Sigma d_u^{2t} \int_{r_0}^{r_\infty} r^2 \Phi_{2t}(r)\, dr\left(\frac{\sin kr}{kr}\right) dr = \tag{390}$$

$$= \tau''(r_0) + k^2\left[\Sigma\left\{\frac{t g_{2t}(r_0)}{(2t+1)(2t+5)}\right\} - \Sigma\left\{\frac{(t+1)n_{2t}(r_0)}{(2t+3)(2t+5)(2t+7)}\right\}\right.,$$

Ligningerne (362) give nu Forplantelseshurtigheden for den ordinære Straale bestemt ved Formelen:

$$s^2 - (\alpha - \alpha_{,}\varepsilon)s^2k^2 + \beta s^2 + \gamma - (\delta - \delta_{,}\varepsilon)k^2 + (\lambda - \lambda_{,}\varepsilon)k^4 = 0.$$

Vi ville nu undersöge, om Ligningerne (360) finde Sted eller ikke. Den förste af disse Ligninger giver:

$$\mathfrak{L} + \mathfrak{l} + u^2(1-4\varepsilon)\mathfrak{F} + u^2(1-2\varepsilon)\mathfrak{i} +$$

$$+ \mathfrak{L}_{\prime\prime} + \mathfrak{l}_{\prime\prime} + u^2(1-4\varepsilon')\mathfrak{F}_{\prime\prime} + u^2(1-2\varepsilon)\frac{\mathfrak{i}_{\prime}\mathfrak{F}_{\prime\prime}}{\mathfrak{F}_{\prime}} = \mathfrak{E} + \mathfrak{E}_{\prime\prime}$$

eller:

$$\mathfrak{E} + 8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{\frac{a_{2t}(r'_0)}{(2t+1)(2t+3)}\right\} + 4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{\frac{k^2h_{2t}(r'_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\} +$$

$$+8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{d_u^{2t}\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r\Phi_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)\right\}-$$

$$-4\pi\mathfrak{D}\varepsilon\,\Sigma\left\{\frac{1}{2t+1}\int_{r_0}^{r_\infty}r^{2t+1}\Phi_{2t}(r)dr\right\}+$$

$$+8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r''_0)}{(2t+1)(2t+3)}\right\}-8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\int_{r''_0}^{r''_\infty}r^{2t+1}\Phi'_{2t}(r)dr\right\}+$$

$$+\mathfrak{E}_{\prime\prime}+8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{b_{2t}(r''_0)}{(2t+1)(2t+3)}\right\}+4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{k^2g_{2t}(r''_0)}{(2t+1)(2t+3)(2t+5)}\right\}$$

$$+8\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{d_u^{2t}\int_{r''_0}^{r''_\infty}\left(r\Phi''_{2t}(r)\frac{\sin kr}{kr}dr\right)\right\}-$$

$$-4\pi\mathfrak{D}'\varepsilon'\Sigma\left\{\frac{1}{2t+1}\int_{r''_0}^{r''_\infty}\left(r^{2t+1}\Phi''_{2t}(r)dr\right)\right\}+$$

$$+8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\left\{\frac{c_{2t}+d_{2t}(r'_0)}{(2t+1)(2t+3)}\right\}-$$

$$-8\pi\mathfrak{D}\varepsilon\Sigma\int_{r'_0}^{r'_\infty}\left(r^{2t+1}\Phi'_{2t}(r)dr\right)\Bigg\}=\mathfrak{E}+\mathfrak{E}_{\prime\prime},$$

hvoraf fölger:

$$\Sigma\left\{\frac{(t+1)\left(h_{2t}(r_0)-\frac{1}{2t+7}m_{2t}(r_0)\right)}{(2t+3)(2t+5)}\right\}=0,$$

hvilken Ligning, som oftere för bemærket, er umulig.

(Sluttes i næste Hefte).

IV.

Om en egen Art af Isomorphie, der spiller en omfattende Rolle i Mineralriget.

Af

Th. Scheerer.

Den förste Foranledning til det Arbeide, hvis Resultater her fremlægges, er givet ved Undersögelsen af tvende norske Mineralier, af hvilke det ene, Cordierit, er tilforn bekjendt, medens det andet, Aspasiolith (ἀσπάσιος λίθος), danner et nyt Mineralspecies. Efter at have meddeelt mine Iagttagelser over begge disse Mineralier, skal jeg fremsætte de Slutninger, som deraf kunne udledes med Hensyn til en egen, hidtil ukjendt Art af Isomorphien.

1. Cordierit.

Den af mig undersögte Cordierit findes i Nærheden af Kragerö, altsaa ikke langt fra Tvedestrand, det bekjendte

Findested for den smukke blaae Cordierit, den röde Granat og det krystalliserede Titanjern. Cordieriten fra Kragerö er ikke udmærket ved nogen saa intensiv blaa Farve som den fra Tvedestrand; den er fordetmeste kun lys amethystfarvet eller aldeles farvelös, hvorved den i sit Ydre erholder megen Lighed med den almindelige Fedtqvarts. — En nöiagtig Analyse af Cordieriten er formedelst dette Minerals betydelige Gehalt af Leerjord og Talkjord ingen let Opgave. Adskillelsen af begge Jordarter ved kaustisk Kali eller (under Tilstedeværelse af en betydelig Mængde oplöste Ammoniaksalte) ved kaustisk Ammoniak lader sig, som bekjendt, kun i det Tilfælde anvende, naar den ene af de to Jordarter er forhaanden i forholdsviis ringe Qvantitet. Jeg betjente mig derfor af en anden Methode, hvilken Heinrich Rose i sin „Handbuch der analytischen Chemie" giver Fortrinet i det Tilfælde, at större Qvantiteter af begge Jordarter skulle skilles fra hinanden.

Af den hertil fornödne concentrerede Oplösning af dobbelt kulsuurt Natron bragte jeg en betydelig Qvantitet i en rummelig Kolbeflaske og tilföiede draabeviis den sure Solution, som indeholdt Cordieritens Leerjord og Talkjord (samt en liden Qvantitet Jernoxyd) og som idetmindste var 50 Gange mindre i Volum end Solutionen af det dobbelt kulsure Natron. Paa denne Maade syntes Adskillelsen at maatte lykkes endnu bedre, end naar omvendt det dobbelt kulsure Natron var bleven hældet til Oplösningen af Jordarterne. Imidlertid fandt jeg, at heller ikke den paa denne Maade bundfældte Leerjord var fri for Talkjord. Den blev derfor efter forudgaaen Filtrering og Oplösning i Saltsyre, endnu engang underkastet den samme Behandling. Men selv den herved udskilte Leer-

jord var ikke fuldkommen reen, hvilket viste sig ved at behandle den med kaustisk Kali, hvorved et hovedsagelig af Jernoxyd bestaaende Residuum blev uoplöst, hvori endnu fandtes smaae Qvantiteter af Talkjord og Leerjord. Hovedqvantiteten af Talkjord, som befandt sig oplöst i det dobbelt kulsure Natron, blev udskilt under Anvendelse af de bekjendte herved nödvendige Forsigtighedsregler, efterat den ringe Qvantitet Jernoxyd, der tilligemed Talkjorden havde oplöst sig i det store Overskud af den alkaliske Vædske, iforveien var bleven bundfældt ved nogle Draaber Svovlammonium og frafiltreret. Ogsaa dette Svovljern indeholdt en ubetydelig Deel Talkjord.

Tvende Analyser af Cordieriten fra Kragerö, ved hvilke Leerjordens Adskillelse fra Talkjorden blev iværksat paa den angivne Maade, gave fölgende Resultater:

	I.	II.	I Middel.
Kiseljord	50,44	50,44	50,44
Leerjord	33,22	32,68	32,95
Talkjord	12,43	13,08	12,76
Kalkjord	1,08	1,17	1,12
Jernoxydul	0,79	1,12	0,96
Manganoxydul	Spor	Spor	Spor
Vand	1,17	0,87	1,02
	99,13	99,36	99,25

Mængden af Kiseljord kunde blot ved eet Forsög blive bestemt, da Mineralet ved den ene af disse Analyser blev opsluttet ved Flusssyre. Forholdet af Kiselsyrens Suurstof til Leerjordens og til de 1 og 1 atomige Basers er herved given som

$$26,20 : 15,26 : 5,48,$$

naar man antager, at den ringe Mængde Jern er forhaanden i Mineralet som Oxydul. Men dette turde vanskeligt

være Tilfældet, da den analyserede Cordierit var næsten fuldkommen farvelös og idetmindste ikke viste det ringeste Skjær i det Grönlige, skjönt det dog er bekjendt, at forholdsviis meget smaae Qvantiteter af Jernoxydul ere tilstrækkelige til at meddele et ikke pulverformigt Silicat en tydelig grön Farve, naar dette ikke bliver forhindret ved andre farvende Substantser. Antager man derfor, sikkerlig med mere Ret, Jernet at være forhaanden i Tilstand af Oxyd, saa bliver Suurstof-Forholdet:

$$26{,}20 : 15{,}64 : 5{,}26.$$

Dette svarer meget nær til Formelen:

$$\dot{R}^3 \dddot{Si}^2 + 3\underline{\dddot{R}}\dddot{Si},$$

efter hvilken Suurstof-Forholdet skulde være:

$$26{,}20 : 15{,}72 : 5{,}24.$$

Men den anförte Formel er den saakaldte haarde Fahlunits, medens Cordieritens hidtil efter Berzelius er bleven antaget at være:

$$3\dot{R}^3 \dddot{Si}^2 + 8\underline{\dddot{Al}}\,\dddot{Si}$$ [1])

Suurstof-Forholdet ifölge denne sidste Formel er:

$$26{,}20 : 14{,}97 : 5{,}62,$$

nærmer sig altsaa det forhen Anförte, som man erholder, naar man antager Jernet i Cordieriten fra Kragerö som Oxydul. Da der imidlertid ikke forekommer mig at være tilstrækkelig Grund forhaanden til at antage dette, saa foretrækker jeg den simplere Formel: $\dot{R}^3 \dddot{Si}^2 + 3\underline{\dddot{R}}\,\dddot{Si}$.

Dernæst kommer det an paa at undersöge, om Sammansætningen af Cordieriter fra andre Findesteder ikke ogsaa kunne udtrykkes ved den samme simplere Formel. Nu er Suurstof-Forholdet:

---

[1]) Egentlig $\dot{Fe}^3 \dddot{Si}^2 + 2\underline{\dddot{Al}}\,\dddot{Si} + 2(\dot{Mg}^3 \dddot{Si}^2 + 3\underline{\dddot{Al}}\,\dddot{Si})$.

1) i Cord. fra	Bodenmais	efter	Stromeyer,	25,12:14,81:5,90
2) - —	- Simiutak	-	Samme,	25,51:15,47:5,43
3) - —	- Orijerfvi	-	Samme,	25,22:14,82:5,83
4) - —	- Orijerfvi	-	v. Bonsdorff,	25,95:15,36:5,18
5) - —	- Orijerfvi	-	Thomson,	25,21:14,71:6,23
6) - —	- Connecticut	-	Samme,	25,78:13,41:6,39

og i Middel af disse 6 Analyser:

25,47 : 14,76 : 5,83,

medens det efter Formelen $\dot{R}^3 \dddot{Si}^2 + 3 \underline{\dddot{R}} \dddot{Si}$ skulde være:

25,47 : 15,27 : 5,09.

Antager man dog, at ogsaa i disse Cordieriter en liden Deel Jern er forhaanden som Oxyd, saa kan dette Gjennemsnitsforhold omformes til:

25,47 : 15,27 : 5,37,

hvilket da stemmer saa nær overeens med det til Formelen $\dot{R}^3 \dddot{Si}^2 + 3 \underline{\dddot{R}} \dddot{Si}$ svarende Suurstof-Forhold, at denne simplere Formel fortjener, som mig synes, at blive antagen for alle Cordieriter. Imidlertid kommer det, med Hensyn paa de Slutninger, der i det Fölgende skulle uddrages af Cordieritens Sammensætning, aldeles ikke an paa denne Antagelse, men man kan herved ligesaa godt ansee den anden Formel for den rigtige. Dog forekom det mig, formedelst den Overeensstemmelse man finder imellem Sammensætningen af Cordieriten og den samme nær beslægtede haarde Fahlunit, ikke uden Interesse at anstille denne sideordnede Betragtning.

2. Aspasiolith.

I de fleste af sine mineralogiske Kjendemærker, især deleshed i Henseende til Farve, Streg, Glands, Pelluciditet og Haardhed har dette Mineral, der forekommer

paa det samme Findested som den nys omhandlede Cordierit, stor Lighed med Serpentin, hvorfor det ogsaa af dets förste Opdagere, de Bergstuderende Dahl og Weibye er blevet antaget. Hyppigst er det af grön Farve i forskjellige, meest lyse Nuancer, som löggrönt, asparges-grönt, oliegrönt o. s. v. Dog forekomme ogsaa Partier deraf med bruun og rödbruun Farve, hvilket kun synes at hidröre fra mechanisk indblandet Jernoxyd. Aspasiolithens Egenvægt, efterat den er bleven törret i Vandbadet og udkogt i Vand, er noget större end Serpentinens, nemlig = 2,76. Ganske rene Stykker deraf ere kun lidt haardere end Kalkspath. I de forskiellige Haandstykker af dette Mineral, jeg besidder, er det sammenvoxet isærdeleshed med Cordierit, Qvarts, Feldspath og Glimmer, undertiden ogsaa med Titanjern, hvilken Mineralblanding optræder i den ved forskjellige talkholdige Mineralier udmærkede Urgneis fra Kragerö. Kun sjelden — forsaavidt min Erfaring for Öieblikket strækker sig — optræder det krystalliseret, dog besidder jeg to Brudstykker af tydelige större Krystaller, hvoraf den Ene holder $\frac{3}{4}$ Tomme i Diameter, og den Anden, hvis Diameter formedelst det manglende Stykke ikke godt lader sig bestemme, i ethvert Tilfælde har været endnu större. Om disse Krystallers Form og en særegen Omstændighed ved samme skal der i det Fölgende blive Tale.

For Blæseröret viser Aspasiolithen intet charakteristisk Forhold. Den er usmeltelig, giver i Kolben Vand, og reagerer, behandlet med Phosphorsalt og Borax, paa Kiseljord, Leerjord, Talkjord, Jernoxydul og Vand. To af mig dermed anstillede qvantitative Analyser gave fölgende Resultater:

	I.	II.	I Middel.
Kiseljord . . .	50,29	50,51	50,40
Leerjord . . .	32,40	32,35	32,38
Talkjord . . .	8,04	7,97	8,01
Kalkjord . . .	Spor	Spor	Spor
Jernoxydul . .	2,30	2,39	2,34
Manganoxydul .	Spor	Spor	Spor
Vand	6,58	6,88	6,73
	99,61	100,10	99,86

Ved begge Analyser blev det meget fiint pulveriserede Mineral opsluttet ved kogende Saltsyre. Talkjordens Adskillelse fra Leerjorden skeede paa samme Maade som anfört ved Cordieriten.

Det til Middelet af begge disse Analyser svarende Suurstof-Forhold er:

$$\overset{\cdots}{\mathrm{Si}} \quad \underline{\overset{\cdots}{\mathrm{Al}}} \quad \dot{\mathrm{R}} \quad \underline{\dot{\mathrm{H}}}$$

$$26{,}18 : 15{,}12 : 3{,}63 : 5{,}98.$$

Forsöger man heraf at udfinde en Formel for Aspasiolithen, saa lykkes dette aldeles ikke paa sædvanlig Maade. Man erholder, selv om man tillader sig smaae Afvigelser fra det fundne Resultat, aldeles usandsynlige Udtryk, som ikke staae i nogen Harmonie med Cordieritens Formel, omendskjöndt dog — som snart skal blive viist — begge Mineralier ved deres morphologiske Forhold staae i meget nær Forbindelse med hinanden. Denne Vanskelighed bortfalder imidlertid ved fölgende Betragtning.

Sammenligner man Aspasiolithens Sammensætning med Cordieritens fra Krageröe, saa finder man, at Kiseljord og Leerjord i begge Mineralier staae meget nær i samme Forhold, og at det hovedsagelig kun er den ifölge

den betydelige Vandgehalt formindskede Talkjordqvantitet, hvorved den Förstes Sammensætning er forskjellig fra den Andens. Dette Forhold, som allerede i og for sig har noget Paafaldende, erholder en endnu större Betydning derved, at begge Mineralier besidde ganske de samme Krystalformer, nemlig rhombiske Söiler af 120° med Combinationer af 0P, $\infty\bar{P}\infty$ og $\infty\breve{P}\infty$; altsaa Cordieritens sædvanlige Krystalform. Men et endnu nöiere Slægtskab imellem begge disse Mineralspecies antydes derved, at ikke alene i et og samme Stykke de fuldkomneste Overgange findes fra det ene Mineral til det andet, men fremfor Alt derved, at hine Krystaller bestaae tildeels af Aspasiolith og tildeels af Cordierit. Især deleshed dannes deres Kjerne af det sidste Mineral, og denne gaaer lidt efter lidt over i Aspasiolith, hvorom man kan overbevise sig, ikke blot ved begge Mineraliers forskjellige Farve, men ogsaa ved deres saa overordentlig forskjellige Haardhedsgrad, (næsten som Qvarts og Kalkspath). At her end ikke i fjerneste Maade kan antages, at nogen Forvittring eller deslige har fundet Sted, derfor taler den fuldkommen friske, intet Spor af Decomposition visende, og fast sammenvoxede Mineralblanding, i hvilken Cordierit og Aspasiolith forekomme som Blandingsdele. Intet af de her tilstedeværende Mineralier, end ikke Glimmeren og Feldspathen, har tabt Noget af sin Glands eller sit friske Brud. Under disse Omstændigheder maa derfor den Idee paatrænge sig: at begge Mineralier, Cordierit og Aspasiolith, ere isomorphe, og at denne Isomorphie har sin Grund deri, at en vis Mængde Vand formaaer at erstatte en vis Mængde Talkjord. Ved Regning findes, at paa denne Maade 3 Atomer Vand vilde erstatte 1 Atom Talkjord.

Hvis vi nemlig antage dette, og efter dette Forhold [1]) substituere Talkjord for det i Aspasiolithen indeholdte Vand, saa erholde vi for dette Mineral et Suurstof-Forhold af

$$\dddot{Si} \quad \dddot{\overline{Al}} \quad \dot{R}$$
$$26{,}18 : 15{,}12 : 5{,}63,$$

medens dette Forhold ved Cordieriten fra Krageröe blev fundet ligt:

$$26{,}20 : 15{,}26 : 5{,}48;$$

altsaa næsten fuldkommen nöiagtigt det Samme. Vil man endogsaa ved Aspasiolithen antage, at en liden Deel, maaskee Halvdelen, af det i Samme forhaandenværende Jern forekommer i Oxyd-Tilstand, saa bliver derved Suurstof-Forholdet af dens Bestanddele kun lidet forandret, nemlig ligt:

$$26{,}18 : 15{,}52 : 5{,}37,$$

og nærmer sig derved det Suurstof-Forhold, som findes naar man beregner den ringe Jernqvantitet i Cordieriten

---

[1]) Efter Forholdet nemlig af 3 At. $\dot{\underline{H}}$ til 1 At. $\dot{Mg}$, altsaa af $3 \times 112{,}48 = 337{,}44 : 258{,}35$; fölgelig for hver Vægtdeel Vand $\frac{258{,}35}{337{,}44} = 0{,}766$ Vægtdele Talkjord. For de efter min Analyse i Aspasiolithen indeholdte 6,73 Procent Vand maa saaledes substitueres $6{,}73 \times 0{,}766 = 5{,}15$ Procent Talkjord. Ved Beregningen af Suurstof-Forholdet har man, hvilket umiddelbart fölger af hvad der er sagt, ikke nödig at foretage denne Substitution, og dernæst at beregne Suurstoffet for den herved forögede Talkjordqvantitet, men man behöver kun at dividere Vandets Suurstofgehalt med 3 og addere den erholdte Qvotient til Talkjordens Suurstofgehalt, hvorved altsaa i nærværende Tilfælde den samlede Suurstofqvantitet af $\dot{R}$ bliver $3{,}63 + \frac{1}{3} \times 5{,}98 = 5{,}63$, saaledes som ovenfor findes anfört.

fra Krageröe som Oxyd, for hvilket Tilfælde det allerede er blevet anført som

26,20 : 15,64 : 5,26.

Til hvilken Synsmaade man derfor ogsaa maatte hælde, saa viser det sig dog i ethvert Tilfælde, at Aspasiolithens og Cordieritens lige Krystalformer kunne forklares ved, at 3 Atomer Vand formaae at erstatte 1 Atom Talkjord. Et saadant Resultat, der paa Grund af manglende Analogier var meget paafaldende, kunde naturligviis, trods de Facta, der tale for samme, ikke strax antages som fuldkommen faststaaende, og jeg gav mig derfor ifærd med det Arbeide, at underkaste dets Rigtighed en Prövelse saavidt som muligt ogsaa fra andre Sider. Det lod sig vente, at denne eiendommelige Art af Isomorphie ikke blot vilde vise sig som et enkeltstaaende Factum, men at Samme, idetmindste i Mineralriget, maatte spille en meer eller mindre omfattende Rolle, og at derfor ogsaa af andre vandholdige Mineraliers Sammensætning Beviser for min Anskuelses Rigtighed vilde kunne findes.

Nærmest syntes det mig at ligge, at underkaste et af de vigtigste og hyppigst forekommende vandholdige Talkjord-Silicater, Serpentinen, en nærmere Undersögelse i denne Henseende.

3. Serpentin.

Analyserne af Serpentin fra forskjellige Findesteder have, som det vil sees af fölgende Sammenstilling, leveret Resultater, der ikke lidet afvige fra hinanden:

	$\dddot{\text{Si}}$	$\dot{\text{Mg}}$	$\dot{\text{Ca}}$	$\dot{\text{Fe}}$	$\dot{\text{Mn}}$	$\dot{\underline{\text{H}}}$	Andre Stoffe
1) S. f. Snarum efter Hartwall	42,97	41,66	—	2,23	—	12,27	0,87 $\dddot{\underline{\text{Al}}}$
2) S. f. Sala e. Lychnell	42,16	42,26	—	1,98	—	12,33	1,03 Bitumen og $\ddot{\text{C}}$
3) S. f. Gullsjö e. Mosander	42,34	44,20	—	—	—	12,38	0,89 $\ddot{\text{C}}$
4) S. f. Snarum e. min Analyse	40,71	41,48	—	2,43	—	12,61	2,39 $\dddot{\underline{\text{Al}}}$
5) S. f. New York e. Beck	41,00	41,26	2,39	1,85	—	13,50	—
6) S. f. Fahlun e. Jordan	40,32	41,76	—	3,33	—	13,54	—
7) S. f. Hoboken e. Lychnell	41,67	41,25	—	1,48	—	13,80	1,37 Bitumen og $\ddot{\text{C}}$
8) S. f. Fahlun e. Marchand	40,52	42,05	—	3,01	—	13,85	0,21 $\dddot{\underline{\text{Al}}}$
9) S. f. Philipstad e. Stromeyer	41,66	37,16	—	4,05	2,02	14,72	—
10) Ædel Serpentin e. John	42,50	38,63	0,25	1,35	0,56	15,20	1,00 $\dddot{\underline{\text{Al}}}$
11) S. f. Massachusets e. Shepard	40,08	41,40	—	2,70	—	15,67	—
12) S. f. Bare Hills e. Vanuxem	42,69	40,00	—	1,16	—	16,11	0,87 $\ddot{\text{C}}$
13) S. f. New York e. Beck	40,50	38,00	—	—	—	21,00	—

Af denne Sammenstilling viser det sig 1) at Vandgehalten af Serpentin fra forsjkellige Findesteder varierer imellem de vidt fra hinanden liggende Grændser 12,27

og 21,00 og 2) at Tilvæxten af Vandgehalten i Almindelighed er forbunden med en Aftagelse af Talkjordgehalten. Beregner man Suurstof-Forholdet for samtlige Serpentiner, og sætter derved 3 Atomer Vand = 1 Atom Talkjord, medens man tillige antager, at de smaae Qvantiteter Leerjord, som nogle af disse Serpentiner indeholde, ere deri forhaanden som $\underline{\dddot{\mathrm{Al}}}\,\dddot{\mathrm{Si}}$, saa erholdes fölgende Proportioner:

	$\dddot{\mathrm{Si}}$		$\dot{\mathrm{R}}$
1)	21,91	:	20,27
2)	21,90	:	20,46
3)	21,99	:	20,78
4)	20,03	:	20,34
5)	21,30	:	21,09
6)	20,93	:	20,95
7)	21,65	:	20,39
8)	21,07	:	20,95
9)	21,64	:	20,12
10)	21,61	:	19,96
11)	20,82	:	21,28
12)	22,18	:	20,52
13)	21,04	:	20,93

og som Medimum af disse 13 Forhold:

21,39 : 20,62,

hvilket er ligt

100 : 96,4.

Heraf fölger altsaa: 1) at samtlige her undersögte Serpentiner trods deres forskjellige Vandgehalt paa det nærmeste give et og samme Suurstof-Forhold af $\dddot{\mathrm{Si}}$ og $\dot{\mathrm{R}}$, saasnart man for 1 Atom $\dot{\mathrm{Mg}}$ substituerer 3 Atomer $\underline{\dot{\mathrm{H}}}$, og 2) at dette Suurstof-Forhold i Middel af 13 Analyser

er som 100 : 96,4, altsaa, naar man overseer denne særdeles ringe Differents, kan ansees som 1 : 1. — Denne Differents af 3,6 Procent bliver let forklarlig, naar man tager Hensyn til hvor vanskeligt det er at erholde ganske reen, for enhver mechanisk Tilblanding fri, Serpentin, og hvor let dette Mineral ved for stærkt at törres, eller ved Forvitring, hvorved det tillige bliver kulsyreholdigt, taber en liden Deel af sit Vand.

Af Suurstof-Forholdet $\dddot{Si} : \dot{R} = 1 : 1$ fölger for alle Serpentiner den simple Formel:

$$(\dot{R})^3 \dddot{Si},$$

hvor Klammerne skulle antyde, at i dette Led en Deel af Talkjorden og de dermed isomorphe Baser ($\dot{Fe}$, $\dot{Mn}$ etc.) er erstattet ved en tilsvarende Mængde Vand i det angivne Forhold. Men denne Formel er liig Olivinens [$\dot{R}^3 \dddot{Si}$], kun med den Forskjel, at i den Sidste ingen Talkjord er erstattet ved Vand. Serpentinen er saaledes at betragte som en vandholdig Olivin, d. v. s. som en Olivin, i hvilken Vandet som isomorph Bestanddeel erstatter en större eller ringere Mængde af de 1 og 1 atomige Baser, hvoraf den bekjendte Kjendsgjerning lader sig forklare, at den krystalliserede Serpentin (fra Snarum) har den samme Krystalform som Olivin. Ligesom Aspasiolithen forholder sig til Cordieriten, saaledes forholder sig Serpentinen til Olivinen.

De udmærkede Serpentinkrystaller fra Snarum (af hvilke nogle under forholdsmæssig Brede og Tykkelse opnaae en Længde af indtil 18 Tommer) ere af nogle Mineraloger blevne erklærede for Pseudokrystaller efter Olivin. Hvo der ved Autopsie kjender deres Findesteder

vil sikkert være nödsaget til at modsætte sig denne Anskuelse [1]). I disse Krystallers Olivinform ligger naturligviis intet **Beviis** for en saadan Omvandling, men ialfald kun en **Opfordring** til at **söge** et saadant Beviis. Dog, dette Beviis er endnu ikke blevet fundet, og vil — hvorom jeg ved nöiagtig Undersögelse af vedkommende Findested har overbeviist mig — heller ikke let nogensinde kunne findes. Intetsteds lader sig ved Serpentinen fra Snarum paavise en saadan Forvittring eller paa anden Maade frembragt Decomposition af Mineralet, som der altid pleier at ledsage alle her i Betragtning kommende Pseudomorphoser. De fuldkommen friske, ved Jernoxydul-Silicat grönt farvede Serpentinkrystaller ere indvoxede enten i ligesaa frisk, med glindsende Spaltningsflader forsynet Magnesit [2]), eller i aldeles udecomponeret Titanjern; ja man antræffer endog, naar man sönderslaaer det Sidste, Serpentinpartier indesluttede i Samme og rundtomkring omgivne med udecomponeret Titanjern. Man bliver her intetsteds Klöfter, Spalter eller Druserum vaer, hvilke kunde hentyde paa Infiltration, Gangbildning eller deslige for Metaphorphoser af den anförte Art gunstige Forhold, men Serpentin, Magnesit, Titanjern, Glimmer og nogle andre her indblandede Mineralier ere fast og inderligt sammenvoxede med hinanden og danne en baandformig Zone, saaledes som dette allerede af Böbert i hans Opsats „Über Serpentingebilde im Urgebirge auf Modum [3])

[1]) Dette har Tamnau, der for flere Aar siden besögte disse Findesteder, allerede gjort. S. Pogg. Ann. Bd. 42, S. 462; ligeledes Böbert i det 1ste Hefte af Gæa Norvegica S. 135.

[2]) See Pogg. Ann. Bd. 65 S. 292.

[3]) S. Gæa Norvegica Heft 1 S. 127.

er blevet paaviist. Vistnok forekomme paa dette Findested ogsaa meer eller mindre forvittrede Serpentinkrystaller, der da sædvanlig ved Jernoxydulets Oxydation til Jernoxyd have erholdt et smudsigt guulagtigt eller bruunligt Udseende, og den störste Deel af de Krystaller, der findes i Samlinger, er endog af saadan Art; men dette har en meget simpel Grund, der ikke tager Olivin-Hypothesen under Armene. Alle disse Krystaller ere nemlig enten tagne af den for Veirliget udsatte, Bjergets Overflade nærmest liggende Deel af Serpentinmassen, eller de sadde i de nedrullede Brudstykker, hvilke paa den fugtige Jordbund i hele Aar havde været udsatte for Luftens og Fugtighedens Indvirkning. Saadanne Krystaller lade sig formedelst den Lethed, hvormed man af de anförte Grunde kan sönderbryde Magnesiten, meget let fuldstændigen löse fra deres Matrix, hvilket ved de fuldkommen friske Krystaller, der fra Skjærpets dybere liggende Dele ved Minering ere erholdte, kun med stor Vanskelighed kan opnaaes.

Man kunde endnu opkaste det Spörgsmaal, hvorfor ikke, da dog Aspasiolith og Cordierit forekomme ved Siden af hinanden, ogsaa Serpentin bliver ledsaget af Olivin? Denne vistnok tilsyneladende paradoxe Omstændighed vil jeg i Slutningen af denne Opsats tage nærmere i Betragtning.

Efterat den her udviklede, ved de omtalte Forholde imellem Cordieriten og Aspasiolithen foranledigede Theorie havde erholdt en anden Stötte i de ganske analoge Forholde imellem Olivin og Serpentin, blev det derved gjort endnu sandsynligere, at den Rolle, som denne Art Isomorphie spiller i Mineralriget, ikke kan være en ganske indskrænket. Dette har ogsaa virkelig ved fortsat Under-

dersögelse stadfæstet sig i en höiere Grad end tilforn anet. Ved Betragtning af mere end 100 vandholdige Mineraliers Sammensætning med Hensyn til den her omhandlede theoretiske Anskuelse har en saa talrig Mængde Beviser for sammes Rigtighed fremstillet sig, at den ikke længere kan være nogen Tvivl underkastet. I det Fölgende vil jeg anföre Formlerne for de vigtigste af disse Mineralier saaledes som disse blive, naar man som basisk Bestanddeel indförer Vandet paa den anförte Maade (3 Atomer Vand for 1 Atom Talkjord, Jernoxydul, Manganoxydul o. s. v.). En udförlig Udvikling af disse Formler, ledsaget af forskjellige Bemærkninger, har jeg meddeelt i Poggendorfs Annaler i en mere detailleret Opsats om denne Gjenstand. — For paa den simplest mulige Maade at udtrykke, at i et Led af en Formel, $\dot{R}$, en Deel af de 1 og 1 atomige Baser er erstattet ved mere eller mindre Vand, har jeg i saadanne Tilfælde stedse betjent mig af Tegnet

$$(\dot{R})$$

som allerede ovenfor er anvendt ved Serpentin. Formelen for Aspasiolithen vil f. Ex. herefter altsaa være $(\dot{R})^3\,\dddot{Si}^2 + 3\,\underline{\dddot{R}}\,\dddot{Si}$.

I. Silicater.

A. Silicater af Talkjord og dermed isomorphe Baser. (De med Serpentinen beslægtede Mineralier).

1. Gymnit . . . . $(\dot{R})^3\dddot{Si}$
2. Deweylit . . . . $(\dot{R})^3\dddot{Si}$
3. Villarsit . . . . $(\dot{R})^3\dddot{Si}$
4. Dermatin . . . . $(\dot{R})^3\dddot{Si}$

5. Chrysotil (Metaxit) . . . . . . $(\dot{R})^3\dddot{Si}$
6. Chloropbæit . . . . $(\dot{R})^3\dddot{Si}$

Anmærkning: Alle disse Mineralier, hvis Vandgehalt vexler imellem 5,80 og 42,15 Procent erholde altsaa samme Formel som Serpentinen, og adskille sig i chemisk Henseende fra samme kun ved den forskjelligartede, men isomorphe Sammensætning af Ledet $(\dot{R})$. Det eneste af disse Mineralier, som hidindtil er fundet tydeligt krystalliseret, er Villarsiten. Dens Form er en rhombisk Söile af 120°, medens Serpentinens rhombiske Söile er af næsten 130°. Herefter forholde sig altsaa begge Söilers Makrodiagonaler som tg 65° : tg 60° = 2,144 : 1,732 eller meget nær = 5 : 4. Villarsitens Form kan saaledes betragtes som en, der er afledet af Serpentinens.

7. Pikrophyll . . . . $(\dot{R})^2\dddot{Si}$
8. Aphrodit . . . . $(\dot{R})^2\dddot{Si}$
9. Spadait . . . . $(\dot{R})^3\dddot{Si}^2$
10. Pikrosmin . . . . $(\dot{R})^3\dddot{Si}^2$
11. Monradit . . . . $(\dot{R})^3\dddot{Si}^2$
12. Talk
   1) fra St. Bernhard
   2) fra St. Foix } . . . . $(\dot{R})^3\dddot{Si}^2$
13. Meerskum
   1) fra Cabanas
   2) fra Coulommiers
   3) fra Marokko } . . . . . . $(\dot{R})^3\dddot{Si}^2$
14. Retinalith . . . . $2(\dot{R})^3\dddot{Si} + \dot{Na}^2\dddot{Si}$
15. Nogle serpentinagtige Mineralier [1])

---

[1]) S. Erdmann og Marchands Journ. f. pr. Ch. Bd. 32 S. 499.

1) fra Monte Rosa
2) fra Zermatt . . . . . $2(\dot{R})^3\dddot{Si} + \dot{M}g^2\dddot{Si}$
3) fra Col di Breona

16. Schillerspath . . . . $2(\dot{R})^3\dddot{Si} + \dot{M}g^3\dddot{Si}^2$

Anmærkning. Man kan altsaa herefter betragte Schillerspathen som sammensat af 2 Atomer Serpentin og 1 Atom Augit.

17. Krokydolith . . . . $3(\dot{R})\dddot{Si} + 2\dot{R}^3\dddot{Si}^2$

B. Silicater af Talkjord og dermed isomorphe Baser, forbundne med Aluminater eller Jernoxydater (Chlorit og dermed beslægtede Mineralier).

1. Chlorit . . . . $2(\dot{R})^3\dddot{Si} + (\dot{R})\,\underline{\dddot{Al}}$
2. Chloritskifer . . . . $3(\dot{R})^3\dddot{Si} + (\dot{R})\,\underline{\dddot{Al}}$
3. Ripidolith . . . . $3(\dot{R})^3\dddot{Si} + 2(\dot{R})\,\underline{\dddot{Al}}$
4. Pennin . . . . $4(\dot{R})^3\dddot{Si} + (\dot{R})\,\underline{\dddot{Al}}$
5. Xanthophyllit . . . . $4(\dot{R})^3\dddot{Si} + 3(\dot{R})^2\underline{\dddot{Al}}^3$
6. Leuchtenbergit . . . . $2\dot{M}g^2\dddot{Si} + (\dot{R})^2\underline{\dddot{Al}}$
7. Et chloritagtigt Miner. fra Taberg[1]) $3\dot{M}g^2\dddot{Si} + (\dot{R})^2\underline{\dddot{Al}}$
8. Kämmererit . . . . $6(\dot{R})^2\dddot{Si} + (\dot{R})^3\underline{\dddot{Al}}^2$
9. Chloritoid . . . . $(\dot{R})^3\dddot{Si}^2 + (\dot{R})\,\underline{\dddot{Al}}^2$
10. Sæbesteen . . . . $6(\dot{R})^2\dddot{Si} + (\dot{R})\,\underline{\dddot{R}}$
11. Cronstedit . . . . $(\dot{R})^3\dddot{Si} + (\dot{R})\,\underline{\dddot{Fe}}$

---

[1]) S. Berzelius Årsb. Årg. 20, H. 2, S. 234.

C. Silicater af Talkjord og Leerjord og dermed isomorphe Baser.

a) Glimmer og glimmeragtige Mineralier.

1.	Glimmer fra Iviken	$(\dot{R})\,\dddot{Si}^2 + \underline{\dddot{R}}\,\dddot{Si}^3$
2.	Glimmer fra Bråttstad	$(\dot{R})\,\dddot{Si} + 2\underline{\dddot{R}}\,\dddot{Si}^2$
3.	Glimmer fra Broddbo	$(\dot{R})\,\dddot{Si} + 2\underline{\dddot{R}}\,\dddot{Si}$
4.	Glimmer fra Rosendal	$2(\dot{R})^2\dddot{Si} + \underline{\dddot{Al}}\,\dddot{Si}$
5.	Glimmer fra Pargas	$3(\dot{R})^2\dddot{Si} + 4\underline{\dddot{R}}\,\dddot{Si}$
6.	Glimmer fra Monroe	$(\dot{R})^3\dddot{Si} + \underline{\dddot{R}}\,\dddot{Si}$
7.	Glimmer fra Abborforss . . .	$(\dot{R})^3\dddot{Si} + 4\underline{\dddot{R}}\,\dddot{Si}$
8.	Glimmer fra Sala	$2(\dot{R})^3\dddot{Si} + \underline{\dddot{R}}\,\dddot{Si}$
9.	Pyrophyllit	$3(\dot{R})\,\dddot{Si} + 2\dddot{Al}^2\dddot{Si}^3$
10.	Pinit fra Auvergne	$3(\dot{R})\,\dddot{Si} + 2\underline{\dddot{R}^2}\,\dddot{Si}^3$
11.	Pinit fra Penig	$(\dot{R})\,\dddot{Si} + 2\underline{\dddot{R}}\,\dddot{Si}$
12.	Gigantolith	$(\dot{R})^3\dddot{Si}^2 + 4\underline{\dddot{R}}\,\dddot{Si}$
13.	Chlorophyllit	$(\dot{R})^2\dddot{Si} + \underline{\dddot{Al}}\,\dddot{Si}$
14.	Ottrelit	$(\dot{R})^2\dddot{Si} + \underline{\dddot{Al}}\,\dddot{Si}$

Anmærkning. Omendskjöndt de anförte Glimmerarters og glimmeragtige Mineraliers Vandgehalt i Almindelighed ikke er stor, idet den nemlig varierer mellem 1 og 6 Procent, saa spiller den dog i de fleste Tilfælde en meget væsentlig Rolle med Hensyn til Formlerne for disse Mineralier. Det större Antal af dem indeholder nemlig kun en ringe Mængde 1 og 1 atomige Baser, hvis Suurstofqvantitet ved Vandets, selv naar dette kun udgjör

et Par Procent, erholder en forholdsmæssig betydelig Tilvæxt. Lader man Vandgehalten ude af Betragtning, eller forsöger man at indföre den som Hydratvand, saa faaer man fordetmeste usandsynlige, complicerede Formler, hvilke desforuden dog kun meget maadeligt stemme overeens med den ved Analysen fundne Sammensætning, og navnlig hverken indbyrdes eller i Sammenligning med andre Mineraliers Formler lade symmetriske Forholde tilsyne, Indvendinger, hvilke man ligesaalidt kan gjöre imod de her opstillede Formler, som imod de forhen anförte Formler for Chloriterne og de chloritagtige Mineralier. Flere Glimmerarter indeholde smaae, neppe til over 1 Procent sig belöbende Qvantiteter af Fluorforbindelser, i Særdeleshed Fluorcalcium og Fluormagnesium. Sandsynligviis erstatte de en tilsvarende ringe Andeel af de 1 og 1 atomige Baser.

b) Ikke glimmeragtige Mineralier.

α. Krystalliniske.

1. Fahlunit . . . . $(\dot{R})^3\dddot{Si} + 2\dddot{\underline{R}}\ \dddot{Si}$
2. Esmarkit . . . . $(\dot{R})^3\dddot{Si} + 2\dddot{\underline{Al}}\ \dddot{Si}$
3. Pyrargyllit . . . . $(\dot{R})^3\dddot{Si} + 2\dddot{\underline{Al}}\ \dddot{Si}$
4. Praseolith . . . . $2(\dot{R})^3\dddot{Si} + 3\dddot{\underline{Al}}\ \dddot{Si}$
5. Zeuxit . . . . $3(\dot{R})^3\dddot{Si} + 2\dddot{\underline{Al}}^3\dddot{Si}^2$
6. Roselan . . . . $(\dot{R})^2\dddot{Si} + 2\dddot{\underline{R}}\ \dddot{Si}$
7. Kirwanit . . . . $6(\dot{R})^2\dddot{Si} + \dddot{\underline{Al}}\ \dddot{Si}$
8. Stellit . . . . $9(\dot{R})^2\dddot{Si} + \dddot{\underline{R}}^2\ \dddot{Si}$
9. Weissit . . . . $(\dot{R})^3\dddot{Si}^2 + 2\dddot{\underline{Al}}\ \dddot{Si}^2$

10. Rhodalith . . . . $3(\dot{\mathrm{R}})\dddot{\mathrm{Si}} + \underline{\dddot{\mathrm{R}}}\dddot{\mathrm{Si}}$

11. Neurolith . . . . $(\dot{\mathrm{R}})\dddot{\mathrm{Si}}^2 + \underline{\dddot{\mathrm{Al}}}\dddot{\mathrm{Si}}^3$

β. Amorphe [1]).

1. Beegsteen . . . . $2(\dot{\mathrm{R}})\dddot{\mathrm{Si}}^2 + \underline{\dddot{\mathrm{R}}}\dddot{\mathrm{Si}}^3$

2. Cimolit . . . . $(\dot{\mathrm{R}})\dddot{\mathrm{Si}} + \underline{\dddot{\mathrm{Al}}}\dddot{\mathrm{Si}}^2$

3. Onkosin . . . . $(\dot{\mathrm{R}})\dddot{\mathrm{Si}} + \underline{\dddot{\mathrm{Al}}}\dddot{\mathrm{Si}}$

4. Pibesteen . . . . $3(\dot{\mathrm{R}})\dddot{\mathrm{Si}} + \underline{\dddot{\mathrm{R}}}^2\dddot{\mathrm{Si}}^3$

5. Fedtbol . . . . $(\dot{\mathrm{R}})^3\dddot{\mathrm{Si}} + \underline{\dddot{\mathrm{R}}}\dddot{\mathrm{Si}}$

6. Huronit . . . . $(\dot{\mathrm{R}})^3\dddot{\mathrm{Si}}^2 + 3\underline{\dddot{\mathrm{Al}}}\dddot{\mathrm{Si}}$

7. Agalmatolith . . . . $(\dot{\mathrm{R}})^3\dddot{\mathrm{Si}}^2 + 3\underline{\dddot{\mathrm{R}}}\dddot{\mathrm{Si}}$

8. Bergsæbe fra Plombières . . . $(\dot{\mathrm{R}})^2\dddot{\mathrm{Si}} + \underline{\dddot{\mathrm{Al}}}\dddot{\mathrm{Si}}$

9. Nontronit fra Villefranche . . $(\dot{\mathrm{R}})^2\dddot{\mathrm{Si}} + \underline{\dddot{\mathrm{R}}}\dddot{\mathrm{Si}}$

10. Kaolin . . . . $(\dot{\mathrm{R}})^2\dddot{\mathrm{Si}} + 3\underline{\dddot{\mathrm{Al}}}\dddot{\mathrm{Si}}$

11. Nontronit fra Andreasberg . . $3(\dot{\mathrm{R}})^2\dddot{\mathrm{Si}} + 4\underline{\dddot{\mathrm{Fe}}}\dddot{\mathrm{Si}}$

12. Saponit . . . . $4(\dot{\mathrm{R}})^2\dddot{\mathrm{Si}} + \underline{\dddot{\mathrm{R}}}\dddot{\mathrm{Si}}$

13. Pinguit. . . . . $(\dot{\mathrm{R}})^3\dddot{\mathrm{Si}} + \dddot{\mathrm{F}}\dddot{\mathrm{Si}}$

14. Bol . . . . $(\dot{\mathrm{R}})^3\dddot{\mathrm{Si}} + 2\underline{\dddot{\mathrm{R}}}\dddot{\mathrm{Si}}$

15. Jernsteenmarv . . . . $(\dot{\mathrm{R}})^3\dddot{\mathrm{Si}} + 2\underline{\dddot{\mathrm{R}}}\dddot{\mathrm{Si}}$

---

[1]) eller dog idetmindste tilsyneladende amorphe. Nogle af disse Mineralier turde maaskee bestaae af en Sammensætning af mikroskopiske Krystaller.

16. Halloysit fra la Vouth og Thiviers $(\dot{R})^3\dddot{Si} + 2\underline{\dddot{R}}\ \dddot{Si}$

17. Bergsæbe fra Thüringen . . . . $(\dot{R})^3\dddot{Si} + 2\underline{\dddot{R}}\ \dddot{Si}$

Anmærkning. Idethele gives der altsaa syv Mineralier (nemlig Fahlunit, Esmarkit, Pyrargillit, Bol, Jernsteenmarv, Halloysit og Bergsæbe), hvilke ved at indföre Vandet som basisk Bestanddeel erholde den simple Mejonit- og Epidotformel. Den forskjellige men isomorphe Sammensætning af $(\dot{R})$ og $\underline{\dddot{R}}$, saavelsom den forskjellige Grad af krystallinisk Udvikling danner den Hovedforskjel, som finder Sted imellem disse Mineralier. Epidot og Mejonit kunne dog ikke betragtes som isomorphe med de övrige nævnte Mineralier, da $\dot{R}$ i dem indeholder Kalkjord som væsentlig Bestanddeel.

18. Halloysit
   1) fra Lüttich
   2) fra Guatequé
   3) fra Bayonne
   4) saakaldet Thuesit

} . . . . $(\dot{R})^3\dddot{Si} + 4\underline{\dddot{Al}}\ \dddot{Si}$

19. Gilbertit . . . . $(\dot{R})^3\dddot{Si} + 6\underline{\dddot{R}}\ \dddot{Si}$

20. Kerolith . . . . $2(\dot{R})^3\dddot{Si} + \underline{\dddot{Al}}\ \dddot{Si}$

21. Chonikrit . . . . $4(\dot{R})^3\dddot{Si} + \underline{\dddot{Al}}^2\dddot{Si}$

22. Bergsæbe fra Arnstedt . . . . . $(\dot{R})^6\dddot{Si} + \underline{\dddot{R}}^2\ \dddot{Si}$

II. Borater.

1. Datholit . . . . $3[\dot{Ca}\dddot{Si} + \dot{Ca}\dddot{B}] + (\dot{R})\ \dddot{Si}$

2. Botryolith . . . . $3[\dot{Ca}\dddot{Si} + \dot{Ca}\dddot{B}] + (\dot{R})^2\dddot{Si}$

III. Phosphater.

A. Jern-Phosphater.

1. Vivianit fra Cornvall . . . . $(\dot{R})^5\underline{\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P}}$

2. Blaajernjord fra Hillentrop. . . . . . $(\dot{R})^5\underline{\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P}}$

3. Vivianit fra Bodenmais . . . . $(\dot{R})^5\underline{\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P}} + 5\underline{\dot{H}}$

4. Mullicit . . . . $(\dot{R})^5\underline{\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P}} + 5\underline{\dot{H}}$

5. Vivianit fra Isle de France . . . . $(\dot{R})^5\underline{\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P}} + 15\underline{\dot{H}}$

B. Kobber-Phosphater.

1. Libethenit . . . . $(\dot{R})^5\underline{\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P}}$

2. Phosphorochalcit . . . . $\dot{C}u^5\underline{\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P}} + 5\dot{H}$

3. Phosphorsuurt Kobber fra Ehl ved Rheinbreitenbach . . . . $3\dot{C}u^5\underline{\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P}} + 10\underline{\dot{H}}$

4. Phosphorsuurt Kobber fra Hirschberg $(\dot{R})^{15}\underline{\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P}}{}^2$

IV. Arseniater.

A. Jordarternes Arseniater.

Pikropharmakolith. . . . . $(\dot{R})^5\ \underline{\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{As}}$

B. Kobolt-Arseniater.

Koboltblomster . . . . $(\dot{R})^5\underline{\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{As}}$

C. Kobber-Arseniater.

1. Olivenit . . . . $(\dot{R})^5\underline{\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{As}}$

2. Euchroit . . . . $(\dot{R})^5\underline{\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{As}} + 5\underline{\dot{H}}$

3. Kobberskum . . . . $\dot{Cu}^5\underline{\overset{\cdot\cdot}{\dddot{As}}}+10\underline{\dot{H}}$

4. Erinit . . . . $3\dot{Cu}^5\underline{\overset{\cdot\cdot}{\dddot{As}}}+5\underline{\dot{H}}$

5. Kobberglimmer . . . . $2(\dot{R})^{10}\underline{\overset{\cdot\cdot}{\dddot{As}}}+15\underline{\dot{H}}$

6. Lindseerts . . . . $\dot{Cu}^{10}\underline{\overset{\cdot\cdot}{\dddot{As}}}+30\underline{\dot{H}}$

V. Sulphater.

1. Jernvitriol . . . . $(\dot{R})^3\dddot{S}+\underline{\dot{H}}$
2. Bittersalt . . . . $(\dot{R})^3\dddot{S}+\underline{\dot{H}}$
3. Zinkvitriol . . . . $(\dot{R})^3\dddot{S}+\underline{\dot{H}}$
4. Koboltvitriol . . . . $(\dot{R})^3\dddot{S}+\underline{\dot{H}}$
5. Kobbervitriol . . . . $(\dot{R})^3\dddot{S}+\underline{\dot{H}}$
6. Basisk Kobbervitriol . . . . . $(\dot{R})^6\dddot{S}+\underline{\dot{H}}$
7. Svovlsuur Leerjord . . . . $2(\dot{R})^3\dddot{S}+\underline{\dddot{Al}}\ \dddot{S}$
8. Alun . . . . $3(\dot{R})^3\dddot{S}+\underline{\dddot{Al}}\ \dddot{S}$
9. Alunsteen . . . . $(\dot{R})^3\dddot{S}+\underline{\dddot{Al}}^3\dddot{S}^2$

Anmærkning. Det maa vække Opmærksomhed, at i Formlerne for de anförte Vitrioler altid 1 Atom $\underline{\dot{H}}$ optræder som Krystalvand, medens 6 At. $\underline{\overset{:}{H}}=2(\overset{:}{R})$ som Baser ere forbundne med Svovlsyren. Dette stemmer meget godt overeens med Grahams bekjendte Iagttagelse, efter hvilken disse Salte ved Ophedning med betydelig större Lethed give Slip paa 6 Atomer Vand end paa det 7de, hvilket först ved en endnu mere forhöiet Temperatur lader sig uddrive. Graham kaldte dette Sidste basisk Vand, og det Förste Krystallisationsvand. Efter vor nu-

værende Betragtningsmaade maae disse Benævnelser omvendes. Vitriolerne ere efter denne *ikke* at betragte *som neutrale Sulphater* med 1 Atom basisk og 6 Atomer Krystallisations-Vand, men som *Trediedeels Sulphater*, i hvilke nöiagtig $\frac{2}{3}$ af Baserne erstattes ved $6\dot{\underline{H}} = 2(\dot{R})$ og i hvilke kun 1 Atom Vand optræder som Krystallisationsvand.

Sammenligner man samtlige her anförte Formler med dem, hvilke man forhen efter den ældre Anskuelse (ifölge hvilken alt Vand betragtedes som Hydratvand) har opstillet for de omhandlede Mineralier, saa viser det sig i Almindelighed, at disse nye Formler i Sammenligning med de ældre

1) ere simplere;

2) lade en betydelig större indbyrdes Symmetrie tilsyne; og

3) langt nöiagtigere stemmer overeens med den ved Analysen fundne Sammensætning.

Betræffende det förste Punkt vil jeg kun henlede Opmærksomheden paa, at blandt Andet næsten samtlige ældre Formler for Glimmerarterne og de glimmeragtige, som ogsaa for Serpentinerne og de serpentinagtige Mineralier have en mere eller mindre compliceret og usandsynlig Form. Som Exempler vil jeg her anföre nogle af disse ældre Formler, og stille de nye ved Siden af samme.

1. Formler for Serpentin og nogle serpentinagtige Mineralier.

	Ældre Formel.	Ny Formel.
Serpentin [1]	$2\dot{Mg}^3\dddot{Si}^2+3\dot{Mg}\underline{\dot{H}}^2$	$(\dot{R})^3\dddot{Si}$
Gymnit	$\dot{Mg}\dddot{Si}+\dot{Mg}\underline{\dot{H}}^3$	$(\dot{R})^3\dddot{Si}$
Villarsit	$4\left.\begin{matrix}\dot{Mg}^2\\ \dot{Fe}^3\end{matrix}\right\}\dddot{Si}+\underline{\dot{H}}$	$(\dot{R})^3\dddot{Si}$
Dermatin	$\dot{Mg}^2\dddot{Si}+4\underline{\dot{H}}$	$(\dot{R})^3\dddot{Si}$
Chrysotil	$3(\dot{Mg}^2\dddot{Si}+\underline{\dot{H}})+\dot{Mg}\underline{\dot{H}}^2$	$(\dot{R})^3\dddot{Si}$
Chlorophæit	$\dot{Fe}\dddot{Si}+6\underline{\dot{H}}$	$(\dot{R})^3\dddot{Si}$
Pikrophyll	$\left.\begin{matrix}\dot{Mg}^3\\ \dot{Fe}^3\end{matrix}\right\}\dddot{Si}+2\underline{\dot{H}}$	$(\dot{R})^2\dddot{Si}$
Aphrodit	$4\dot{Mg}^3\dddot{Si}^2+9\underline{\dot{H}}$	$(\dot{R})^2\dddot{Si}$
Spadait	$4\dot{Mg}\dddot{Si}+\dot{Mg}\underline{\dot{H}}^4$	$(\dot{R})^3\dddot{Si}^2$
Pikrosmin	$\dot{Mg}^3\dddot{Si}^2+\underline{\dot{H}}$	$(\dot{R})^3\dddot{Si}^2$
Monradit	$4\left.\begin{matrix}\dot{Mg}^3\\ \dot{Fe}^3\end{matrix}\right\}\dddot{Si}^2+3\underline{\dot{H}}$	$(\dot{R})^3\dddot{Si}^2$
Talk	$\dot{Mg}^6\dddot{Si}^5$	$(\dot{R})^3\dddot{Si}^2$
Meerskum	$\dot{Mg}\dddot{Si}+\underline{\dot{H}}$	$(\dot{R})^3\dddot{Si}^2$

2. Formler for nogle Glimmerarter.

	Ældre Formel.	Ny Formel.
Gl. f. Iviken	$2(\dot{R}\dddot{Si}^2+\underline{\dddot{R}}\dddot{Si}^3)+\underline{\dot{H}}$	$(\dot{R})\dddot{Si}^2+\underline{\dddot{R}}\dddot{Si}^3$
Gl. f. Bråttstad	$3\dot{R}\dddot{Si}^2+10\underline{\dddot{R}}\dddot{Si}^2+6\underline{\dot{H}}$	$(\dot{R})\dddot{Si}+2\underline{\dddot{R}}\dddot{Si}^2$

---

[1]) Den her anförte ældre Serpentin-Formel passer ialfald blot for Serpentinen af 13—14 Proc. Vandgehalt.

Gl. f. Broddbo $(\dot{R}\dddot{Si}+\underline{\dddot{R}}\dddot{Si}^2+2\underline{\dot{H}})+3\underline{\dddot{R}}\dddot{Si}$ . . $(\dot{R})\dddot{Si}+2\dddot{R}\dddot{Si}$

Gl. f. Rosendal $(2\dot{R}^3\dddot{Si}^2+\underline{\dddot{R}}\dddot{Si})+2(\dot{R}^3\dddot{Si}+\underline{\dddot{R}}\dddot{Si})$ $2(\dot{R})^2\dddot{Si}+\underline{\dddot{R}}\dddot{Si}$

Men især fortjener det at fremhæves, at ved Indförelsen af Vandet som basisk Bestanddeel fölgende betydelige Indskrænkning bliver bevirket i Henseende til Formlernes Antal. Idethele erholde nemlig:

7 Mineralier Serpentinens Formel,
8 . . . Augitens . . —
3 . . . Agalmatolithens —
4 . . . Granatens . . —
7 . . . Epidotens . . —
6 . . . Vivianitens fra Cornwall
4 . . . Vivianitens fra Bodenmais
o. s. v.

Herved lader sig altsaa Sammensætningen af 39 vandholdige Mineralier udtrykke ved 7 meget simple Formler!

Angaaende det andet Punkt, betræffende den större Symmetrie, som de nye Formler vise i Sammenligning med de Ældre, behöves vel neppe videre Bemærkninger.

Hvad endelig de nye Formlers nöiagtige Overeensstemmelse med de ved Analyserne fundne Resultater betræffer, saa erholdes disse meget tilfredsstillende ved de Beregninger, som jeg har vedföiet min berörte Opsats i Poggendorfs Annaler. Ikke sjelden saae man sig forhen nödt til enten at lade en Deel af Vandgehalten i et Mineral, ja endog dets hele Vandgehalt ude af Betragtning, eller ogsaa at antage samme höiere end Forsöget gav den, for at bringe den i Overeensstemmelse med en Formel, som dog hverken var simpel eller lod skue Forholde symmetriske med andre Mineraliers Formler. Endelig maa det ikke tabes af Öie, at for nogle Mineralier, som

t. Ex. for Schillerspathen, Vivianiten o. s. v., hvis Sammensætning nu lader sig udtrykke saa höist simpelt, efter den ældre Theorie egentlig aldeles ingen Formler lode sig opstille.

Som Hovedresultat af disse Undersögelser fremgaaer altsaa:

I. at 1 Atom Talkjord, Jernoxydul, Manganoxydul, Koboltoxydul, Nikkoloxydul og Zinkoxyd, hvert som isomorph kan erstattes ved 3 Atomer Vand, og

II. at 1 Atom Kobberoxyd paa samme Maade kan erstattes ved 2 Atomer Vand.

Til denne sidste Antagelse ledes man nemlig ved en Sammenligning af Kobbervitriolens chemiske Constitution med 10 andre naturlig forekommende Kobbersaltes. Ogsaa i dette Punkt maa jeg med Hensyn til Detaillerne henvise til min nævnte Opsats i Poggendorffs Annaler.

Ved dette Resultat begrundes en ny eiendommelig Art Isomorphie, hvilken man i Modsætning til den tidligere bekjendte (monomere) Isomorphie, kunde kalde den polymere Isomorphie. Det lader sig neppe betvivle, at Grændserne for samme senerehen endnu kunne udvides. Jeg bringer kun i den Henseende i Erindring hvad v. Bonsdorff har bemærket, at i Hornblendearterne synes $3\underline{\dddot{Al}}$ at være isomorphe med $2\dddot{Si}$, en Mening, som nu, da den ved analoge Exempler paa en polymer Erstattelse bliver understöttet, vinder meget i Sandsynlighed. Muligviis erstatte $\underline{\dddot{Al}}$ og $\underline{\dddot{Chr}}$ paa denne Maade i Schillerspathen en liden Deel Kiseljord.

At denne polymere Isomorphie ogsaa udenfor Mine-

ralriget spiller en Rolle, turde vel neppe være underkastet Tvivl. Min Tid tillader mig dog nu ikke at fortsætte denne Undersögelse ud over disse Grændser.

Ved Slutningen af denne Opsats maatte det være mig tilladt at tilföie nogle almindelige Bemærkninger, der angaae Gjenstande, som staae i Sammenhæng med de her Omhandlede.

1. *Bemærkninger angaaende Zeolitherne.*

Iblandt alle hidtil betragtede Mineralier befinder sig intet, som hörer til Zeolith-Slægten. Denne blandt de Övrige ved sin Vandgehalt udmærkede Mineralgruppe er nemlig paa en særdeles mærkværdig Maade *characteriseret ved den fuldkomne Mangel paa Talkjord og Jernoxydul, to Baser altsaa, hvilke fortrinsviis let og hyppigt erstattes ved Vand.* De i Zeolitherne hyppigst optrædende 1 og 1 atomige Baser ere Kalkjord og Kali, om hvilke det synes, at de i Almindelighed ikke kunne erstattes ved Vand. Forsöger man at betragte det i Zeolitherne indeholdte Vand ganske eller for en Deel som basisk, saa erholder man i de fleste Tilfælde enten meget usandsynlige Formler, eller dog saadanne, som ikke kunne gjöre Fordring paa at blive de Ældre foretrukne. Kun i nogle faa Tilfælde synes mig de erholdte Resultater, hvilke jeg vil meddele i det Fölgende, at have en mindre ugunstig Beskaffenhed.

1. Okenit.

Formel.	Kan forandres til
$Ca^3\,\dddot{Si}^4 + 6\underline{\dot{H}}$	$3\dot{Ca}\,\dddot{Si} + (\dot{R})\,\dddot{Si} + 3\underline{\dot{H}}$

2. Apophyllit.

Formel. Kan forandres til

$\dot{K}\dddot{Si} + 8\dot{Ca}\dddot{Si} + 16\underline{\dot{H}}$ . . . . . . $3\dot{R}^3\dddot{Si}^2 + 2(\dot{R})^3\dddot{Si}^2$

$\dot{R}$ indeholder herved $\dot{K}$ og $\dot{Ca}$, $(\dot{R})$ derimod kun $\underline{\dot{H}}$. Men efter denne Formel maatte Apophyllitens Vandgehalt udgjöre omtrent 18 Proc., medens baade Berzelius og Stromeyer kun fandt 16—17 Proc.

3. Analcim.

$\dot{Na}^3\dddot{Si}^2 + 3\underline{\dddot{Al}}\dddot{Si}^2 + 6\underline{\dot{H}}$ . . $3[\dot{Na}\dddot{Si} + \underline{\dddot{Al}}\dddot{Si}] + 2(\dot{R})\dddot{Si}$

Det i Klammerne indesluttede Led er Labrador-Formelen.

4. Harmotom.

$\dot{Ba}^3\dddot{Si}^2 + 4\underline{\dddot{Al}}\dddot{Si}^2 + 18\underline{\dot{H}}$ . . $\dot{Ba}^3\dddot{Si}^2 + 2[(\dot{R})^3\dddot{Si}^2 + 2\underline{\dddot{Al}}\dddot{Si}^2]$

Den indklamrede Deel er Formelen for Skapolithen, Amphodelithen o. s. v.

5. Epistilbit.

$\left.\begin{matrix}\dot{Ca}\\ \dot{Na}\end{matrix}\right\}\dddot{Si} + 3\underline{\dddot{Al}}\dddot{Si}^3 + 5\underline{\dot{H}}$ . . $\dot{Ca}^3\dddot{Si}^2 + 2[(\dot{R})^3\dddot{Si}^2 + 2\underline{\dddot{Al}}\dddot{Si}^2]$

Det Indklamrede er Weissitens Formel. Om det altsaa ved nogle Zeolither end ikke viser sig usandsynligt, at de indeholde basisk Vand, saa turde det dog være en charakteristisk Egenskab for *Zeolitherne i Almindelighed*, at det i dem forhaandenværende Vand er *virkeligt Krystallisationsvand*.

2. Bemærkninger angaaende visse Pseudomorphoser.

Et ikke ubetydeligt Antal Mineralier af den meest forskjelligartede chemiske og krystallographiske Beskaffen-

hed som Spinell, Granat, Augit, Feldspath, Turmalin, Glimmer o. s. v. findes som bekjendt tilsyneladende omvandlet til en Masse, som man efter dens ydre Kjendemærker snart har kaldt Specksteen, snart Serpentin. Men paa chemiske Undersögelser af disse specksteen- og serpentinagtige Masser mangler det endnu meget. Var ikke Aspasiolithen, som i höi Grad ligner Serpentinen, nöiere bleven undersögt af mig, saa havde Intet ligget nærmere end at holde hine Krystaller, der tildeels bestaae af Cordierit, tildeels af Aspasiolith, for Cordieritkrystaller, der tildeels vare omvandlede til Serpentin, og Antallet af hine eiendommelige Pseudomorphoser vilde derved endnu være blevet forögет med een. Da det nu endvidere er beviist, at Serpentinkrystallerne fra Snarum ere Intet mindre end Pseudomorphoser efter Olivin, saa kan den Slutning ikke synes forvoven, at vel ogsaa nogle andre af hine for Pseudomorphoser antagne serpentin- og specksteenagtige Masser ved nærmere Undersögelse vilde lede til et ganske analogt Resultat. I Spinellen, Granaten, Augiten o. s. v. kan letteligen en Deel af de 1 og 1 atomige Baser optræde erstattet ved Vand, og derved et Mineral af tilsvarende lige Krystalform, men af serpentin- eller specksteenagtig Beskaffenhed blive dannet. Saaledes have f. Ex. Meerskum og Spadait, to i flere Henseender Serpentinen og Specksteenen nærstaaende vandholdige Mineralier, Augitens Formel $\dot{R}^3\,\dddot{Si}^2$; paa samme Maade har Onkosinen Labradorens Formel, Pinguiten Granatens, Pyrargilliten Fahlunitens o. s. v.

At der forekomme virkelige Pseudomorphoser, i hvilke Talkjorden spiller en Rolle, vil jeg ingenlunde nægte. En Deel af Pseudomorphoserne er, som vi alle-

rede vide, fremstaaet paa den Maade, at kulsyreholdigt Vand ved langvarig fortsat Indvirkning paa Silicater berövede dem visse Bestanddele. Tillige kunde herved en Deel af de bortförte 1 og 1 atomige (med Talkjorden isomorphe) Baser blive substituerede ved Vand. En anden Gruppe af disse Pseudomorphoser synes derimod at være dannet ved at kulsyremættet Vand, som allerede havde optaget kulsuur Talkjord, afsatte Vand og Talkjord i et Mineral og bortförte visse Bestanddele deraf. Vandet, der isærdeleshed ved længe fortsat Indvirkning formaaer at indtrænge i saa mange Forbindelser, kunde herved have lettet den med sig isomorphe Talkjord Indgangen i disse Mineralier, og saa at sige have banet Veien for Samme.

Ogsaa er Oplösningen af den kulsure Talkjord i kulsyreholdigt Vand forskjellig fra den lignende Oplösning af kulsuur Kalk derved, at den, medens den Sidste reagerer suurt, besidder en alkalisk Reaction, og derfor maa have en langt kraftigere Virkning paa kiselrige Steenmasser, gjennem hvis Klöfter og Porer den vedholdende rinder. For en saadan Dannelse af Pseudomorphoser findes i Norge i Egnen om Arendal vigtige Beviser, hvilke jeg forbeholder mig ved en senere Leilighed nærmere at berörе.

3. Bemærkninger angaaende nogle petrographiske og geognostiske Forholde.

Naar vi henvende vor Opmærksomhed paa de for Glimmerarterne og de glimmeragtige Mineralier opstillede Formler, kan det ikke undgaae os, at i mange af dem de samme Led (f. Ex. $\dot{R}\dddot{Si}$, $\underline{\ddot{R}}\dddot{Si}^3$, $\underline{\dddot{R}}\dddot{Si}^2$ o. s. v.) forekomme paa samme Maade som i Formlerne for Feldspa-

therne. Herved antydes et vist Sammenhæng imellem begge tilsyneladende saa fjernt fra hinanden staaende Mineralgrupper, hvilket forklarer hvorfor de i de krystalliniske Urbjergarter saa overmaade hyppigt ledsage hinanden. Men meget charakteristisk ere de feldspathagtige Mineralier forskjellige fra Glimmerarterne og de glimmeragtige Mineralier derved, at de Förste aldrig have optaget Vand i deres Composition. Dette turde hidröre fra, at de i dem indeholdte 1 og 1 atomige Baser næsten kun bestaae af Alkalier, der formedelst deres stærkere basiske Egenskab maatte fortrænge Vandet, medens det af Glimmerarterne, som indeholde Talkjord og Jernoxydul, lettere blev optaget. — Formelen for Glimmeren fra Miask, Monroe og Karosulik og sikkert endnu mange andre Glimmerarter er Granatens. Heraf lader sig den Omstændighed forklare, at Granater saa hyppigt forekomme indvoxede i Glimmerskiferen.

Tilsidst kommer jeg tilbage til det allerede i Begyndelsen af denne Afhandling opkastede Spörgsmaal: hvorfor vel ikke, da dog Aspasiolith og Cordierit forekomme ved Siden af hinanden, ogsaa Serpentinen ledsages af Olivin?

At Vandet ligesaavel som enhver anden af de hidhenhörende Baser ved Aspasiolithens og Serpentinens og overhovedet ved alle i Urbjergmassen forekommende vandholdige Mineraliers Dannelse maa have været forhaanden, vil ikke let blive draget i Tvivl. Men hvorfor er nu Vandet saa totalt blevet optaget af Serpentinmassen, at end ikke nogen nok saa ringe Deel Olivin kunde opstaae, medens Cordieriten kun paa enkelte Steder optog Vand i sig, og derved blev til Aspasiolith? — For at oplöse dette Spörgsmaal maae vi först skue tilbage paa disse Mineraliers Formler:

Olivin	Cordierit
$\dot{R}^3\dddot{Si}$	$\dot{R}^3\dddot{Si} + 3\underline{\dddot{R}}\dddot{Si}$
Serpentin	Aspasiolith
$(\dot{R})^3\dddot{Si}$	$(\dot{R}^3)\dddot{Si} + 3\underline{\dddot{R}}\dddot{Si}$

I Olivinen ere tre Atomer Talkjord bundne til kun eet Atom Kiseljord, i Cordieriten er derimod den samme Mængde Talkjord bunden til to Atomer Kiseljord. Aabenbart er det nu lettere, at en Deel af Basen fortrænges af en Forbindelse af den förste Art (et Trediedeels Silicat) ved den anden Substants, end af en Forbindelse af den anden Art (et Totrediedeels Silicat). Saaledes maatte det allerede af denne Grund blive lettere for Vandet at skaffe sig Indgang i Olivinen, end i Cordieriten. Men at Vandet ved Serpentindannelsen virkelig har forhindret en Deel af Talkjorden fra i dets Sted at forbinde sig med Kiseljorden, fremgaaer med Vished deraf, at i Serpentinen fra Snarum et Mineral [1]) i stor Mængde forekommer indvoxet, som bestaaer af Talkjord-Aluminat og kulsuur Talkjord. Umuligt kan derfor ved Serpentindannelsen Talkjorden have manglet og Kiseljorden have optaget Vandet saa at sige kun af Nöd, men Vandet har paa Grund af dets basiske Egenskab virkelig fortrængt en Deel af Talkjorden, og derved gjort enhver Olivindannelse umulig. Denne Indflydelse synes nu Vandet aldeles ikke at have udövet paa den for Sammemere vanskeligt tilgjængelige Cordieritmasse, men af denne blev det hovedsagelig kun optaget der, hvor der var Mangel paa Talkjord.

---

[1]) Hydrotalkit.

At Talkjord har manglet eller dog idetmindste ikke var tilstede i noget Overskud bevises derved, at i Fölgeskab med de nævnte Mineralier hverken fri Talkjord eller noget med Talkjord overmættet Mineral optræder, hvilket med Lethed havde kunnet aftræde en Deel deraf. I Begyndelsen af deres Dannelse manglede det Cordieritkrystallerne ikke paa en med Talkjord mættet Cordieritmasse, men ved deres Forstörrelse maatte Vandet erstatte den manglende Talkjord. *Derfor bestaaer hovedsageligen disse Krystallers Kjærne af Cordierit, og den Overfladen nærmest liggende Deel af dem af Aspasiolith.*

Naar Olivin, som vi nys have seet, ved Tilstedeværelse af Vand *ikke kan opstaae*, og Serpentin til sin Fremkomst *fordrer* Vandets Tilstedeværelse, saa paatrænger sig den Slutning af sig selv: *at alle Bjergarter, i hvilke Olivin optræder, ved deres Fremstaaen intet Vand have kunnet indeholde, medens det i de, som före Serpentin, nödvendigviis maa have været forhaanden.* De Förste höre til de basaltiske Bjergarter, og de Sidste til de krystalliniske Urbjergarter.

De vandholdige Magnesia-Carbonaters chemiske Constitution med Hensyn til den polymere Isomorphie.

De forskjellige Forbindelser af Talkjord med Kulsyre og Vand ere som bekjendt forhen blevne bragte under fölgende Afdelinger: 1) Trefold vandholdig totrediedeel kulsuur Talkjord $= \dot{Mg}^3 \ddot{C}^2 + 3\underline{\dot{H}}$, 2) Firefold vandholdig trefjerdedeel kulsuur Talkjord $= \dot{Mg}^4 \ddot{C}^3 + 4\underline{\dot{H}}$

3) Femfold vandholdig firefemtedeel kulsuur Talkjord = $\dot{Mg}^5 \ddot{C}^4 + 5\,\underline{\dot{H}}$, 4) Trefold vandholdig enkelt kulsuur Talkjord = $\dot{Mg}\,\ddot{C} + 3\,\underline{\dot{H}}$, 5) Femfold vandholdig enkelt kulsuur Talkjord = $\dot{Mg}\,\dot{C} + 5\,\underline{\dot{H}}$ og 6) Magnesia alba, hvilken man betragtede som en Blanding af Flere af de nysnævnte Forbindelser, især deleshed af $\dot{Mg}^4 \ddot{C}^3 + 4\,\underline{\dot{H}}$. og $\dot{Mg}\ddot{C}+3\underline{\dot{H}}$. Men siden vi ere bleven vidende om, at Vandet i visse Tilfælde spiller en Bases Rolle, og det saaledes, at 1 At. $\dot{Mg}$ erstattes ved 3 Atomer $\underline{\dot{H}}$, maa det Spörgsmaal opstaae, om ikke de vandholdige Magnesia-Carbonaters chemiske Constitution, betragtet fra dette nye Synspunkt, erholder en væsentligen forandret Skikkelse. Ved en i dette Öiemed anstillet Efterforskning finder man, at de omtalte Forbindelser hovedsageligen lade sig dele i to Grupper:

Förste Gruppe.

	$\ddot{C}$	$\dot{Mg}$	$\underline{\dot{H}}$
1) Tref. vandh. $\frac{3}{4}$ kuls. T. eft. Fritsche	32,67	47,23	20,10
2) Magnesia alba, efter Kirwan . .	34	45	21
3) Magnesia alba, efter Klaproth .	33	40	27
4) Magnesia alba, efter Bucholz . .	32	33	35
5) Tref. vandh. 1 kuls. T. e. Soubeiran	31,50	29,58	38,29
6) Samme Forbindelse eft. Berzelius	31,5	29,6	38,9
7) Samme Forbindelse efter Bucholz	30	30	40

De relative Suurstofqvantiteter i disse syv Salte ere:

	$\ddot{C}$		$\dot{Mg}$		$\underline{\dot{H}}$
1)	23,73	:	18,28	:	17,87
2)	24,72	:	17,42	:	18,67
3)	23,99	:	15,48	:	24,03
4)	23,26	:	12,77	:	31,15

5) 22,90 : 11,45 : 34,60
6) 22,90 : 11,46 : 34,62
7) 21,81 : 11,61 : 35,56

Betragter man nu det hidtil for Krystallisationsvand ansecde Vand som basisk, saaledes at altsaa 1 At. $\dot{Mg}$ æqvivalerer med 1 At $\dot{\underline{H}}$, saa forandre sig de anförte Suurstof-Forholde paa den Maade, at Talkjordens Suurstof bliver formeret med den 3die Deel af Vandets, altsaa:

	$\ddot{C}$		$(\dot{Mg})$
1)	23,73	:	$(18,28 + \frac{1}{3} . 17,87) = 24,24$
2)	24,72	:	$(17,42 + \frac{1}{3} . 18,67) = 23,65$
3)	23,99	:	$(15,48 + \frac{1}{3} . 24,03) = 23,49$
4)	23,26	:	$(12,77 + \frac{1}{3} . 31,15) = 22,82$
5)	22,90	:	$(11,45 + \frac{1}{3} . 34,60) = 22,98$
6)	22,90	:	$(11,46 + \frac{1}{3} . 34,62) = 23,00$
7)	21,81	:	$(11,61 + \frac{1}{3} . 35,56) = 23,46$

Som Medium af disse 7 Suurstof-Forholde af $\ddot{C}$: M resulterer:

23,33 : 23,38

Syrens Suurstofgehalt er altsaa nöiagtigt lig Basens, og fölgelig kunne disse tilsyneladende saa forskjellig sammensatte Salte, hvis Talkjordgehalt varierer imellem 47,23 og 30 og Vandgehalten imellem 26,1 og 40 indbefattes under den fælles Formel:

$$(\dot{Mg})^2 \ddot{C}$$

og betegnes med det fælles Navn: Halv kulsuur Hydro-Magnesia. Med Hensyn til de Aarsager, der have bevirket, at en större eller ringere Deel $\dot{Mg}$ er bleven erstattet ved $(\dot{\underline{H}})$ d. e. $3\dot{\underline{H}}$, fortjener det at bemærkes, at det meest vandrige af hine Salte (med 40 Proc. $\dot{\underline{H}}$)

bliver fremstillet ved en lav Temperatur (omtrent imellem 0° og 10° C) det derimod, som er meest fattigt paa Vand (med 20,1 Procent $\dot{\underline{H}}$) dannes under Iagttagelse af egne Forsigtighedsregler ved Koghede. Heri ligger saaledes et Vink i Henseende til Muligheden af at fremstille ogsaa andre Magnesia-Salte med foranderlig Vandgehalt.

Anden Gruppe.

	$\ddot{C}$	$\dot{M}g$	$\dot{\underline{H}}$
1) Firefold vandh. $\frac{3}{4}$ kuls. T., efter Wachtmeister	37,66	43,39	18,95
2) Samme Forbindelse, e. Berzelius	35,70	44,58	19,72
3) Samme Forbindelse, e. Kobell .	36,13	44,12	19,75
2) Magnesia alba, e. Berzelius . .	36,47	43,16	20,37
5) Femfold vandh. $\frac{4}{5}$ kuls. T., efter Berzelius	36,4	43,2	20,4
6) Samme Forbindelse, e. Berzelius	36,5	42,8	20,7
7) Magnesia alba, e. Berzelius . .	37,00	42,24	20,76
8) Magnesia alba, e. Butini . . .	36	43	21
9) Femfold vandh. $\frac{4}{5}$ kuls. T., efter Fritzsche	36,22	42,10	21,68
10) Magnesia alba, e. Bucholz . .	35	42	23

Til disse Sammensætninger svare fölgende Suurstof-Proportioner:

	$\ddot{C}$	$\dot{M}g$	$\dot{\underline{H}}$
1)	27,38 :	16,80 :	16,85
2)	25,92 :	17,26 :	17,53
3)	26,27 :	17,08 :	17,56
4)	26,51 :	16,70 :	18,13
5)	26,46 :	16,72 :	18,13
6)	26,53 :	16,57 :	18,42

7) 26,90 : 16,35 : 18,48
8) 26,17 : 16,64 : 18,67
9) 26,33 : 16,29 : 19,30
10) 25,44 : 16,26 : 20,47

I Middel 26,39 : 16,67 : 18,35

Dette nærmer sig Formelen

$$\dot{Mg}^4 \ddot{C}^3 + 4\dot{\underline{H}}$$

efter hvilken Suurstof-Forholdet skulde være:

26,39 : 17,59 : 17,59.

Det synes, at Vandet i Magnesia-Carbonaterne med denne Sammensætning ikke optræder som basisk Bestanddeel, eller dog idetmindste kun i ringe Qvantitet; det Sidste turde maaskee i nogle af de sidst anförte 10 Salte være Tilfældet. Saaledes f. Ex. er i Saltet 9 Suurstof-Forholdet:

26,33 : 16,29 : 19,30

medens det skulde være:

26,33 : 17,56 : 17,56.

Muligviis ere derfor i Samme $17{,}56 \div 16{,}29 = 1{,}27\ \dot{Mg}$ erstattede ved $19{,}30 \div 17{,}56 = 1{,}74\ \dot{\underline{H}}$, hvilket nöiagtigt staaer i det Forhold, som hertil udfordres. Spörger man, hvoraf det kommer, at i den firefold vandholdige trefjerdedeel kulsure Talkjord lidet eller slet ingen Talkjord er erstattet ved basisk Vand, saa kan Besvarelsen deraf stöttes paa fölgende tvende Omstændigheder:

1) bleve de anförte 10 Salte samtlige fremstillede under Koghede;

2) maa det (af Grunde, som med Hensyn paa lignende Forholde imellem Aspasiolithen og Serpentinen tidligere ere angivne) aabenbart være vanskeligere for Vandet at forskaffe sig Indpas i et Trefjerdedeels-Car-

bonat end i et Halv-Carbonat som basisk Bestanddeel, og at fortrænge en Deel af Talkjorden deraf.

Foruden de forhen anförte 17 vandholdige Magnesia-Carbonater ere endnu 5 andre blevne analyserede, af hvilke dog det Ene her ikke kan komme i Betragtning, da det för den analytiske Undersögelse (ved Dalton) blev törret ved 100° C. De övrige Fire have fölgende Sammensætning:

	$\ddot{C}$	$\dot{Mg}$	$\underline{\dot{H}}$
1) Femfold vandh. 1 kuls. T., efter Fritzsche	25,39	23,70	50,91
2) Magnesia alba, e. Bergmann .	25	45	30
3) Magnesia alba, e. Berzelius . .	30,25	36,40	33,35
4) Magnesia alba, e. Fourcroy . .	48	40	12

De tilsvarende Suurstof-Proportioner ere:

	$\ddot{C}$		$\dot{Mg}$		$\underline{\dot{H}}$
1)	18,46	:	9,18	:	45,31
2)	16,87	:	17,42	:	26,89
3)	21,99	:	14,09	:	29,64
4)	34,89	:	15,48	:	10,68

og de Formler, som deraf udledes:

1) $(\dot{Mg})^2 \ddot{C} + 2 \underline{\dot{H}}$

2) $\dot{Mg}^2 \ddot{C} + 3 \underline{\dot{H}}$

3) $\dot{Mg}^4 \ddot{C}^3 + 8 \underline{\dot{H}}$

4) $3(\dot{Mg}) \ddot{C} + \underline{\dot{H}}$

Den virkelige Existents af det 2det og 4de Salt maa man vel indtil den ved nöiere Undersögelser bevises lade staae derhen. Med Sikkerhed resultere altsaa kun de to Forbindelser:

$$(\dot{Mg})^2\ddot{C}+2\dot{\underline{H}}$$
$$\dot{Mg}^4\ddot{C}^3+8\dot{\underline{H}}$$

hvis Suurstof-Forholde

fandtes			skulde være:		
$\ddot{C}$	$(\dot{Mg})$	$\dot{\underline{H}}$	$\ddot{C}$	$(\dot{Mg})$	$\dot{\underline{H}}$
18,46 :	18,46 :	17,47	18,46 :	18,46 :	18,46
	$\dot{Mg}$			$\dot{Mg}$	
21,99 :	14,09 :	29,64	21,99 :	14,66 :	29,32.

Forbindelsen $(\dot{Mg})^2\ddot{C}+2\dot{\underline{H}}$ erholdtes ved kold Fældning af Bittersalt ved kuls. Alkali ved Overskud af Bittersalt; Forbindelsen $\dot{Mg}^4\ddot{C}^3+8\dot{\underline{H}}$ ved Fordampning af en concentreret Oplösning af kulsuur Talkjord i vandholdig Kulsyre ved en Frysepunktet nærliggende Temperatur.

Som Hovedresultat af disse Betragtninger faaer man altsaa fölgende: Samtlige hidtil analyserede vandholdige Magnesia-Carbonater lade sig, betragtede fra den polymere Isomorphies Synspunkt, dele i tvende Grupper, nemlig i: 1) Halv kulsuur Hydro-Magnesia og 2) Firefold vandholdig trefjerdedeel kulsuur (Hydro-?) Magnesia. Under ganske særegne Omstændigheder, hvilke især deleshed synes at blive betingede ved en lav Temperatur, formaae Forbindelserne af den 1ste Gruppe at optage 2 Atomer, og de af den 2den endnu 4 Atomer Krystallisations- (eller dog idetmindste ikke basisk) Vand.

Tillæg.

Om Talkjordens Atomvægt.

De numeriske Resultater, som jeg erholdt ved Analysen af nogle Magnesia-Salte, ledede mig til den Formodning, at den for længere Tid siden af Berzelius fundne Værdie for Talkjordens Atomvægt, 258,14, maaskee turde være noget for stor. I denne Anledning foretog jeg en Række af Bestemmelser [1]), af hvilke fölgende Tal resulterede:

251,82
251,43
251,08
251,61
251,21
251,00
251,14

Efter Middeltal af disse 7 Værdier bliver Talkjordens Atomvægt lig

251,33.

Denne Reduction fra 258,14 til 251,33 er i sine Fölger ikke uvigtig for den polymere Isomorphie, da Suurstof-Proportionerne i Forbindelser, der indeholde en större Qvantitet (30—40 Proc. og mere) Talkjord herved ikke

---

[1]) Den herved benyttede Fremgangsmaade vil blive beskreven i et af de næstkommende Hefter af Poggendorffs Annaler.

ubetydeligen forandres. Jeg vil i denne Henseende her kun anföre, at t. Ex. Suurstof-Forholdene i Serpentinen, ifölge Middeltal af de forhen (S. 182) anförte Serpentin-Analyser forandres fra

	$\dddot{Si}$		$(\dot{R})$		$\dddot{Si}$		$(\dot{R})$
	21,39	:	20,62	til	21,39	:	21,09
eller	100	:	96,4		100	:	98,6

Ved Anvendelsen af den nye Atomvægt er altsaa den för mellem Kiselsyrens og Basernes (inclusive det basiske Vands) Suurstof-Gehalt stedfindende Differents af henimod $3\frac{1}{2}$ Proc. bleven formindsket til omtrent $1\frac{1}{2}$ Proc. Lignende större Tilnærmelser erholdes ligeledes ved andre talkjordige Forbindelser. Som Exempler paa, hvor nöiagtigen de, ved Indförelsen af Vandet som en med $\dot{M}g$, $\dot{F}e$, o. s. v. polymer-isomorph Base, beregnede Suurstof-Forholde ved disse Forbindelser stemme overeens med de ved Analysen fundne, kunne fölgende Mineralier tjene.

		$\dddot{Si}$		$(\dot{R})$	Formel
Pikrophyll	F.	25,87	:	16,70	. . . $(\dot{R})^2 \dddot{Si}$
	B.	25,50	:	17,00	
Aphrodit	F.	26,79	:	17,50	. . . $(\dot{R})^2 \dddot{Si}$
	B.	26,75	:	17,84	
Monradit	F.	29,09	:	15,75	. . . $(\dot{R})^3 \dddot{Si}^2$
	B.	30,00	:	15,00	
Talk f. Kl. B.	F.	30,24	:	14,87	. . . $(\dot{R})^3 \dddot{Si}^2$
	B.	30,00	:	15,00	
Talk f. St. Foix	F.	28,88	:	13,82	. . . $(\dot{R})^3 \dddot{Si}^2$
	B.	28,00	:	14,00	
Serpentinagt. Min.	F.	22,77	:	20,51	$2(\dot{R})^3 \dddot{Si} + (\dot{R})^2 \dddot{Si}$
(efter Schweizer)	B.	22,77	:	20,24	

		$\dddot{Si}$	$\underline{\ddot{R}}$	$(\dot{R})$	
Chlorit	F.	16,30 :	7,85 :	18,10	$2\,(\dot{R})\ \dddot{Si} + (\dot{R})\,\underline{\dddot{Al}}$
	B.	16,00 :	8,00 :	18,75	
Chloritskifer	F.	16,39 :	5,66 :	19,32	$3\,(\dot{R})^3\,\dddot{Si} + (\dot{R})\,\underline{\dddot{Al}}$
	B.	16,98 :	5,66 :	18,87	
Ripidolith	F.	13,67 :	8,99 :	16,47	$3\,(\dot{R})^3\,\dddot{Si} + 2(\dot{R})\,\underline{\dddot{Al}}$
	B.	13,50 :	9,00 :	16,50	

Ved de fleste af de för anförte Mineralier, som t. Ex. ved Glimmerarterne, ved de talrige Mineralier, der höre til samme Klasse som Cordierit og Aspasiolith o. s. v. blive Suurstof-Proportionerne saa godt som aldeles uforandrede.

Nyt Magazin

for Naturvidenskaberne.

5te Bind.

V.

Lovene for Lysets Forplantelse i isophane og eenaxig krystalliserede Legemer.

Af

O. I. Broch.

Capitel 4.

Lovene for Lysets Forplantelse i circularpolariserende isophane Legemer.

§ 1.

Theorie for Lysets Forplantelse i circularpolariserende isophane Legemer.

Vi have hidtil blandt de isophane Legemer kun betragtet dem, ved hvilke de enkelte transversale Bevægelser alle forplante sig med den samme Hurtighed. Idet vi have forudsat, at Molekylarkræfterne kun ere Funktioner af Afstanden, og at Molekylernes Form er uden Indflydelse, have

vi fundet, at dette nödvendigt maatte være Tilfældet. Der findes imidlertid isophane Legemer, i hvilke de enkelte transversale Bevægelser forplante sig med en forskjellig Hurtighed, saaledes at de to i modsat Retning circularpolariserede Straaler, hvoraf enhver retliniet polariseret Straale kan tænkes sammensat forplante sig med ulige Hurtighed. Saadanne isophane Legemer blive derfor kaldte circularpolariserende. De ere först opdagede af Biot. Saadanne ere Terpentinolie og dens Dampe, Kampfer i ukrystallinisk Tilstand, Citronolie o. fl. a.

Den physiske Aarsag til disse Phænomener kjendes endnu ikke. Derimod er en Form af Differentialligningerne for de uendelig smaae Bevægelser i eet System af Molekyler, som svarer til disse Phænomener, först opstillet af Mac-Cullagh og siden af Cauchy. Da det er rimeligst at antage, at Etherens Molekylarkræfter ere de samme i alle Legemer, vil jeg her udvide Ideen om disse Ligninger, som kun have Hensyn til eet System af Molekyler, nemlig Etheren, til to Systemer af Molekyler. Der er altsaa tilbage endnu at bestemme den Virkningsmaade for det circularpolariserende Legemes Molekylarkræfter eller sandsynligere den Figur af disse Molekyler, der vilde give Differentialligningerne for de uendelig smaae Bevægelser denne Form, medens Etherens Molekylarkræfter kunne antages at virke paa samme Maade som i andre ikke circularpolariserende Legemer og Ethermolekylernes Figur at være uden Indflydelse.

Disse Differentialligninger for de uendelig smaae Bevægelser af to Systemer af Molekyler, der svare til de Phænomener, som finde Sted ved de circularpolariserende Legemer, ere:

$$(E-d_t^2)\xi+Fd_x D+E_{,}\xi'+F_{,}d_x D'=K_{,}(d_y\zeta'-d_z\eta'),$$
$$(E-d_t^2)\eta+Fd_y D+E_{,}\eta'+F_{,}d_y D'=K_{,}(d_z\xi'-d_x\zeta'),$$
$$(E-d_t^2)\zeta+Fd_z D+E_{,}\zeta'+F_{,}d_z D'=K_{,}(d_x\eta'-d_y\xi'),$$
$$(391)\quad {}_{,}E\xi+{}_{,}Fd_x D+(E_{,,}-d_t^2)\xi'+F_{,,}d_x D'=K_{,,}(d_y\zeta'-d_z\eta'),$$
$${}_{,}E\eta+{}_{,}Fd_y D+(E_{,,}-d_t^2)\eta'+F_{,,}d_y D'=K_{,,}(d_z\xi'-d_x\zeta'),$$
$${}_{,}E\zeta+{}_{,}Fd_z D+(E_{,,}-d_t^2)\zeta'+F_{,,}d_z D'=K_{,,}(d_x\eta'-d_y\xi'),$$

hvor for Kortheds Skyld:

$$(209)\quad D=d_x\xi+d_y\eta+d_z\zeta,\quad D'=d_x\xi'+d_y\eta'+d_z\xi',$$

og E, $E_{,}$ . . . F, $F_{,}$, . . . K, $K_{,}$, . . . betegne karakteristiske Funktioner af $d_x^2+d_y^2+d_z^2$. Sættes $K_{,}$ og $K_{,,}$ lig Nul, ville disse Ligninger falde sammen med Ligningerne (208). De partikulære Integraler af Ligningerne (391), som fremstille den enkelte Bevægelse af Molekylerne, ere:

$$\xi=A\,e^{ux+vy+wz-st},\quad \eta=B\,e^{ux+vy+wz-st},$$
$$((141))\quad \xi'=A'e^{ux+vy+wz-st},\quad \eta'=B'e^{ux+vy+wz-st},$$
$$\zeta=C\,e^{ux+vy+wz-st},$$
$$\zeta'=C'e^{ux+vy+wz-st},$$

hvor s, A, B, C, A', B', C' maa tilfredsstille fölgende Ligninger:

$$(\mathfrak{E}-s^2)A+\mathfrak{F}u(uA+vB+wC)+$$
$$+\mathfrak{E}_{,}A'+\mathfrak{F}_{,}u(uA'+vB'+wC')=\mathfrak{K}_{,}(vC'-wB'),$$
$$(\mathfrak{E}-s^2)B+\mathfrak{F}v(uA+vB+wC)+$$
$$+\mathfrak{E}_{,}B'+\mathfrak{F}_{,}v(uA'+vB'+wC')=\mathfrak{K}_{,}(wA'-uC'),$$
$$(\mathfrak{E}-s^2)C+\mathfrak{F}w(uA+vB+wC)+$$
$$+\mathfrak{E}_{,}C'+\mathfrak{F}_{,}w(uA'+vB'+wC')=\mathfrak{K}_{,}(uB'-vA'),$$
$$(392)\quad {}_{,}\mathfrak{E}A+{}_{,}\mathfrak{F}u(uA+vC+wC)+$$
$$+(\mathfrak{E}_{,,}-s^2)A'+\mathfrak{F}_{,,}u(uA'+vB'+wC')=\mathfrak{K}_{,,}(vC'-wB'),$$
$${}_{,}\mathfrak{E}B+{}_{,}\mathfrak{F}v(uA+vB+wC)+$$

$$+(\mathfrak{E}_{\prime\prime}-s^2)A'+\mathfrak{F}_{\prime\prime}v(uA'+vB'+wC')=\mathfrak{K}_{\prime\prime}(wA'-uC'),$$
$$,\mathfrak{E}C+,\mathfrak{F}w(uA+vB+wC)+$$
$$+(\mathfrak{E}_{\prime\prime}-s^2)C'+\mathfrak{F}_{\prime\prime}w(uA'+vB'+wC')=\mathfrak{K}_{\prime\prime}(uB'-vA'),$$

hvor $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{E}_{\prime}$, . . . $\mathfrak{F}$, $\mathfrak{F}_{\prime}$, . . . $\mathfrak{K}$, $\mathfrak{K}_{\prime}$, $,\mathfrak{K}$, $\mathfrak{K}_{\prime\prime}$ betegne de Störrelser, som man erholder ved at substituere Störrelserne u, v, w for Tegnene d_x, d_y, d_z i de karakteristiske Funktioner E, $E_{\prime}$, . . . F, $F_{\prime}$, . . . K, $K_{\prime}$, $,K$, $K_{\prime\prime}$.

Da Udvidelsen i det andet System af Molekyler er lig Nul, saa har man:

$$uA'+vB'+wC'=o,$$

og, naar man kun betragter de transversale Bevægelser i det förste System af Molekyler, ligeledes:

$$uA+vB+wC=o.$$

Ligningerne (392) blive da:

$$(393)\quad \begin{cases} (\mathfrak{E}-s^2)A+\mathfrak{E}_{\prime}A'=\mathfrak{K}_{\prime}(vC'-wB'), \\ (\mathfrak{E}-s^2)B+\mathfrak{E}_{\prime}B'=\mathfrak{K}_{\prime}(wA'-uC'), \\ (\mathfrak{E}-s^2)C+\mathfrak{E}_{\prime}C'=\mathfrak{K}_{\prime}(uB'-vA'), \\ ,\mathfrak{E}A+(\mathfrak{E}_{\prime\prime}-s^2)A'=\mathfrak{K}_{\prime\prime}(vC'-wB'), \\ ,\mathfrak{E}B+(\mathfrak{E}_{\prime\prime}-s^2)B'=\mathfrak{K}_{\prime\prime}(wA'-uC'), \\ ,\mathfrak{E}C+(\mathfrak{E}_{\prime\prime}-s^2)C'=\mathfrak{K}_{\prime\prime}(uB'-vA'). \end{cases}$$

Eliminerer man mellem disse Ligninger Störrelserne A, B, C, A', B', C', saa erholder man:

$$(394)\quad \begin{cases} [(\mathfrak{E}-s^2)(\mathfrak{E}_{\prime\prime}-s^2)-\mathfrak{E}_{\prime}\,.\,,\mathfrak{E}]^2= \\ -[(\mathfrak{E}-s^2)\mathfrak{K}_{\prime\prime}-,\mathfrak{E}\mathfrak{K}_{\prime}]^2(u^2+v^2+w^2), \end{cases}$$

ved hvilken Ligning s bliver bestemt. Ved Elimination af Störrelserne A, B, C erholder man Ligningerne:

$$(395)\quad \begin{cases} [(\mathfrak{E}-s^2)(\mathfrak{E}_{\prime\prime}-s^2)-\mathfrak{E}_{\prime}\,.\,,\mathfrak{E}]A'= \\ =[(\mathfrak{E}-s^2)\mathfrak{K}_{\prime\prime}-,\mathfrak{E}\mathfrak{K}_{\prime}](vC'-wB'), \\ [(\mathfrak{E}-s^2)(\mathfrak{E}_{\prime\prime}-s^2)-\mathfrak{E}_{\prime}\,.\,,\mathfrak{E}]B'= \\ =[(\mathfrak{E}-s^2)\mathfrak{K}_{\prime\prime}-,\mathfrak{E}\mathfrak{K}_{\prime}](wA'-uC'), \\ [(\mathfrak{E}-s^2)(\mathfrak{E}_{\prime\prime}-s^2)-\mathfrak{E}_{\prime}\,.\,,\mathfrak{E}]C'= \\ =[(\mathfrak{E}-s^2)\mathfrak{K}_{\prime\prime}-,\mathfrak{E}\mathfrak{K}_{\prime}](uB'-vA'). \end{cases}$$

Multiplicerer man disse Ligninger respective med Störrelserne A', B', C' og adderer, saa erholder man, naar $\mathfrak{K}_{,}$ og $\mathfrak{K}_{,,}$ ikke begge ere lig Nul:

$$A'^2 + B'^2 + C'^2 = o. \tag{396}$$

Af Ligningerne (393) og (394) erholder man videre:

$$\frac{A}{A'} = \frac{\mathfrak{K}_{,}[(\mathfrak{E}-s^2)(\mathfrak{E}_{,,}-s^2)-\mathfrak{E}_{,,}\,{}_{,}\mathfrak{E}]-\mathfrak{E}_{,}[(\mathfrak{E}-s^2)\mathfrak{K}_{,,}-{}_{,}\mathfrak{E}\mathfrak{K}_{,}]}{(\mathfrak{E}-s^2)[(\mathfrak{E}-s^2)\mathfrak{K}_{,,}-{}_{,}\mathfrak{E}\mathfrak{K}_{,}]} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'}, \tag{397}$$

og fölgelig:

$$A^2 + B^2 + C^2 = o, \tag{398}$$

$$AA' + BB' + CC' = o. \tag{399}$$

Ere Systemerne ganske isophane, saa kan man sætte:

$$u = u\sqrt{-1},\quad v = v\sqrt{-1},\quad w = w\sqrt{-1},\quad s = s\sqrt{-1},$$

$$((153))\quad A = a\,e^{\lambda\sqrt{-1}},\quad B = b\,e^{\mu\sqrt{-1}},\quad C = c\,e^{\nu\sqrt{-1}},$$

$$A' = a'e^{\lambda'\sqrt{-1}},\quad B' = b'e^{\mu'\sqrt{-1}},\quad C' = c'e^{\nu'\sqrt{-1}},$$

og endvidere for Kortheds Skyld:

$$((169))\quad u^2 + v^2 + w^2 = k^2,\quad ((154))\quad ux + vy + wz = \rho,$$

$$((198))\quad r = \frac{\rho}{k}.$$

De reelle Dele af ξ, η, ζ, ξ', η', ζ', hvilke endnu tilfredsstille Differentialligninger (391), blive da:

$$\begin{aligned}
\xi &= a\cos(kr - st + \lambda),\\
\eta &= b\cos(kr - st + \mu),\\
\zeta &= c\cos(kr - st + \nu),\\
\xi' &= a'\cos(kr - st + \lambda'),\\
\eta' &= b'\cos(kr - st + \mu'),\\
\zeta' &= c'\cos(kr - st + \nu').
\end{aligned} \tag{235}$$

Ligningerne (398) og (396) give da:

$$\begin{aligned}
&a^2\cos[2(kr - st + \lambda)] + b^2\cos[2(kr - st + \mu)] +\\
&\quad + c^2\cos[2(kr - st + \nu)] = o,\\
&a'^2\cos[2(kr - st + \lambda')] + b'^2\cos[2(kr - st + \mu')] +\\
&\quad + c'^2\cos[2(kr - st + \nu')] = o,
\end{aligned} \tag{400}$$

og heraf erholder man videre:

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = \tfrac{1}{2}\,(a^2 + b^2 + c^2),$$
(401)
$$\xi' + \eta'^2 + \zeta'^2 = \tfrac{1}{2}\,(a'^2 + b'^2 + c'^2).$$

Af disse sidste Ligninger og af Ligningerne:

$$u\xi + v\eta + w\zeta = o,$$
$$u\xi' + v\eta' + w\zeta = o,$$

fölger, at Molekylerne i ethvert System bevæge sig i Cirkler, hvis Planer falde sammen med Bölgeplanet og hvis Radier ere respective lig $\sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2}{2}}$ og $\sqrt{\frac{a'^2+b'^2+c'^2}{2}}$.

Ligningerne (394) give nu:

(402) $(s^2 + \mathfrak{E})(s^2 + \mathfrak{E}_{,,}) - \mathfrak{E}_{,}.{}_{,}\mathfrak{E} = \pm [(s^2 + \mathfrak{E})\mathfrak{K}_{,,} - {}_{,}\mathfrak{E}\mathfrak{K}_{,}]\,k.$

Ligningerne (393) og (395) give videre:

$$\frac{vC' - wB'}{A'} = \frac{wA' - uC'}{B'} = \frac{uB' - vA'}{C'} = \mp k\sqrt{-1},$$

og fölgelig:

$$\frac{B'}{A'} = -\frac{uv + wk\sqrt{-1}}{v^2 + w^2},\quad \frac{C'}{A'} = -\frac{uw \pm vk\sqrt{-1}}{v^2 + w^2},$$

$$\frac{A}{A'} = \frac{\pm \mathfrak{K}_{,}k - \mathfrak{E}_{,}}{\mathfrak{E} + s^2},\quad \frac{B}{A'} = -\frac{\pm \mathfrak{K}_{,}k - \mathfrak{E}_{,}}{\mathfrak{E} + s^2} \cdot \frac{uv + wk\sqrt{-1}}{v^2 + w^2},$$

$$\frac{C}{A'} = -\frac{\pm \mathfrak{K}_{,}k - \mathfrak{E}_{,}}{\mathfrak{E} + s^2} \cdot \frac{uw \pm vk\sqrt{-1}}{v^2 + w^2}.$$

Projicerer man den af Radius vector til en Molekyl i det förste System beskrevne Cirkel paa (y, z) Planet, saa bliver denne Projections Differential med Hensyn til Tiden t (see 5te Bind af Doves Repertorium pag. 147):

$$\tfrac{1}{2}\,(\zeta\, d_t \eta - \eta\, d_t \zeta) = \tfrac{1}{2}\, sbc \,.\, \sin\,(\mu - \nu),$$

og Bevægelsen af denne Radius i (y, z) Planet bliver fölgelig direkte eller retrograd, eftersom $\sin\,(\mu - \nu)$ er positiv eller negativ. Men nu er:

$$\frac{B}{C} = \frac{b}{c}\, e^{(\mu - \nu)\sqrt{-1}} = -\frac{vw + uk\sqrt{-1}}{u^2 + v^2};$$

fölgelig:

$$\sin(\mu - \nu) = \mp \frac{c}{b} \cdot \frac{uk}{u^2 + v^2}.$$

Hvis man fölgelig i Ligningen (402) paa höire Side af Lighedstegnet antager Tegnet $+$, finder man Forplantelseshurtigheden af den circularpolariserede Straale, hvis Bevægelse, projiceret paa (y z) Planet, er en retrograd; antager man derimod Tegnet $\div$, erholder man Forplantelseshurtigheden af en anden circularpolariseret Straale, hvis Bevægelse, projiceret paa (y z) Planet, er en direkte. Tager man x Axen i Straalens Retning, saa bevæge i förste Tilfælde Molekylerne sig fra den positive y til den positive z Axe, i andet Tilfælde fra den positive z til den positive y Axe; eller, hvis y Axen antages positiv til höire Side af Kordinaternes Begyndelsespunkt og z Axen positiv over Begyndelsespunktet, saa findes Hurtigheden af den circularpolariserede Straale, hvori Bevægelsen skeer fra Venstre til Höire, ved i Ligningen (402) at antage det överste Tegn $+$, og Hurtigheden af den circularpolariserede Straale, hvori Bevægelsen skeer fra Höire til Venstre, ved at antage det nederste Fortegn $\div$.

Naar en linearpolariseret Straale falder lodret paa et af to parallele Planer begrændset circularpolariserende isophant Legeme, saa ville de to i modsat Retning circularpolariserede Straaler, hvoraf vi kunne tænke den sammensat, forplante sig med forskjellig Hurtighed og ved deres Udgang af Legemet, naar de atter sammensættes, danne en linearpolariseret Straale, hvis Polarisationsplan vil danne en Vinkel med den indfaldende Straales Polarisationsplan. Denne Vinkel δ kaldes Rotationsvinkelen.

Betegnes ved χ den Vinkel, som den indfaldende Straales Polarisationsplan danner med y Axen, naar Straalen tænkes kommende i Retningen af x Axen, saa er:

$$\eta = b \cos (kr - st + \lambda)$$
$$\zeta = c \cos (kr - st + \lambda),$$

hvor:

$$b = 2p \cos \chi,$$
$$c = 2p \sin \chi.$$

Denne linearpolariserede Straale kan nu deles i to i modsatte Retninger circularpolariserede Straaler. Man har nemlig, naar man indsætter Værdierne af b og c:

$$\eta = p \cos (kr - st + \lambda - \chi) + p \cos (kr - st + \lambda + \chi),$$
$$\zeta = - p \sin (kr - st + \lambda - \chi) + p \sin (kr - st + \lambda + \chi).$$

Forrykningerne i den förste circularpolariserede Straale ere fölgelig:

$$(403) \quad \begin{cases} \eta = p \cos (kr - st + \lambda - \chi) = p \cos \left\{ 2\pi \left(\frac{\varphi}{l} - \frac{t}{T} \right) \right\}, \\ \zeta = - p \sin (kr - st + \lambda - \chi) = - p \sin \left\{ 2\pi \left(\frac{\varphi}{l} - \frac{t}{T} \right) \right\}; \end{cases}$$

og i den anden:

$$(404) \quad \begin{cases} \eta = p \cos (kr - st + \lambda + \chi) = p \cos \left\{ 2\pi \left(\frac{\varphi + \frac{l\chi}{\pi}}{l} - \frac{t}{T} \right) \right\}, \\ \zeta = p \sin (kr - st + \lambda + \chi) = p \sin \left\{ 2\pi \left(\frac{\varphi + \frac{l\chi}{\pi}}{l} - \frac{t}{T} \right) \right\}, \end{cases}$$

hvor: $\varphi = \frac{kr + \lambda - \chi}{k}$, $k = \frac{2\pi}{l}$.

Naar y Axen regnes positiv til höire Side af Begyndelsespunktet og z Axen positiv over samme, saa dreier den förste af disse Straaler til Venstre, den anden til Höire. Radien i de beskrevne Cirkler er p. Betegner man ved Ω_1 den förste Straales Hurtighed og ved Ω_2 den anden Straales Hurtighed, saa er Ω_1 bestemt ved Ligningen (402), naar i samme paa höire Side af Lighedstegnet vælges Fortegnet $\div$, Ω_2 ved i samme Ligning at vælge Fortegnet $+$. Betegnes ved Θ Afstanden mellem de to parallele

begrændsende Planer, lodret paa hvilke Straalen bevæger sig, saa vil den förste Straale gjennemlöbe Legemet i Tiden $\frac{\Theta}{\Omega_1}$, den anden i Tiden $\frac{\Theta}{\Omega_2}$. Den förste Straale vil fölgelig træde ud af Legemet om Tiden $\frac{\Theta}{\Omega_1}-\frac{\Theta}{\Omega_2}=\delta$ sildigere end den anden. I dette Tidsrum δ vil den anden Straale bevæge sig i Luften et Stykke δO, naar man ved O betegner Lysets Hurtighed i Luften. Efter Tiden $\frac{\Theta}{\Omega_1}$ blive fölgelig Forrykningerne i den förste Straale:

$$(405)\quad \begin{aligned} \eta &= p' \cos\left\{2\pi\left(\frac{\varphi-\Theta}{l}-\frac{t}{T}\right)\right\}, \\ \zeta &= -p' \sin\left\{2\pi\left(\frac{\varphi-\Theta}{l}-\frac{t}{T}\right)\right\}, \end{aligned}$$

og i den anden Straale:

$$(406)\quad \begin{aligned} \eta &= p' \cos\left\{2\pi\left(\frac{\varphi+\frac{l\chi}{\pi}-\Theta-\delta O}{l}-\frac{t}{T}\right)\right\}, \\ \zeta &= p' \sin\left\{2\pi\left(\frac{\varphi+\frac{l\chi}{\pi}-\Theta-\delta O}{l}-\frac{t}{T}\right)\right\}. \end{aligned}$$

Disse to i modsat Retning circularpolariserede Straaler kunne nu atter sammensættes til een linearpolariseret, hvis Polarisationsplan vil danne Vinkelen $\chi-\frac{\delta\pi O}{l}$ med y Axen. Straalens Polarisationsplan er fölgelig dreiet om en Vinkel $\frac{\delta\pi O}{l}$, og hvis δ er positiv, det er, hvis den til Höire dreiende circularpolariserede Straale bevæger sig hurtigst, finder Polarisationsplanets Rotation Sted til Höire; hvis δ er negativ, det er, hvis den til Venstre circularpolariserede Straale bevæger sig hurtigst, dreies Polarisationsplanet ogsaa til Venstre. Rotationsvinkelen er:

(407) $$\rho = \frac{\pi \delta O}{l}.$$

Antager man $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{E}_{,,}$, $_{,}\mathfrak{E}$, $\mathfrak{E}_{,,}$ at være af samme Form som ved de sædvanlige isophane Legemer, hvis Theorie er udviklet i Cap. 1, saa bliver Ligningen (402):

(408) $$s^4 - \alpha s^2 k^2 + \beta s^2 + \gamma - \delta k^2 + \lambda k^4 = \pm [(s^2 + \mathfrak{E})\mathfrak{K}_{,,} - {}_{,}\mathfrak{E}\mathfrak{K}_{,}] k,$$

hvoraf findes:

(409) $$\begin{aligned} \Omega_1^2 &= \alpha + \frac{(\delta - \alpha\beta)s^2 - \alpha\gamma}{s^4 + \beta s^2 + \gamma} - \frac{\lambda s^2}{\alpha s^2 + \delta} - \frac{[(s^2 + \mathfrak{E})\mathfrak{K}_{,,} - {}_{,}\mathfrak{E}\mathfrak{K}_{,}] s^2}{k(s^4 + \beta s^2 + \gamma)}, \\ \Omega_2^2 &= \alpha + \frac{(\delta - \alpha\beta)s^2 - \alpha\gamma}{s^4 + \beta s^2 + \gamma} - \frac{\lambda s^2}{\alpha s^2 + \delta} + \frac{[(s^2 + \mathfrak{E})\mathfrak{K}_{,,} - {}_{,}\mathfrak{E}\mathfrak{K}_{,}] s^2}{k(s^4 + \beta s^2 + \gamma)}. \end{aligned}$$

Sætter man for Korthcds Skyld:

(410) $$a^2 = \alpha + \frac{(\delta - \alpha\beta)\, s^2 - \alpha\gamma}{s^4 + \beta s^2 + \gamma} - \frac{\lambda s^4}{\alpha s^2 + \delta},$$

saa findes, naar bemærkes, at a stedse er meget stor med Hensyn til Udtrykket $\frac{[(s^2 + \mathfrak{E})\mathfrak{K}_{,,} - {}_{,}\mathfrak{E}\mathfrak{K}_{,}]}{k(s^4 + \beta s^2 + \gamma)}$:

(411) $$\begin{aligned} \Omega_1 &= a - \frac{[(s^2 + \mathfrak{E})\mathfrak{K}_{,,} - {}_{,}\mathfrak{E}\mathfrak{K}_{,}] s^2}{2\, ak\, (s^4 + \beta s^2 + \gamma)}, \\ \Omega_2 &= a + \frac{[(s^2 + \mathfrak{E})\mathfrak{K}_{,,} - {}_{,}\mathfrak{E}\mathfrak{K}_{,}] s^2}{2\, ak\, (s^4 + \beta s^2 + \gamma)}, \end{aligned}$$

og heraf:

(412) $$\delta = \frac{\Theta}{\Omega_1} - \frac{\Theta}{\Omega_2} = \frac{\Theta[(s^2 + \mathfrak{E})\, \mathfrak{K}_{,,} - {}_{,}\mathfrak{E}\mathfrak{K}_{,}]\, s^2}{a^3 k\, (s^4 + \beta s^4 + \gamma)}.$$

Nu er $k = \frac{s}{a} = \frac{2\pi O}{al}$, fölgelig bliver:

(413) $$\rho = \frac{\pi \delta O}{l} = \frac{\Theta[(s^2 + \mathfrak{E})\, \mathfrak{K}_{,,} - {}_{,}\mathfrak{E}\mathfrak{K}_{,}] s^2}{2a^2\, (s^4 + \beta s^2 + \gamma)}.$$

Observationer over Værdien af Rotationsvinkelen for de forskjellige Straaler have viist, at den er ligefrem proportional med Θ og tilnærmelsesviis omvendt proportional med Qvadratet af Bölgelængden, eller, hvilket er

det samme, ligefrem proportional med Qvadratet af k. Man maa altsaa antage:

(413) $$\mathfrak{K}_{,} = \mathfrak{f}_{,}k^2, \quad \mathfrak{K}_{,,} = \mathfrak{f}_{,,}k^2,$$

og fölgelig, at Udtrykket

$$\frac{[(\mathfrak{G} + s^2)\,\mathfrak{f}_{,,} - {}_{,}\mathfrak{G}\mathfrak{f}_{,}]s^2}{s^4 + \beta s^2 + \gamma}$$

kun forandrer sig lidet med Farven, det er, for de forskjellige Værdier af s. Man har da:

(414) $$\rho = \frac{2\Theta\pi^2 CO^2}{a^4 l^2},$$

naar man for Kortheds Skyld sætter:

(415) $$C = \frac{[(\mathfrak{G} + s^2)\,\mathfrak{f}_{,,} - {}_{,}\mathfrak{G}\mathfrak{f}_{,}]s^2}{s^4 + \beta s^2 + \gamma}.$$

Hvis C er positiv, dreies Polarisationsplanet til Höire, hvis C er negativ, til Venstre.

Naar man ikke tager Hensyn til Lysets Dispersion og fölgelig anseer a som uafhængig af Farven og tillige anseer C som konstant, saa vil ifölge Formelen (414) Rotationsvinklerne for de forskjellige Farver staae i et for alle Legemer konstant Forhold til hinanden. Dette bekræftes ogsaa tilnærmelsesviis af Erfaringen, undtagen ved et Legeme, Acidum tartaricum i flydende Tilstand, hvilket ved dette Legeme muligen kan være grundet deri, at Störrelsen C forandrer sig mærkelig med Farven. Da imidlertid Iagttagelserne ved dette Legeme endnu ikke ere tilstrækkeligen bestemte, kan man herover endnu ikke fremstille nogen Hypothese [1]).

[1]) Ifölge Mitcherlich finder ingen Rotation Sted ved en Oplösning af Acidum paratartaricum, uagtet dennes chemiske Sammensætning, Krystalform, specifike Vægt, Dobbeltbrydning og Beliggenheden af dens optiske Axer, er nöiagtig den samme som ved Acidum tartaricum.

§ 2.

Bestemmelsen af den roterende Molekylarkraft og dens Anvendelse ved Bestemmelsen af den i en Oplösning indeholdte Qvantitet af et circularpolariserende Legeme [1]).

Naar et Fluidum, som besidder den roterende Egenskab, blandes med et andet Fluidum, som mangler denne roterende Egenskab og som ikke indvirker chemisk paa det förste Fluidum og fölgelig kun tjener som Fortyndelsesmiddel, saa bliver ved samme Længde af Rörene, hvori Fluiderne observeres, Rotationsvinkelen proportional med det roterende Fluidums Blandingsforhold.

Man betegner ved Udtrykket: et Legemes roterende Molekylarkraft, den Vinkel, om hvilken Legemet dreier den röde Straale C i Solspectret, naar Rörets Længde er 1 Længdeenhed, f. Ex. 1 Millimeter, og Afstanden mellem Molekylerne saa stor, at Legemets Tæthed bliver lig 1.

Betegner man denne roterende Molekylarkraft ved en given Substants ved $[\rho]$, ved ε det Vægtforhold, hvori den roterende Substants forekommer i en Oplösning, ved δ Tætheden af Oplösningen, ved Θ Rörets Længde, ved m den Koefficient, hvorved Værdien af Rotationsvinkelen for en vis Straale reduceres til den, der svarer til den röde Straale C, og ved ρ den observerede Rotationsvinkel, naar de övrige af Oplösningens Bestanddele ikke ere roterende, eller, hvis dette skulde være Tilfældet, da den Deel af den observerede Rotationsvinkel, som bevirkes af den givne Substants, saa er:

---

[1]) Biot. Compt. rendus Tome 15 pag. 523—542, pag. 619—639, pag. 693—712. Tome 16 pag. 619—639. Tome 18 4 Novbr. Tome 20 23 Juni. Tome 21 7 Juli. Denne Paragraf er kun et Sammendrag af Biots og Andres Arbeider; for Fuldstændigheds Skyld har jeg dog troet at burde medtage samme.

(416) $$[\rho] = \frac{m\rho}{\Theta\varepsilon\delta}.$$

Da for de forskjellige Farver Rotationsvinkelen er meget forskjellig, saa vil ved indfaldende hvidt Lys det igjennem det analyserende dobbeltbrydende Prisma, Nicolske Prisma eller Turmalin, observerede Billede aldrig forsvinde, men forandre sin Farve med Prismets eller Turmalinens Stilling. Blandt disse forskjellige Farver er der en violet Farve, der danner Overgangen fra det rene Blaa til Rödt og Orange; denne bliver af Biot kaldet „teinte de Passage", og den til Samme hörende Rotationsvinkel kan bestemmes temmelig nöiagtig. Den Værdie af m, der svarer til denne Farve, er af Biot bestemt til $\frac{23}{30}$, og den svarer til Forsvindingen af de orange-gule Straaler i Solspectret [1]).

Efter Biots Iagttagelser har man for den violette teinte de passage, altsaa $m = \frac{23}{30}$, hos:

	$\frac{m}{[\rho]} = \frac{\Theta\varepsilon\delta}{\rho}$	$100\,[\rho]$
krystalliseerbart Rörsukker	$+1{,}4$	$+\ 54^0{,}76$
Druesukker	$+1{,}28$	$+\ 59^0{,}8$
Dextrin	$+0{,}552$	$+\ 138^0{,}68$
Diabetessukker	$+2{,}176$	$+\ 35^0{,}23$
Stivelsesukker, forskjellige Arter	....	$+\ 39^0{,}43$
	....	$+\ 47^0{,}19$
	....	$+\ 77^0{,}19$
Terpentinolie, forskjellige Arter	$-2{,}83$	$-\ 27^0{,}1$
	$-3{,}05$	$-\ 25^0{,}1$
Do. renset ved gjentagen Destillation (Tætheden δ er antagen = 0,862)	$-2{,}68$	$-\ 28^0{,}6$
(Canada Balsam dreier derimod Polarisationsplanet til Höire)		
Citronolie, Tætheden δ antagen = 0,847	$+1{,}70$	$+\ 45^0{,}0$

[1]) See forövrigt det fölgende Cap. 5 § 2 om en anden af mig benyttet Methode ved Bestemmelsen af Bjergkrystallens roterende Molekylarkraft.

Tegnet + betegner, at Deviationen foregaaer til höire Side af Iagttageren; Tegnet —, at den foregaaer til venstre Side.

Af Ligningen (416) kan man nu omvendt, naar [ρ] er bekjendt, finde:

(417) $$\varepsilon\delta = \frac{m}{[\rho]} - \frac{\rho}{\Theta},$$

og herved Vægtmængden af den i en Oplösning værende lige roterende Substants, hvis Art ved andre Forsög i Forveien er bestemt.

Flere Stoffe forandre under Indvirkning af Syrer deres roterende Egenskab. Mærkeligst er her det krystalliserbare Rörsukker. Naar man til en Oplösning af dette Sukker tilsætter en Qvantitet Hydrochlorsyre eller Svovelsyre, uden at Temperaturen forhöies, og med den nödvendige Forsigtighed, for at ikke Syren pludselig skal virke paa enkelte isolerede Punkter af Oplösningen, men udbrede sig eensformig over hele Massen uden strax at farve samme, saa finder man, at Polarisationsplanets Deviation, der oprindelig finder Sted til höire Side af Iagttageren, gradviis aftager og efter kortere eller længere Tid opnaaer et Maximum til venstre Side, som stedse staaer i et for den samme Farve konstant, men for enhver Syre forskjelligt Forhold til den oprindelige Deviation, naar begge Iagttagelser ved Regning reduceres til den samme Grad af Fortyndelse. Dette Forhold er for Hydrochlorsyre og for den violette teinte de passage — 0,38, og med en Qvantitet af $\frac{1}{10}$ af den oprindelige Oplösnings Volumen opnaaes allerede Maximum af Inversionen i nogle Timer. For Svovlsyre er det samme Forhold — 0,3867. Naar efter længere Tid Oplösningen begynder at farves, bliver denne inverterede Deviation stedse svagere, indtil endelig Oplösningen bliver ugjennemsigtig. Ved ingen anden

Art Sukker bliver den roterende Kraft uden Temperaturforhöielse og uden synlig Forandring af Oplösningens physiske Tilstand interverteret, og denne Egenskab kan följgelig tjene til meget nöiagtig at bestemme den i en Oplösning forekommende Qvantitet af krystalliserbart Rörsukker. Betegner man nemlig den iagttagne Rotation af Polarisationsplanet ved en given Oplösning med ρ, den Deel heraf, som hidrörer fra krystalliserbart Rörsukker, ved S og den övrige Deel ved D, saa er:

$$S + D = \rho.$$

Tilsætter man nu Hydrochlorsyre eller en anden Syre og betegner den interverterede Rotation, naar denne ved Regning reduceres til den samme Grad af Fortyndelse, ved $-\rho'$, sætter $-r = \frac{+\rho}{-\rho'}$, og betegner ved $-r'$ Interversionskoefficienten for det krystalliserbare Rörsukker, hvilken for Hydrochlorsyre og den violette teinte de passage er $-r' = -0{,}38$, saa bliver:

$$-r' S + D = -r \rho.$$

Af disse to Ligninger finder man:

$$S = \left(\frac{1 + r}{1 + r'}\right)\rho, \quad D = \frac{r' - r}{r' + r} \cdot \rho. \tag{418}$$

De positive Rotationsvinkler betegne her, at Rotationen finder Sted til höireSide af Iagttageren, de negative, at den finder Sted til venstre Side.

For af Formelen (418) at finde Vægtforholdet, hvori det krystalliserbare Rörsukker forekommer i Oplösningen, har man for den violette teinte de passage:

$$\varepsilon = 1{,}4 \cdot \frac{S}{\Theta\delta}. \tag{419}$$

Ved nogle Arter af Druesukker finder man, at, naar de i længere Tid holdes kogende oplöst i Vand under

Tilstedeværelsen af Syrer, lider deres Rotationskraft, der stedse er rettet til Höire, flere pludselige Formindskelser og opnaaer endelig et vist Minimum. Ved Acacia Gummi bliver Rotationen, der oprindelig fandt Sted til Venstre, under Paavirkning af Syrer interverteret til höire Side, men under et stedse tiltagende Bundfald.

Lignende Virkninger som Syrerne frembringer ogsaa blot Vand under en höi Temperatur, men betydeligt langsommere.

Blandt de övrige organiske Alkaloider har Bouchardat [1]) undersögt fölgende med Hensyn paa deres roterende Egenskaber:

Morphin dreier saavel alene som i sure og alkaliske Oplösninger stedse Polarisationsplanet til Venstre. Kun den længere Paavirkning af et Alkali forandrer for stedse dens roterende Egenskab.

Opian eller Narcotin bevirker i sine Oplösninger en stærk Deviation af Polarisationsplanet til venstre Side. Under Paavirkning af Syrer gaaer denne Deviation over til höire Side og gaaer ikke tilbage til venstre Side, om end Syren mættes med Ammoniak.

Strychnin bevirker i sine Oplösninger en stærk Deviation til venstre Side. Tilsætning af Syrer svækker den roterende Kraft meget uden imidlertid at forandre sammes Retning. Naar Syren bliver mættet ved Ammoniak, erholder den sin tidligere Intensitet tilbage. Et Overskud af Ammoniak bevirker ingen videre Forandring.

Brucin bevirker oplöst i Alkohol en Deviation til venstre Tide. En Tilsats af Hydrochlorsyre svækker öieblikkelig den roterende Kraft uden at forandre dens

---

[1]) Comptes rendus Tome 18 pag. 278, Tome 19 pag. 1174,

Retning. Naar Syren mættes ved Ammoniak, vender den oprindelige roterende Kraft tilbage, og et Overskud af Ammoniak forøger denne endvidere.

Cinchonin yttrer i sine Opløsninger en stærk roterende Kraft til höire Side. En Tilsætning af Syre svækker denne roterende Kraft uden at forandre dens Retning. Naar Syren mættes, synes den roterende Kraft atter at antage sin forrige Intensitet.

Chinin bevirker i sine Opløsninger en Deviation til venstre Side. Under Paavirkning af Syrer bliver denne roterende Kraft betydelig forhöiet, men antager, naar Syren mættes ved Ammoniak, sin forrige Intensitet igjen. Et Overskud af Ammoniak frembringer ingen videre Forandring. En Forhöielse af Temperaturen svækker Chininens roterende Kraft.

Salicin dreier Polarisationsplanet til Venstre. Fortyndede Syrer saavel som Ammoniak forandre ikke denne Evne ved den sædvanlige Temperatur.

Phloridzin dreier ligeledes Polarisationsplanet til Venstre, men har en svagere Virkning. Denne Evne forandres heller ikke af fortyndede Syrer ved den sædvanlige Temperatur.

Cnisin dreier Polarisationsplanet betydeligt til Höire. Denne Evne forandres for stedse under Indflydelse af stærke Baser eller Syrer.

Bouchardat har ligeledes undersögt fölgende organiske Stoffe:

Caseum, de albuminöse Materier i Fibrinen og Gluten i Osten dreie alle Polarisationsplanet til Venstre.

Amygdalin og Amygdalinsyren dreie Polarisationsplanet til Venstre.

Under Navnet „Camphènes" have Soubeiran og Capi-

taine (Journal de Pharmacie Tome XXVI pag. 5) undersögt de ætheriske Olier, der indeholde Kulstof og Vandstof forenede i Forholdet 5 : 8. Deres Iagttagelser over disse Oliers roterende Egenskab have viist: 1) At alle naturlige ætheriske Olier af denne Klasse ($C^5 H^8$) have en Indflydelse paa polariseret Lys, som viser sig hos nogle ved en Dreining af Polarisationsplanet til Höire, hos andre til Venstre. 2) Ingen af de ved Decomposition af kunstige Kampherarter erholdte Essentzer vise nogen roterende Molekylarkraft. 3) De Olier, der udgjöre Baserne i Sammensætningen af de kunstige Kampherarter, danne tre forskjellige Grupper. I den ene har Kampherets Base bevaret den Rotationskraft, som Essentzen, hvoraf den er dannet, besidder. I den anden Gruppe har den sammensatte Olie en stærkere Rotationskraft end den oprindelige Essentz; den eneste, der har viist denne Egenskab, er Oleum æthereum cupebarum. I den tredie Gruppe udöver den kunstige Kamphers Base ingen Rotationskraft, uagtet den fremkommer af en flygtig Olie, der er i Besiddelse af en saadan Kraft.

Capitel 5.

Lovene for Lysets Forplantelse i circularpolariserende eenaxige Krystaller.

Jeg har i Cap. 3 udviklet Theorien for de sædvanlige eenaxige Krystaller. I disse deler enhver Straale sig i to Straaler, der i Almindelighed forplante sig med forskjellig

Hurtighed og kun langs Axen falde sammen. Enhver af disse Straaler er linearpolariseret, den ordinære i Krystallens Hovedsnit, den extraordinære i et paa Hovedsnittet lodret Plan. I Bjergkrystallen derimod deler enhver indfaldende Straale sig i to elliptisk polariserede, der forplante sig med forskjellig Hurtighed og dreie til modsat Kant. Den ene Axe af enhver Ellipse falder i Hovedsnittet og er, idetmindste tilnærmelsesviis, lig den lodret derpaa beliggende Axe af den anden Ellipse. Ved nogle Individer forplanter den til Höire dreiende Straale sig med den störste Hurtighed, ved andre den til Venstre dreiende, og man kan som oftest adskille disse to Arter ved den ydre Krystalform. Der findes ogsaa Tvillingkrystaller, der bestaae af Dele, hvoraf en dreier til Höire, en anden til Venstre, og et Bjergkrystallen nærtstaaende Legeme, Amethysten, bestaaer af lutter meget smaa Tvillingkrystaller.

De Differentialligninger for de uendelig smaa Bevægelser af to Systemer af Molekyler, som svare til de Phænomener, som de circularpoleriserende Krystaller vise, ere:

$$(L + l - d_t^2)\,\xi + d_x I\,(d_y \eta + d_z \zeta) + (L_{,} + l_{,})\,\xi' +$$
$$+ d_x I_{,}\,(d_y \eta' + d_z \zeta') = K_{,}\,(d_y \zeta' - d_z \eta'),$$
$$({}_{,}L + {}_{,}l)\,\xi + d_x\,{}_{,}I\,(d_y \eta + d_z \zeta) + (L_{,,} + l_{,,} - d_t^2)\,\xi' +$$
$$+ d_x I_{,,}\,(d_y \eta' + d_z \zeta') = K_{,,}\,(d_y \zeta' - d_z \eta'),$$
$$(E - d_t^2)\,\eta + d_y\,((I + i)\,d_x \xi + F\,(d_y \eta + d_z \zeta)) +$$
$$+ E_{,}\,\eta' + d_y\,((I_{,} + i_{,})\,d_x \xi' + F_{,}\,(d_y \eta' + d_z \zeta')) =$$
$$(418) \qquad = K_{,}\,(d_z \xi' - d_x \zeta'),$$
$${}_{,}E\,\eta + d_y\,(({}_{,}I + {}_{,}i)\,d_x \xi + {}_{,}F\,(d_y \eta + d_z \zeta)) +$$

$$+(E_{,,}-d_t^2)\eta'+d_y((I_{,,}+i_{,,})d_x\xi'+F_{,,}(d_y\eta'+d_z\zeta')=$$
$$=K_{,,}(d_z\xi'-d_x\zeta'),$$
$$(E-d_t^2)\zeta+d_z((I+i)d_x\xi+F(d_y\eta+d_z\zeta))+$$
$$+E_{,}\zeta'+d_z((I_{,}+i_{,})d_x\xi'+F_{,}(d_y\eta'+d_z\zeta'))=$$
$$=K_{,}(d_x\eta'-d_y\xi'),$$
$${}_{,}E\zeta+d_z(({}_{,}I+{}_{,}i)d_x\xi+{}_{,}F(d_y\eta+d_z\zeta))+$$
$$+(E_{,,}-d_t^2)\zeta'+d_z((I_{,,}+i_{,,})d_x\xi'+F_{,,}(d_y\eta'+d_z'\zeta)=$$
$$=K_{,,}(d_x\eta'-d_y\xi'),$$

hvor $L, L_{,}, \ldots l, l_{,}, \ldots E, E_{,}, \ldots F, F_{,}, \ldots I, I_{,}, \ldots i, i_{,}, \ldots K_{,}, K_{,,}$, betegne karakteristiske Funktioner af d_x^2 og $d_y^2+d_z^2$. Naar $K_{,}$ og $K_{,,}$ ere Nul, stemme disse Ligninger overeens med Ligningerne (348).

De partikulære Integraler af Ligningerne (418) ere:

$$\xi = a\cos(kr-st+\lambda),$$
$$\eta = b\cos(kr-st+\mu) = b\cos(kr-st+\lambda)\cos(\mu-\lambda)-$$
$$-b\sin(kr-st+\lambda)\sin(\mu-\lambda),$$
$$\zeta = c\cos(kr-st+\nu) = c\cos(kr-st+\lambda)\cos(\nu-\lambda)-$$
$$-c\sin(kr-st+\lambda)\sin(\nu-\lambda),$$

(419) $$\xi' = a'\cos(kr-st+\lambda'),$$
$$\eta' = b'\cos(kr-st+\mu') = b'\cos(kr-st+\lambda')\cos(\mu'-\lambda')-$$
$$-e'\sin(kr-st+\lambda')\sin(\mu'-\lambda'),$$
$$\zeta' = c'\cos(kr-st+\nu') = c'\cos(kr-st+\lambda')\cos(\nu'-\lambda')-$$
$$-c'\sin(kr-st+\lambda')\sin(\nu'-\lambda'),$$

hvor, som forhen:

((169)) $$kr = ux+vy+wz, \quad k^2 = u^2+v^2+w^2.$$

Da Udvidelsen i det andet System af Molekyler er lig Nul, har man:

(420) $$u\xi'+v\eta'+w\zeta' = o,$$

og, naar man kun betragter de transversale eller dog næsten transversale Bevægelser i det förste System:

$$u\xi + v\eta + wz = u\mu\,\xi, \tag{421}$$

hvor μ enten er lig Nul eller er en meget liden Störrelse. Substituerer man her Værdierne af ξ, η, ζ, ξ', η', ζ', saa erholder man:

$$u(1-\mu)\,a + vb\cos(\mu-\lambda) + wc\cos(\nu-\lambda) +$$
$$+ [vb\sin(\mu-\lambda) + wc\sin(\nu-\lambda)]\,\mathrm{tang}\,(kr - st + \lambda) = o,$$
$$ua' + vb'\cos(\mu'-\lambda') + wc'\cos(\nu'-\lambda') +$$
$$+ [vb'\sin(\mu'-\lambda') - wc'\sin(\nu'-\lambda')]\,\mathrm{tang}\,(kr - st + \lambda') = o,$$

og heraf, da disse Ligninger maa finde Sted for alle Værdier af t:

$$\begin{aligned} &u(1-\mu)\,a + vb\cos(\mu-\lambda) + wc\cos(\nu-\lambda) = o,\\ &aa' + vb'\cos(\mu'-\lambda') + wc'\cos(\nu'-\lambda') = o,\\ &vb\sin(\mu-\lambda) + wc\sin(\nu-\lambda) = o,\\ &vb'\sin(\mu'-\lambda') + wc'\sin(\nu'-\lambda') = o. \end{aligned} \tag{422}$$

Betegner man nu, som för, ved $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{L}_{,}$, ... $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{E}_{,}$, .. $\mathfrak{F}$, $\mathfrak{F}_{,}$, ... $\mathfrak{J}$, $\mathfrak{J}_{,}$, ... $\mathfrak{l}$, $\mathfrak{l}_{,}$, ... $\mathfrak{i}$, $\mathfrak{i}_{,}$, $\mathfrak{K}$ og $\mathfrak{K}_{,,}$ de Störrelser, som man erholder ved i de karakteristiske Funktioner L, $L_{,}$, ... E, $E_{,}$, ... F, $F_{,}$, .. I, $I_{,}$, ... l, $l_{,}$, ... i, $i_{,}$, ... $K_{,}$, $K_{,,}$ at sætte Störrelserne: $u = u\sqrt{-1}$, $v = v\sqrt{-1}$, $w = w\sqrt{-1}$ istedetfor Tegnene d_x, d_y, d_z, saa erholdes ved Substitution af Værdierne (419) i Ligningerne (418), naar man tager Hensyn til Ligningerne (422) og for Kortheds Skyld sætter:

$$\frac{\cos(kr - st + \lambda)}{\cos(kr - st + \lambda')} = m,$$

$$\begin{aligned} &[\mathfrak{L} + \mathfrak{l} + u^2(1-\mu)\mathfrak{J}]\,ma + [\mathfrak{L}_{,} + \mathfrak{l}_{,} + u^2\mathfrak{J}_{,}]\,a =\\ &= -\,\mathfrak{K}_{,}[vc'\sin(\nu'-\lambda') - wb'\sin(\mu'-\lambda')]\\ &\quad -\,\mathfrak{K}_{,}[vc'\cos(\nu'-\lambda') - wb'\cos(\mu'-\lambda')]\,\mathrm{tang}(kr - st + \lambda),\\ &[{}_{,}\mathfrak{L} + {}_{,}\mathfrak{l} + u^2(1-\mu)\,{}_{,}\mathfrak{J}]\,ma + [\mathfrak{L}_{,,} + \mathfrak{l}_{,,} + s^2 + u^2\mathfrak{J}_{,,}]\,a' = \end{aligned} \tag{423}$$

$$= -\mathfrak{K}_{,,}[vc'\sin(\nu'-\lambda')-wb'\sin(\mu'-\lambda')]$$
$$-\mathfrak{K}_{,,}[vc'\cos(\nu'-\lambda')-wb'\cos(\mu'-\lambda')]\text{tang}(\text{kr}-st+\lambda').$$

$$[\mathfrak{C}+s^2+\left(\frac{\mathfrak{J}+\text{i}}{1-\mu}-\mathfrak{F}\right)(v^2+w^2)](1-\mu)\text{ma}+$$
$$+[\mathfrak{C}_,+(\mathfrak{J}_,+\text{i}_,-\mathfrak{F}_,)(v^2+w^2)]\text{a}'=$$
$$= -\mathfrak{K}_,[vc'\sin(\nu'-\lambda')-wb'\sin(\mu'-\lambda')]$$
$$(424) \qquad -\mathfrak{K}_,[vc'\cos(\nu'-\lambda')-wb'\cos(\mu'-\lambda')]\text{tang}(\text{kr}-st+\lambda'),$$
$$[{}_,\mathfrak{C}+\left(\frac{{}_,\mathfrak{J}+{}_,\text{i}}{1-\mu}-{}_,\mathfrak{F}\right)(v^2+w^2)](1-\mu)\text{ma}+$$
$$+[\mathfrak{C}_{,,}+s^2+(\mathfrak{J}_{,,}+\text{i}_{,,}-\mathfrak{F}_{,,})(v^2+w^2)]\text{a}'=$$
$$=-\mathfrak{K}_{,,}[vc'\sin(\nu'-\lambda')-wb'\sin(\mu'-\lambda')]-$$
$$-\mathfrak{K}_{,,}[vc'\cos(\nu'-\lambda')-wb'\cos(\mu'-\lambda')]\text{tang}(\text{kr}-st+\lambda').$$

$$\text{m}(\mathfrak{C}+s^2)[(vc\sin(\nu-\lambda)-wb\sin(\mu-\lambda))+$$
$$+(vc\cos(\nu-\lambda)-wb\cos(\mu-\lambda))\text{tang}(\text{kr}-st+\lambda)]$$
$$+\mathfrak{C}_,[(vc'\sin(\nu'-\lambda')-wb'\sin(\mu'-\lambda'))+$$
$$+(vc'\cos(\nu'-\lambda')-wb'\cos(\mu'-\lambda'))\text{tang}(\text{kr}-st+\lambda')]=-\mathfrak{K}_,\text{k}^2\text{a}',$$
$$(425)\ \text{m}_,\mathfrak{C}[(vc\sin(\nu-\lambda)-wb\sin(\mu-\lambda))+$$
$$+(vc\cos(\nu-\lambda)-wb\cos(\mu-\lambda))\text{tang}(\text{kr}-\text{st}-\lambda]+$$
$$+(\mathfrak{C}_{,,}+s^2)[(vc'\sin(\nu'-\lambda')-wb'\sin(\mu'-\lambda'))+$$
$$+(vc'\cos(\nu'-\lambda')-wb'\cos(\mu'-\lambda'))\text{tang}(\text{kr}-st+\lambda')=-\mathfrak{K}_{,,}\text{k}^2\text{a}'.$$

Da disse Ligninger skulle finde Sted for enhver Værdie af t, maa man have:

$$(426) \qquad \begin{aligned} vc\cos(\nu-\lambda)-wb\cos(\mu-\lambda)&=0,\\ vc'\cos(\nu'-\lambda')-wb'\cos(\mu'-\lambda')&=0.\end{aligned}$$

Sætter man nu:

$$(427)\quad \text{a}=\frac{\text{p}\sqrt{v^2+w^2}}{\text{k}\left(1-\mu\frac{u^2}{\text{k}^2}\right)} \qquad (428)\quad \text{a}'=\frac{\text{p}'\sqrt{v^2+w^2}}{\text{k}}$$

$$\text{b}.\sin(-\lambda)=-\frac{\text{q}w}{\sqrt{v^2+w^2}} \qquad \text{b}'\sin(\mu'-\lambda')=-\frac{\text{q}'w}{\sqrt{v^2+w^2}}$$

og substituerer de nye Störrelser p, q, p′, q′ for a, b, a′, b′, saa finder man af Ligningerne (422) og (426):

$$b.\cos(\mu-\lambda)=\frac{-puv(1-\mu)}{k\sqrt{v^2+w^2})\left(1-\frac{\mu u^2}{k^2}\right)},$$

$$c.\cos(\nu-\lambda)=\frac{-puw(1-\mu)}{k\sqrt{v^2+u^2})\left(1-\frac{\mu u^2}{k^2}\right)},$$

$$c.\sin(\nu-\lambda)=\frac{qv}{\sqrt{v^2+w^2}},$$

(128)

$$b'\cos(\mu'-\lambda')=\frac{-p'uv}{k\sqrt{v^2+w^2}},$$

$$c'\cos(\nu'-\lambda')=\frac{-p'uw}{k\sqrt{v^2+w^2}},$$

$$c'\sin(\nu'-\lambda')=\frac{q'v}{\sqrt{v^2+w^2}}.$$

Substitueres disse Værdier i Ligningerne (419), saa erholdes:

$$\xi=\frac{p\sqrt{v^2+w^2})}{k\left(1-\mu\frac{u^2}{k^2}\right)}\cos(kr-st+\lambda);$$

$$\eta=\frac{qw}{\sqrt{v^2+w^2}}\sin(kr-st+\lambda)-$$

$$-\frac{puv(1-\mu)}{k\sqrt{v^2+w^2})\left(1-\frac{\mu u^2}{k^2}\right)}\cos(kr-st+\lambda);$$

$$\zeta=\frac{-qv}{\sqrt{v^2+w^2}}\sin(kr-st+\lambda)-$$

$$-\frac{puw(1-\mu)}{k\sqrt{v^2+w^2})\left(1-\frac{u^2}{k^2}\right)}\cos(kr-st+\lambda);$$

(129)

$$\xi'=\frac{p'\sqrt{v^2+w^2}}{k}\cos(kr-st+\lambda')$$

$$\eta'=\frac{q'w}{\sqrt{v^2+w^2}}\sin(kr-st+\lambda')-$$

$$-\frac{p'uv}{k\sqrt{v^2+w^2}}\cos(kx - st + \lambda');$$

$$\zeta' = \frac{-q'v}{\sqrt{v^2+w^2}}\sin(kx - st + \lambda') -$$

$$-\frac{p'uw}{k\sqrt{v^2+w^2}}\cos(kx - st + \lambda').$$

Disse Værdier af Forrykningerne betegne, at Molekylerne i hvert af Systemerne beskrive Ellipser. Den ene Axe er i förste System lig p, i andet System lig p', ligger i Hovedsnittet og danner i det förste en Vinkel φ med Bölgeplanet, hvor $\sin\varphi = \frac{\mu u\sqrt{v^2+w^2}}{k^2} = \frac{\mu}{2}\sin 2\psi$, naar ψ betegner den Vinkel, som Straalen danner med Krystalaxen; i det andet System ligger den derimod i Bölgeplanet. Den anden Axe er i förste System lig q og i andet lig q' og staaer lodret paa Hovedsnittet. Ligningerne (423), (424) og (425) blive nu:

(430)
$$[\mathfrak{L} + \mathfrak{l} + s^2 + u^2(1-\mu)\mathfrak{J}]\frac{mp}{1-\mu\frac{u^2}{k^2}} + [\mathfrak{L}_, + \mathfrak{l}_, + u^2\mathfrak{J}_,)\,p' = -\mathfrak{K}_,\,q'k.$$

$$[{}_,\mathfrak{L} + {}_,\mathfrak{l} + u^2(1-\mu){}_,\mathfrak{J}]\frac{mp}{1-\mu\frac{u^2}{k^2}} + [\mathfrak{L}_{,,} + {}_{,,}\mathfrak{l} + u^2\mathfrak{J}_{,,})\,p' = -\mathfrak{K}_{,,}\,q'k.$$

(431)
$$[\mathfrak{E} + s^2 + \left(\frac{\mathfrak{J}+\mathfrak{i}}{1-\mu} - \mathfrak{F}\right)(v^2+w^2)]\frac{mp}{1-\mu\frac{u^2}{k^2}} + \frac{[\mathfrak{E}_, + (\mathfrak{J}_, + \mathfrak{i}_, - \mathfrak{F}_,)(v^2+w^2)]}{1-\mu}\,p' = -\frac{\mathfrak{K}_,q'k}{1-\mu}.$$

$$[{}_,\mathfrak{E} + \left(\frac{{}_,\mathfrak{J}+{}_,\mathfrak{i}}{1-\mu} - {}_,\mathfrak{F}\right)(v^2+w^2)]\frac{m(1-\mu)p}{1-\mu\frac{u^2}{k^2}} + [\mathfrak{E}_{,,} + s^2 + (\mathfrak{J}_{,,} + \mathfrak{i}_{,,} - \mathfrak{F}_{,,})(v^2+w^2)]\,p' = -\mathfrak{K}_{,,}q'k.$$

$$(432)\quad \begin{aligned}&(\mathfrak{G}+s^2)\,mq+\mathfrak{G}_{,}q'=-\mathfrak{K}_{,}p'k.\\ &{}_{,}\mathfrak{G}mq+(\mathfrak{G}_{,,}+s^2)\,q'=-\mathfrak{K}_{,,}p'k.\end{aligned}$$

Antager man her som i Cap. 3, at Ligningerne (430) og (431) ere identiske, saa ville Störrelserne s^2, $\frac{p}{q}$, $\frac{p'}{q'}$, $\frac{p}{p'}$ bestemmes ved de fire Ligninger (431) og (432). Eliminerer man p og q, saa erholdes:

$$(433)\quad \begin{aligned}&\left[\mathfrak{G}+s^2+\left(\frac{\mathfrak{J}+i}{1-\mu}-\mathfrak{F}\right)(v^2+w^2)\right].\\ &.\left[\mathfrak{G}_{,,}+s^2+(\mathfrak{J}_{,,}+i_{,,}-\mathfrak{F}_{,,})(v^2+w^2)\right]-\\ &-[\mathfrak{G}_{,}+(\mathfrak{J}_{,}+i_{,}-\mathfrak{F}_{,})(v^2+w^2)].\\ &.\left[{}_{,}\mathfrak{G}+\left(\frac{{}_{,}\mathfrak{J}+{}_{,}i}{1-\mu}-{}_{,}\mathfrak{F}\right)(v^2+w^2)\right]=\\ &=-\frac{q'}{p'}k\Big[\mathfrak{K}_{,,}(\mathfrak{G}+s^2)-\mathfrak{K}_{,,}\mathfrak{G}+\Big(\mathfrak{K}_{,,}\left(\frac{\mathfrak{J}+i}{1-\mu}-\mathfrak{F}\right)-\\ &-\mathfrak{K}_{,}\left(\frac{{}_{,}\mathfrak{J}+{}_{,}i}{1-\mu}-{}_{,}\mathfrak{F}\right)\Big)(v^2+w^2)\Big],\\ &[\mathfrak{G}+s^2)][\mathfrak{G}_{,,}+s^2]-\mathfrak{G}_{,,}\mathfrak{G}=-\frac{p'}{q'}k[\mathfrak{K}_{,,}(\mathfrak{G}+s^2)-\mathfrak{K}_{,,}\mathfrak{G}].\end{aligned}$$

Antager man nu, at Störrelserne $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{G}_{,}$, ... $\mathfrak{F}$, $\mathfrak{F}_{,}$, ... $\mathfrak{J}$, $\mathfrak{J}_{,}$, ... i, $i_{,}$, ... have den samme Form som i Cap. 3, saa bliver:

$$(434)\quad \begin{aligned}&[\mathfrak{G}+s^2+\left(\frac{\mathfrak{J}+i}{1-\mu}-\mathfrak{F}\right)(v^2+w^2)].\\ &.[\mathfrak{G}_{,,}+s^2+(\mathfrak{J}_{,,}+i_{,,}-\mathfrak{F}_{,,})(v^2+w^2)]-\\ &-[\mathfrak{G}_{,}+(\mathfrak{J}_{,}+i_{,}-\mathfrak{F}_{,})(v^2+w^2)].\\ &.[{}_{,}\mathfrak{G}+\left(\frac{{}_{,}\mathfrak{J}+{}_{,}i}{1-\mu}-{}_{,}\mathfrak{F}\right)(v^2+w^2)]=\\ &=s^4-(\alpha-\varepsilon(p-2)\alpha_{,})s^2k^2+\beta s^2+\gamma-\\ &-(\delta-\varepsilon(p-2)\delta_{,})k^2+(\lambda-\varepsilon(p-2)\lambda_{,})k^4;\\ &(\mathfrak{G}+s^2)(\mathfrak{G}_{,,}+s^2)-\mathfrak{G}_{,,}\mathfrak{G}=s^4-(\alpha-\varepsilon\alpha_{,}\cos^2\Psi)s^2k^2\\ &+\beta s^2+\gamma-(\delta-\varepsilon\delta_{,}\cos^2\Psi)k^2+(\lambda-\varepsilon\lambda_{,}\cos^2\Psi)k^4,\end{aligned}$$

naar μ sættet liig εp, hvor $1+\varepsilon$ betegner Forholdet mellem Ethermolekylernes Afstand fra hinanden lodret paa Axen og langs samme, og Ψ betegner den Vinkel, Straa-

len danner med Krystalaxen. Indsætter man disse Værdier i Ligningerne (433), saa erholdes:

$$s^4 - (\alpha - \varepsilon(\mathrm{p}-2)\alpha_{,})s^2\mathrm{k}^2 + \beta s^2 + \gamma -$$
$$(\delta - \varepsilon(\mathrm{p}-2)\delta_{,})\mathrm{k}^2 + (\lambda - \varepsilon(\mathrm{p}-2)\lambda_{,})\mathrm{k}^4 =$$
$$= -\frac{\mathrm{q}'}{\mathrm{p}'}\mathrm{k}\Big\{[\mathfrak{K}_{,,}(\mathfrak{E}+s^2) - \mathfrak{K}_{,.,}\mathfrak{E}] +$$
$$(435) \qquad + \Big[\mathfrak{K}_{,,}\Big(\frac{\mathfrak{J}+\mathrm{i}}{1-\mu} - \mathfrak{F}\Big) - \mathfrak{K}_{,}\Big(\frac{{}_{,}\mathfrak{J}+{}_{,}\mathrm{i}}{1-\mu} - {}_{,}\mathfrak{F}\Big)\Big](v^2+w^2)\Big\};$$
$$s^4 - (\alpha - \varepsilon\alpha_{,}\cos^2\Psi)s^2\mathrm{k}^2 + \beta s^2 + \gamma -$$
$$-(\delta - \varepsilon\delta_{,}\cos^2\Psi)\mathrm{k}^2 + (\lambda - \varepsilon\lambda_{,}\cos^2\Psi)\mathrm{k}^4 =$$
$$= -\frac{\mathrm{p}'}{\mathrm{q}'}\mathrm{k}\,[\mathfrak{K}_{,,}(\mathfrak{E}+s^2) - \mathfrak{K}_{,.,}\mathfrak{E}].$$

Subtraherer man disse Ligninger, saa finder man, at $\mathfrak{K}_{,}$ og $\mathfrak{K}_{,,}$ maa betragtes som meget smaa Störrelser af samme Orden som μ og ε. Sætter man derfor:

$$(436) \qquad \mathfrak{K}_{,} = \varepsilon\mathfrak{C}_{,}, \quad \mathfrak{K}_{,,} = \varepsilon\mathfrak{C}_{,,},$$

og bemærker, at Störrelserne $\frac{\mathfrak{J}+\mathrm{i}}{1-\mu} - \mathfrak{F}$ og $\frac{{}_{,}\mathfrak{J}+{}_{,}\mathrm{i}}{1-\mu} - {}_{,}\mathfrak{F}$ ogsaa ere meget smaa Störrelser af samme Orden, saa erholdes ved Subtraction af Ligningerne (435) og Division med $\varepsilon\mathrm{k}^2$, naar man ikke tager Hensyn til de fremdeles med ε multiplicerede Led:

$$(\alpha_{,}s^2 + \delta_{,} - \lambda_{,}\mathrm{k}^2)(\sin^2\Psi + (\mathrm{p}-3)) +$$
$$(437) \qquad + \frac{[\mathfrak{C}_{,,}(\mathfrak{E}+s^2) - \mathfrak{C}_{,.,}\mathfrak{E}]}{\mathrm{k}}\Big(\frac{\mathrm{p}'}{\mathrm{q}'} - \frac{\mathrm{q}'}{\mathrm{p}'}\Big) = 0.$$

Da nu de til den samme Værdie af s hörende to Værdier af k ikke ere meget forskjellige, erholder fölgelig Forholdet $\frac{\mathrm{p}'}{\mathrm{q}'}$ to Værdier, der tilnærmelsesviis ere af Formen e og $-\frac{1}{\mathrm{e}}$.

Sætter man nu i Ligningerne (431) og (432) $\mathrm{p}' = \mathrm{e}\mathrm{q}'$, hvor e er en Rod af Ligningen (437) eller:

$$(438)\quad e^2+\frac{k(s^2\alpha_,+\delta_,-\lambda_,k^2)(\sin^2\Psi+(p-3))}{\mathfrak{C}_{,,}(\mathfrak{C}+s^2)-\mathfrak{C}_{,,,}\mathfrak{C}}\cdot e-1=0,$$

saa erholder man:

$$\left[\mathfrak{C}+s^2+\left(\frac{\mathfrak{J}+i}{1-\varepsilon p}-\mathfrak{F}\right)(v^2+w^2)\right]\cdot\frac{mp}{1-\varepsilon p\frac{u^2}{k^2}}=$$

$$=-\left\{\frac{[\mathfrak{C}_,+(\mathfrak{J}_,+i_,-\mathfrak{F}_,)(v^2+w^2)]e+\varepsilon\mathfrak{C}_,k}{1-\varepsilon p}\right\}\cdot q',$$

$$[\mathfrak{C}+s^2]mq=-\{\mathfrak{C}_,+\varepsilon\mathfrak{C}_,k\,e\}q',$$

fölgelig:

$$(439)\quad \frac{p}{q}=\frac{(\mathfrak{C}+s^2)\left(1-\varepsilon p\frac{u^2}{k^2}\right)}{\mathfrak{C}+s^2+\left(\frac{\mathfrak{J}+i}{1-\varepsilon}-\mathfrak{F}\right)(v^2+w^2)}\cdot\frac{[\mathfrak{C}_,+(\mathfrak{J}_,+i_,-\mathfrak{F}_,)(v^2+w^2)]e+\varepsilon\mathfrak{C}_,k}{(1-\varepsilon p)\,[\mathfrak{C}_,+\varepsilon\mathfrak{C}_,k\,e]},$$

eller, naar man bortkaster de med ε multiplicerede Led:

$$(440)\quad \frac{p}{q}=e=\frac{p'}{p'}.$$

Projicerer man den af en det förste System tilhörende Molekyl beskrevne Ellipse, hvis ene i Hovedsnittet liggende Axe er p, den anden paa Hovedsnittet lodrette Axe q og $\frac{p}{q}=e$, paa $(y,\,z)$ Planet, saa bliver dens Differential med Hensyn til Tiden:

$$\tfrac{1}{2}(\zeta d_t\eta-\eta d_t\zeta)=\frac{\frac{1}{2}spq\,.\,u\,(1-\varepsilon p)}{k\left(1-\varepsilon p\frac{u^2}{k^2}\right)}=\tfrac{1}{2}\,s\,eq^2\cos\Psi,$$

naar man bortkaster de med ε multiplicerede Led. Da nu de to Værdier af e have modsatte Tegn, maae de to Ellipser beskrives i modsat Retning. Betegner man den ene Værdie af e med $+e_,$, den anden ved $-e_{,,}=-\frac{1}{e_,}$, saa bestemmes Hurtigheden af den förste til Venstre dreiende Straale ved Ligningen:

$$(441)\quad \begin{array}{l} s^4-(\alpha-\varepsilon\alpha_{,}\cos^2\Psi)s^2k^2+\beta s^2+\gamma-(\delta-\varepsilon\delta_{,}\cos^2\Psi)k^2+ \\ +(\lambda-\varepsilon\lambda_{,}\cos^2\Psi)k^4+\varepsilon e_{,}k[\mathfrak{E}_{,,}(\mathfrak{E}+s^2)-\mathfrak{E}_{,.,}\mathfrak{E}]=0, \end{array}$$

og Hurtigheden af den anden til Höire dreiende ved Ligningen:

$$\begin{array}{l} s^4-(\alpha-\varepsilon\alpha_{,}\cos^2\Psi)s^2k^2+\beta s^2+\gamma-(\delta-\varepsilon\delta_{,}\cos^2\Psi)k^2+ \\ +(\lambda-\varepsilon\lambda_{,}\cos^2\Psi)k^4+\varepsilon e_{,,}k[\mathfrak{E}_{,,}(\mathfrak{E}+s^2)-\mathfrak{E}_{,.,}\mathfrak{E}]=0, \end{array}$$

eller, hvilket er identisk hermed, ved Ligningen:

$$(442)\quad \begin{array}{l} s^4-(\alpha-\varepsilon(p-2)\alpha_{,})s^2k^2+\beta s^2+\gamma-(\delta-\varepsilon(p-2)\delta_{,})k^2+ \\ +(\lambda-\varepsilon(p-2)\lambda_{,})k^4-\varepsilon e_{,}k[\mathfrak{E}_{,,}(\mathfrak{E}+s^2)-\mathfrak{E}_{,.,}\mathfrak{E}]=0. \end{array}$$

Da langs Axen Ellipserne maa forvandle sig i Cirkler, maa man, naar Ψ sættes $=0$, have $e=\pm 1$ o og fölgelig i Ligningen (438) sætte:

$$p=3.$$

Ligningen (438) bliver da:

$$(443)\quad e^2+\frac{k(s^2\alpha_{,}+\delta_{,}-\lambda_{,}k^2)\sin^2\Psi}{\mathfrak{E}_{,,}(\mathfrak{E}+s^2)-\mathfrak{E}_{,.,}\mathfrak{E}}.e-1=0.$$

Betegner man med $\mathfrak{c}_{,}$, $\mathfrak{c}_{,,}$, $\mathfrak{c}$, $_{,}\mathfrak{c}$ Værdierne af $\mathfrak{E}_{,}$, $\mathfrak{E}_{,,}$, $\mathfrak{E}$ og $_{,}\mathfrak{E}$, naar man i samme istedetfor u sætter k, og bemærker, at Forskjellen mellem $\mathfrak{E}$ og $\mathfrak{c}$ er af samme Grad som ε og at $_{,}\mathfrak{E}={}_{,}\mathfrak{c}$, saa bliver langs Axen, naar altsaa $\Psi=0$, $u=k$, Hurtigheden af den förste til Venstre dreiende Straale $\Omega_1=\frac{s}{k}$ bestemt ved Ligningen:

$$(444)\quad \begin{array}{l} s^4-(\alpha-\varepsilon\alpha_{,})s^2k^2+\beta s^2+\gamma-(\delta-\varepsilon\delta_{,})k^2+ \\ +(\lambda-\varepsilon\lambda')k^4+\varepsilon k(\mathfrak{c}_{,,}(\mathfrak{E}+s^2)-\mathfrak{c}_{,.,}\mathfrak{E})=0, \end{array}$$

og Hurtigheden $\Omega_2=\frac{s}{k}$ af den anden til Höire dreiende Straale ved Ligningen:

$$(445)\quad \begin{array}{l} s^4-(\alpha-\varepsilon\alpha_{,})s^2k^2+\beta s^2+\gamma-(\delta-\varepsilon\delta_{,})k^2+ \\ +(\lambda-\varepsilon\lambda_{,})k^4-\varepsilon k(\mathfrak{c}_{,,}(\mathfrak{E}+s^2)-\mathfrak{c}_{,.,}\mathfrak{E})=0, \end{array}$$

eller, naar man for Kortheds Skyld sætter:

$$(446)\quad \begin{aligned} a^2 = (\alpha - \varepsilon\alpha_,) + \frac{[(\delta - \varepsilon\delta_,) - \beta(\alpha - \varepsilon\alpha_,)]s^2 - \gamma(\alpha - \varepsilon\alpha_,)}{s^4 + \beta s^2 + \gamma} - \\ - \frac{(\lambda - \varepsilon\lambda_,)s^2}{(\alpha - \varepsilon\alpha_,)s^2 + (\delta - \varepsilon\delta_,)}, \end{aligned}$$

$$(447)\quad \begin{aligned} \Omega_1^2 &= a^2 - \varepsilon\frac{[\mathfrak{c}_{,,}(\mathfrak{S} + s^2) - \mathfrak{c}_{,,,}\mathfrak{S}]s^2}{k(s^4 + \beta s^2 + \gamma)}, \\ \Omega_2^2 &= a^2 + \varepsilon\frac{[\mathfrak{c}_{,,}(\mathfrak{S} + s^2) - \mathfrak{c}_{,,,}\mathfrak{S}]s^2}{k(s^4 + \beta s^2 + \gamma)}, \end{aligned}$$

og heraf:

$$(448)\quad \begin{aligned} \Omega_1 &= a - \varepsilon\frac{[\mathfrak{c}_{,,}(\mathfrak{S} + s^2) - \mathfrak{c}_{,,,}\mathfrak{S}]s^2}{2ak(s^4 + \beta s^2 + \gamma)}, \\ \Omega_2 &= a + \varepsilon\frac{[\mathfrak{c}_{,,}(\mathfrak{S} + s^2) - \mathfrak{c}_{,,,}\mathfrak{S}]s^2}{2ak(s^4 + \beta s^2 + \gamma)}. \end{aligned}$$

Betegnes ved Θ Tykkelsen af en ved to paa Axen lodrette Planer begrændset Plade af Bjergkrystal, ved ρ Rotationsvinkelen, saa er ifölge Cap. 4:

$$(407)\quad \rho = \frac{\pi O}{l}\left(\frac{\Theta}{\Omega_1} - \frac{\Theta}{\Omega_2}\right),$$

og ved at indsætte Værdierne af Ω_1 og Ω_2 findes:

$$(449)\quad \rho = \frac{\varepsilon\Theta[\mathfrak{c}_{,,}(\mathfrak{S} + s^2) - \mathfrak{c}_{,,,}\mathfrak{S}]s^2}{2a^2(s^4 + \beta s^2 + \gamma)}.$$

Observationerne vise, at denne Vinkel er ligefrem proportional med Θ og tilnærmelsesviis omvendt proportional med Qvadratet af Bölgelængden; sættes derfor:

$$(450)\quad \mathfrak{c}_{,,} = \mathfrak{f}_{,,}k^2, \quad \mathfrak{c}_{,} = \mathfrak{f}_{,}k^2,$$

og for Kortheds Skyld:

$$(451)\quad C = \varepsilon.\frac{[\mathfrak{f}_{,,}(\mathfrak{S} + s^2) - \mathfrak{f}_{,,,}\mathfrak{S}]s^2}{s^4 + \beta s^2 + \gamma},$$

og bemærkes, at, naar Lysets Hurtighed i Luften betegnes med O og Bölgelængden med l, da er $k = \frac{s}{a} = \frac{2\pi O}{al}$, saa erholdes:

$$(452)\qquad \rho = \frac{2\Theta\pi^2 CO^2}{a^4 l^2}.$$

Skulle lodret paa Axen begge Straaler blive retliniet polariserede, saa maa i Ligningerne (443), naar Ψ sættes lig 90°, Koefficienten til e være uendelig stor; fölgelig maa man antage:

$$(453)\qquad \mathfrak{C}_{,} = \mathfrak{f}_{,}u^2 = \mathfrak{f}_{,}k^2\cos^2\Psi,\ \mathfrak{C}_{,,} = \mathfrak{f}_{,,}k^2\cos^2\Psi.$$

Indsættes disse Værdier og Værdien af C, saa bliver Ligningen (443):

$$(454)\qquad e^2 + \frac{\varepsilon a l s^2(\alpha_{,}s^2+\delta_{,}-\lambda_{,}k^2)}{2\pi O C\,(s^4+\beta s^2+\gamma)}\,.\,\mathrm{tang}^2\Psi\,.\,e - 1 = 0.$$

Ifölge Ligningen (446) betegner a Hurtigheden af den ordinære Straale i en paa Axen lodret Retning; betegnes i samme Retning den extraordinære Straales Hurtighed ved b, saa er:

$$(455)\qquad b^2 = \alpha + \frac{(\delta-\beta\alpha)s^2-\gamma\alpha}{s^4+\beta s^2+\gamma} - \frac{\lambda s^2}{\alpha s^2+\delta},$$

eller, naar man bortkaster de höiere Potentser af λ:

$$(456)\qquad \begin{aligned} b^2 &= s^2\left\{\frac{\alpha s^2+\delta-\lambda k^2}{s^4+\beta s^2+\gamma}\right\}, \\ a^2 &= s^2\left\{\frac{(\alpha-\varepsilon\alpha_{,})s^2+(\delta-\varepsilon\delta_{,})-(\lambda-\varepsilon\lambda_{,})k^2}{s^4+\beta s^2+\gamma}\right\}. \end{aligned}$$

Heraf findes:

$$(457)\qquad a^2 - b^2 = -\varepsilon s^2\left\{\frac{\alpha_{,}s^2+\delta_{,}-\lambda_{,}k^2}{s^4+\beta s^2+\gamma}\right\}.$$

Indsættes denne Værdie i Ligningen (454) og sættes for Kortheds Skyld:

$$(458)\qquad \mu = \frac{al(a^2-b^2)}{2\pi O C},$$

saa erholdes:

$$(459)\qquad e^2 - \mu\,\mathrm{tang}^2\Psi\, e - 1 = 0.$$

§ 2.

Bestemmelse af Bjergkrystallens roterende Molekylarkraft ved en ny paa alle chromatiske Phænomener anvendelig Observationsmethode.

Alle chromatiske Phænomener have hidtil været observerede paa den Maade, at den iagttagne Farve har været sammenlignet med Farverne i de Newtonske Farveringe, og den Tykkelse af et tyndt Luftlag angivet, der i sædvanligt hvidt Lys netop viser den samme Farve ved lodret Reflection. Det indsees imidlertid let, at denne Observationsmethode deels ikke kan være særdeles nöiagtig, da disse Farver gjennem umærkelige Nuancer successive gaae over i hinanden, deels ofte er aldeles uanvendelig, naar nemlig Farven staaer over de 7 à 8 förste Ordener, da Farverne blive saa blege, at de ikke længere kunne adskilles. Hvad nu specielt denne Observationsmethodes Anvendelse paa de circularpolariserende Legemers Rotationskraft angaaer, da er dens Usikkerhed for stor, til at Rigtigheden af den i foregaaende Paragraph udviklede Theorie for samme derved experimentelt kan afgjöres. Heller ikke ved Anvendelsen af monochromt Lys opnaaes et tilfredsstillende Resultat, da selv det meest monochrome Lys stedse omfatter store Dele af Solspectret.

Jeg har derfor til Bestemmelsen af Bjergkrystallens roterende Molekylarkraft og for experimentelt at bevise Rigtigheden af Formelen (452) benyttet en fra den hidtil brugelige aldeles forskjellig Observationsmethode, der ogsaa særdeles vel egner sig til Anvendelse ved Undersögelse af alle chromatiske Phænomener og kan udföres med al önskelig Nöiagtighed.

Det af mig benyttede Instrument bestaaer af to

Nicolske Prismer anbragte paa et Stativ saaledes, at deres Axer falde i samme rette Linie. Det forreste Nicol kan dreies om sin Axe og Omdreiningsvinkelen aflæses paa en inddeelt Cirkel indtil enkelte Minutter. Mellem disse to Nicolske Prismer befæstede jeg paa en dertil anbragt gjennemboret Skive en Bjergkrystalplade, sleben lodret paa Axen. Den Skive, hvorpaa Krystallen befæstes, kan dreies i alle Retninger og stilles saaledes, at en Lysstraale, der gaaer gjennem begge de Nicolske Prismers Axer, ogsaa gaaer langs Bjergkrystallens Axe. Det hele Apparat rettes da mod en fiin Spalte, gjennem hvilken Sollyset falder ind. Foran det Observator nærmeste Nicolske Prisma stilles et Glasprisma, hvis brydende Kant stilles parallel med den fine Spalte, hvorigjennem Lyset falder ind. I det Spectrum af den fine Spalte, som da sees gjennem dette Glasprisma, sees de Frauenhoferske Linier og tillige een, eller, hvis Bjergkrystalpladen er tilstrækkelig tyk, flere sorte Streger. Dreies det Nicol-Prisma, flyttes disse sorte Streger fra den ene Ende af Spectret til den anden. De angive hvilke Farver der ere udslukkede ved Lysets Gang gjennem det andet Nicolske Prisma, og den Vinkel, dette er dreiet fra den Stilling, hvori dets Polarisationsplan stod lodret paa det förste Nicolske Prismas, angiver da denne Farves Rotationsvinkel. For paa eengang at see den sorte Streg i Spectret af det gjennem Bjergkrystallen gaaende Lys og den Frauenhoferske Linie, der ligger paa samme Sted i Solspectret, stillede jeg Bjergkrystallen saaledes mellem begge de to Nicolske Prismer, at den kun bedækkede den halve Aabning.

Jeg har paa denne Maade bestemt Rotationsvinklerne for de Frauenhoferske Linier *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*. Da

den Deel af Spectret, hvori *H* ligger, er særdeles dunkel, har jeg ikke kunnet bestemme den hertil hörende Rotationsvinkel. Ved Anvendelsen af en Kikkert tvivler jeg ikke paa, at dette vilde kunne skee, ligesom ogsaa derved de övrige Rotationsvinkler vilde kunne bestemmes endnu langt nöiagtigere.

Resultaterne af mine Observationer sees af fölgende Tabel, hvori de observerede Rotationsvinkler ere dividerede med Bjergkrystalpladens Tykkelse udtrykt i Millimeter:

Observ. No.	Bjergkrystalpl. Tykk. i Millim.	Kant hvortil den dreier.	Rotationsvinkler for 1^{mm} Tykkelse for de Frauenhoferske Linier.					
			B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*
1	6,920	Venst.	15°,23	17°,32	21°,57	27°,41	32°,50	42°,96
2	6,920	—	15°,34	16°,94	21°,73	27°,53	32°,87	41°,38
3	4,266	—	15°,59	17°,35	21°,68	27°,31	32°,39	42°,03
4	4,266	—	15°,43	17°,60	21°,56	27°,46	32°,27	—
5	4,266	—	15°,54	17°,24	21°,59	27°,38	31°,93	41°,92
6	4,266	—	14°,45	17°,07	21°,68	27°,74	32°,62	42°,50
7	5,862	—	15°,41	—	21°,66	27°,36	32°,74	—
8	5,862	—	14°,86	16°,84	21°,60	27°,69	32°,97	41°,88
9	4,050	—	15°,31	17°,45	21°,72	27°,16	32°,35	42°,35
10	4,050	—	—	—	21°,36	27°,22	32°,12	—
11	7,328	Höire	15°,73	17°,27	21°,81	27°,65	32°,70	41°,66
12	7,328	—	15°,02	—	21°,90	27°,50	32°,99	43°,18
13	7,328	—	15°,19	17°,20	21°,77	27°,56	32°,19	42°,52
14	4,802	—	15°,41	16°,94	21°,43	27°,11	32°,17	41°,79
15	4,248	—	15°,36	17°,32	21°,74	27°,64	32°,04	42°,02
16	4,248	—	15°,14	17°,69	21°,89	27°,58	32°,88	42°,37
17	7,614	—	15°,30	17°,18	21°,64	27°,15	32°,19	—
18	7,614	—	15°,76	17°,20	21°,67	27°,79	33°,07	42°,18
Middeltal			15°,30	17°,24	21°,67	27°,46	32°,50	42°,20
Midlere Feil af en enkelt Obs.			0°,32	0°,24	0°,14	0°,21	0°,36	0°,49
Sands. Feil af en enkelt Obs.			0°,22	0°,16	0°,09	0°,14	0°,25	0°,33
Sands. Feil af Middeltallet			0°,05	0°,04	0°,02	0°,03	0°,06	0°,09

Efter Frauenhofer er nu:

$$
\begin{array}{lll}
 & & \text{mm} \\
\text{for } B, & l = & 0{,}000\ 6878 \\
\text{-}\quad C, & l = & 0{,}000\ 6564 \\
\text{-}\quad D, & l = & 0{,}000\ 5888 \\
\text{-}\quad E, & l = & 0{,}000\ 5260 \\
\text{-}\quad F, & l = & 0{,}000\ 4843 \\
\text{-}\quad G, & l = & 0{,}000\ 4291 \\
\text{-}\quad H, & l = & 0{,}000\ 3928
\end{array}
$$

og efter Rudberg, naar n og n′ betegne den ordinære og extraordinære Straale, Brydningskofficienter:

$$
\begin{array}{llll}
\text{for } B, & n = 1{,}54090, & n' = 1{,}54990 \\
\text{-}\quad C, & n = 1{,}54181, & n' = 1{,}55085 \\
\text{-}\quad D, & n = 1{,}54418, & n' = 1{,}55328 \\
\text{-}\quad E, & n = 1{,}54711, & n' = 1{,}55630 \\
\text{-}\quad F, & n = 1{,}54965, & n' = 1{,}55894 \\
\text{-}\quad G, & n = 1{,}55425, & n' = 1{,}56365 \\
\text{-}\quad H, & n = 1{,}55817, & n' = 1{,}56772
\end{array}
$$

Indsættes nu de observerede Værdier af ρ og de tilsvarende Værdier af l og n i Formelen (452), hvorved bemærkes, at $\rho = \rho^0 \cdot \frac{\pi}{180}$, hvor ρ^0 betegner Rotationsvinkelen udtrykt i Grader, og $a = \frac{0}{n}$, saa erholdes:

	B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*
$\log {}_{\rho}{}^{0} =$	1,184 6347	1,236 5625	1,335 7988	1,438 6531	1,511 8834	1,629 3688
$\log l^2 =$	0,674 9860—7	0,634 4000—7	0,539 8952—7	0,441 9222—7	0,370 1972—7	0,265 0352—7
$\log {}_{\rho}{}^{0} l^2 =$	0,859 6207—6	0,870 9625—6	0,875 6940—6	0,880 5753—6	0,882 0806—6	0,894 4040—6
$\log n^4 =$	0,751 0980	0,752 1232	0,754 7916	0,758 0848	0,760 9344	0,766 0836
$\log \frac{\rho^0 l^2}{n^4} =$	0,108 5227—6	0,118 8393—6	0,120 9024—6	0,122 4905—6	0,121 1462—6	0,128 3204—6
$\log (360\ \pi) =$	3,053 4524	3,053 4524	3,053 4524	3,053 4524	3,053 4524	3,053 4524
$\log \left(\frac{C}{O^2}\right) =$	0,055 0703—9	0,065 3869—9	0,067 4500—9	0,069 0381—9	0,067 6938—9	0,074 8680—9
$10^8 \frac{C}{O^2} =$	0,11352	0,11625	0,11680	0,11723	0,11687	0,11881
Sammes sands. Feil $=$	0,00038	0,00028	0,00007	0,00014	0,00021	0,00025

Ved Beregningen af den sandsynlige Feil ere de af Frauenhofer angivne Værdier af l og de af Rudberg angivne Værdier af n antagne som absolut rigtige.

Ifölge den saakaldte Biotske Lov [1]) skulde ${}_{\rho}l^2$ være en constant Störrelse. Det er af Ovenstaaende klart, at dette ingenlunde er Tilfældet. Vi skulle desuden strax nærmere see, at de af

[1]) Biot har i den senere Tid stedse betegnet denne Lov som approximativ.

Biot angivne Rotationsvinkler afvige særdeles meget fra de af mig fundne. Den af Mac-Cullagh opstillede Formel, som han har udledet ved kun at betragte eet System af Molekyler, er overensstemmende med Formelen (452), dog saaledes, at C hos ham betegner en for alle Farver konstant Störrelse, medens den hos mig, som Fölge af at jeg har betragtet to Systemer af Molekyler, kan variere med Farven. Det vil af ovenstaaende Tabel klart sees, at, hvis C var konstant, maatte Observationerne over Straalerne B og G være langt mere feilagtige, end den sandsynlige Feil ved dem tyder hen paa, og jeg troer saaledes herved experimentelt at have godtgjort Nödvendigheden af at antage C variabel med Farven, og saaledes Nödvendigheden af ogsaa her at betragte to Systemer af Molekyler.

Jeg skal nu gaae over til at sammenligne mine her anförte Værdier af Rotationsvinkler med de af Biot angivne. Disse ere corrigerede efter den af ham antagne Formel $\rho l^2 =$ Const., og angive Rotationsvinkelens Störrelse for Overgangen mellem de forskjellige Farver. Paa et andet Sted angiver han Bölgelængderne for Overgangen mellem de samme Farver. Hans Angivelser sees af fölgende Tabel:

			mm
Yderste Rödt		$\rho = 17^\circ,4964$;	$l = 0,000\ 6344$
Mellem Rödt og Orange		$\rho = 20^\circ,4798$;	$l = 0,000\ 5864$
—	Orange og Guult	$\rho = 22^\circ,3138$;	$l = 0,000\ 5618$
—	Guult og Grönt	$\rho = 25^\circ,6752$;	$l = 0,000\ 5237$
—	Grönt og Blaat	$\rho = 30^\circ,0460$;	$l = 0,000\ 4841$
—	Blaat og Indigo	$\rho = 24^\circ,5717$;	$l = 0,000\ 4513$
—	Indigo og Violet	$\rho = 37^\circ,6829$;	$l = 0,000\ 4323$
Yderste Violet . . .		$\rho = 44^\circ,0827$;	$l = 0,000\ 3997$

De angivne Farvegrændser og Bölgelængder stemme langt fra overens med de af Frauenhofer angivne Bölge-

længder og de Farvegrændser, jeg har observeret. Efter disse ere:

Mellem Rödt og Orange ved *C* . . . l = 0,000 6564
— Orange og Guult ved *D* . . . l = 0,000 5888
— Guult og Grönt i Nærheden af *D* omtrent . . . . l = 0,000 56
— Grönt og Blaat midt imellem *E* og *F* omtrent . . . . l = 0,000 50
— Indigo og Violet ved *G* . . . l = 0,000 4291

Grændsen mellem Blaat og Indigo har jeg ikke kunnet endog blot omtrentlig angive. Tages de af Biot angivne Farvegrændser som Argument ved Sammenligningen af de af ham og de af mig angivne Rotationsvinkler findes:

Yderste Rödt . . . efter mig omtrent $\rho = 12^\circ{,}5$,
— Biot . . . $\rho = 17^\circ{,}5$,
Mell. Rödt og Orange efter mig omtrent $\rho = 17^\circ{,}2$,
— Biot . . . $\rho = 20^\circ{,}5$,
— Or. og Guult . efter mig omtrent $\rho = 21^\circ{,}6$,
— Biot . . . $\rho = 22^\circ{,}3$,
— Guult og Grönt efter mig omtrent $\rho = 23^\circ{,}0$,
— Biot . . . $\rho = 25^\circ{,}7$,
— Grönt og Blaat efter mig omtrent $\rho = 30^\circ{,}0$,
— Biot . . . $\rho = 30^\circ{,}0$,
— Indigo og Violet efter mig omtrent $\rho = 42^\circ{,}1$,
— Biot . . . $\rho = 37^\circ{,}7$.

Tages de af Biot angivne Bölgelængder som Argument ved Sammenligninger, da findes:

for l = 0,000 6344, efter mig . . . . $\rho = 18^\circ{,}5$
— Biot . . . . . . $\rho = 17^\circ{,}5$
— l = 0,000 5864 — mig . . . . $\rho = 21^\circ{,}8$
efter Biot . . . . . . $\rho = 20^\circ{,}5$

— l = 0,000 5618	efter mig	. . . .	$\rho = 23^{\circ},8$
	— Biot	. . . .	$\rho = 22^{\circ},3$
— l = 0,000 5237	— mig	. . . .	$\rho = 27^{\circ},5$
	— Biot	. . . .	$\rho = 25^{\circ},7$
— l = 0,000 4841	— mig	. . . .	$\rho = 32^{\circ},3$
	— Biot	. . . .	$\rho = 30^{\circ},0$
— l = 0,000 4513	— mig	. . . .	$\rho = 37^{\circ},6$
	— Biot	. . . .	$\rho = 34^{\circ},6$
— l = 0,000 4323	— mig	. . . .	$\rho = 41^{\circ},5$
	— Biot	. . . .	$\rho = 37^{\circ},7$
— l = 0,000 3997	— mig	. . . .	$\rho = 49^{\circ},1$
	— Biot	. . . .	$\rho = 44^{\circ},1$

Det sees heraf strax, hvilken stor Forskjel der er imellem de af mig paa den ovenfor beskrevne Observationsmaade og de af Biot erholdte Resultater.

Indsættes i Formelen (458):

$$a = \frac{O}{n}, \quad b = \frac{O}{n'},$$

saa erholdes:

$$\mu = \frac{l\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2}\right)}{2\pi n} \cdot \frac{O^2}{C}.$$

Indsættes her de af mine Observationer udledede Værdier af $\frac{C}{O^2}$ og de tilsvarende Værdier af l, n, n′, erholdes:

	B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*
$\mu =$	305,3	285,0	254,6	227,3	210,6	186,0
Sandsynlig Feil	1,0	0,7	0,3	0,3	0,4	0,4

Bjergkrystallens specifike Vægt er . . . . . $\delta = 2,658$
Rotationsvinkelen, som svarer til Straalen *C* . $\rho = 17^{\circ},24$
Heraf findes Bjergkrystallens rot. Molekylarkr. $[\rho] = 6,48$
Og den sandsynlige Feil af denne Værdie . . . 0,02

VI.

Zoologiske Bidrag

af

I. Koren og D. Danielssen.

Bidrag til Tubulariernes Udvikling.

Det er förft i den fidfte Tid, at de lavere Dyrs Udvikling er ftuderet med den Nöiagtighed, fom diffe i Sandhed fortjene, og iblandt Polyperne have især Kölle- og Klokkepolyperne været Gjenftand for Naturforfkernes Opmærkfomhed og Granfkning.

Allerede Ellis og Cavalini omtale diffe Dyrs Forplantningsmaader, fenere har Grant, Meyen, Lifter, Dalyell, Rapp, Lovén, Sars, Steenftrup, van Beneden, R. Wagener, Kölliker, Nordmann, Quatrefages og Dujardin fkjænket diffe Dyr færdeles Opmærkfomhed og leveret Bidrag, der tjene til at opklare deres Udviklingshiftorie.

Hvor altfaa en enkelt Familie har været gjort til Gjenftand for faamange dygtige Naturforfkeres Opmærkfomhed, maa Underfögelferne enten være forbundne med

betydelige Vanskeligheder, eller der maa være Uovereensstemmelse i Observationerne, der gjöre det nödvendigt, at disse gjentages, for at man kan komme til sikkrere Resultater. Hvad det Förste angaaer, da fordre saadanne Undersögelser, at man i længere Tid maa opholde sig paa eet Sted for at kunne gjentage dem; ligesom man og maa være nöie bekjendt med Aarstiden, paa hvilke de bedst kunne anstilles. Alene heraf sees, hvor vanskeligt det maa være for de Naturforskere, der kun i kort Tid have Leilighed til at opholde sig paa de Steder, hvor saadanne Dyr forefindes, at levere kun nogenledes fuldstændige Bidrag. Hvad det Andet angaaer, nemlig den Uovereensstemmelse, der saa hyppig findes hos Forfatterne, da beroer denne sikkert mindre paa feilagtige Observationer — thi de ovennævnte Forskeres Navne borge tilfulde for Observationernes Paalidelighed — end paa de forskjellige Udviklingsmaader, der finde Sted hos disse Dyr. Erfaring har nemlig viist, at forskjellige Slægter af Köllepolyper, vise betydelige Modificationer i Henseende til deres Udvikling, og det er af den Grund ikke vanskeligt at forklare sig den Uovereensstemmelse, der saa ofte findes hos Forfatterne. Ethvert Bidrag, der enten stadfæster en gjort Undersögelse eller oplyser en eller anden Modification i Henseende til Udviklingen, vil sikkert ikke være ukjærkomment, og af den Grund have vi troet ikke at burde tilbageholde vore Undersögelser over Udviklingen af Tubularia larynx.

I de förste Dage af September Maaned begave vi os til Solsvig, $1\frac{1}{2}$ Miil vest for Bergen, især i den Hensigt at gjöre os bekjendt med de sammensatte Ascidier, som der findes i Mængde. Vi havde her Anledning til at erholde en stor Mængde Exemplarer af Tubularia larynx,

og da disse vare forsynede med Kapsler, besluttede vi under Mikroskopet at undersöge samme. Tubularia larynx sidder i smaae Buske paa Rödderne af de store Tangarter. Polyperne bestaae som bekjendt af et langt, tyndt, trindt membranöst Rör, der ved Basis er noget smalere og rynket paatværs. Polyphovederne, der sidde paa Enden af Grenene, ere kölleformige, tykkere end Rörene, i Spidsen forsynede med en Mundaabning og omgivne med 2 Rader Tentakler, der sidde i Krandse. Imellem den ydre og indre Krands af Tentaklerne sidde de bekjendte Generationsorganer. Disse have Lighed med Viindrueklaser, ere 6 a 8 i Tallet og ere ved korte Stilke fæstede til Polyphovedet. Enhver Klase bestaaer af 6 a 8 Kapsler. De enkelte Kapsler ere pæreformige i Spidsen forsynede med 4 Klapper, hvorimellem der findes en Aabning. Den teglsteensröde Masse, hvoraf Polyperne for en Deel bestaaer, forlænger sig igjennem Stilkene, der bære Generationskapslerne, og ind i disse selv, hvor den ender sig kölleformig. Denne kölleformige Deel er skilt fra Æggekapslernes Huulhed ved en gjennemsigtig Membran, som omgiver den og forlænger sig ned paa den röde Masse. Med denne komme Æggene paa Grund af den omtalte Membran ikke i ringeste Forbindelse, hvilket jo er Tilfældet med Campanularierne i deres tidligere Periode. Den teglsteensröde Masse sees under Mikroskopet at bestaae af en Mængde Celler af $\frac{84}{10000}$ Millimetres Gjennemsnit, forsynede med Kjerner af $\frac{19}{10000}$ M. Diameter. Mellem Cellerne circulerede en fiinkornet Vædske. Æggene, der laae i den omtalte Huulhed, vare omgivne med en Membran, havde en sphærisk Form og bestode af en fiinkornet Masse; thi Kiimpletten og Kiimblæren vare forsvundne hos alle dem, vi undersögte. I Peripherien og Centrum

af Ægget laae Blommekornene tættere paa hverandre, og det er netop paa de Steder, man först iagttager, at Organerne udvikles. Hos Æg, der vare videre komne i Udvikling, iagttoge vi to knopformige Fremstaaenheder paa Blommen: de förste Spoer til de begyndende Tentakler. Efterhaanden fremkomme flere slige knopformige Fremstaaenheder af forskjellig Störrelse, og i sammes Centrum begynder en neppe synlig Knude at vise sig. De knopformige Tentakler tiltage lidt efter lidt i Störrelse, saa at Ungerne i dette Stadium have overmaade megen Lighed med Söstjerner, der have 8 eller 10 Arme. Membranen er ofte endnu ikke revnet og man seer ofte i dette Stadium Ungen at ligge med Tentaklerne indadböiede mod Skivens Concavitet. Eftersom Tentaklernes Antal og Störrelse forögges, tiltager ogsaa den knudeformige Ophöining i Störrelse, saa at den nu faaer Form af en kegleformig Fremstaaenhed paa Skiven. I Midten af denne Fremstaaenhed iagttager man nu temmelig tydelig den 4foldede Mave; i Yderenden en Fordybning som man let kunde antage for en Aabning, og fra Basis nedhænge de 16 Tentakler, der nu ere betydeligt længere end Kroppen og nedentil ende i en lille Skive, som er yderst tæt besat med smaae blæreformige Organer, der ere forsynede med en lille Pig. Rapp [1]) angiver 15 Tentakler, men den ene kan jo let have undgaaet hans Opmærksomhed. Ved Basis af Tentaklerne have vi hos nogle Exemplarer seet de af Kölliker, Krohn og van Beneden iagttagne Höreorganer. Deres Antal have vi ikke været istand til at bestemme. Naar den unge Polyp har naaet sin fulde

---

[1]) Rapp über die Polypen im Allgemeinen und die Actinien insbesondere Pag. 15.

Störrelse bevæger den sig kraftigt i Kapselen, men först naar Ungen har faaet de 16 Tentakler seer man den træde ud igjennem Kapselaabningen og bevæge sig med megen Lethed, lig Meduserne. Kapslerne tjene altsaa til Udklækningssted for Ægget og til Beskyttelsessted for den unge Polyp i den tidligere Alder. Men naar Ungen har naaet en saadan Störrelse, at den kan före et selvstændigt Liv, forlader den Kapselen der nu, efterat have fuldendt sin Bestemmelse, skrumper sammen og svinder hen. Vi have havt Anledning til at overbevise os om, at det virkelig forholder sig saaledes; thi da vi, for at fortsætte Observationerne, i October Maaned forrige Aar begave os ud til det samme Sted, fandt vi en utallig Mængde Rör uden Polyper, og hos de Exemplarer, der endnu havde Polyper, vare Generationsorganerne aldeles sammenskrumpede, saa at vi blot kunde kjende Stedet, hvorpaa Kapslerne havde siddet paa nogle njævne Ophöininger paa Polyphovedet. Mærkeligt er det dog, at vi bestandigt fandt Æg og aldrig Spermatozoer, som dog A. Krohn [1]) har iagttaget hos Tubularia indivisa og H. Rathke [2]) hos Coryna squamata. Af de her fremstillede Iagttagelser sees, at de i det Væsentlige stemme med hvad van Beneden har fundet hos Campanularierne. Dog adskille Tubularierne sig fra Campanularierne derved, at Æggenes Antal er færre, at disse ikke udvikles i den kjödagtige Masse og at der ikke foregaaer nogen Celledannelse i Ægget lig den van Bene-

---

[1]) Einige Bemerkungen und Beobachtungen über die Geschlechtsverhältnisse bey den Sertularinen von D. A. Krohn. Müllers Archiv 1843 Pag. 180.

[2]) Bemerkungen über die Coryne squamata von H. Rathke. Wiegmanns Archiv 1844. B. 1. p. 155.

den har paaviist. Tentaklerne hos de unge Tubularier fremkomme uden nogen bestemt Orden, hvoraf det kommer, at man seer Unger med forskjelligt Antal af samme, saaledes med 2—8—10—12—16, hvilket ikke er Tilfælde med de unge Campanularier, hos hvem alle Tentakler fremkomme paa eengang. Hvorvidt Korynerne komme til at stemme overeens med Campanularierne eller med Tubularierne maa Tiden afgjöre. R. Wagener har i Kapselen af Coryne aculeata iagttaget Æg, der vare forsynede med Kiimblære og Kiimplet.

Bemærkninger til Molluskernes Udvikling.

Af Videnskabernes Selskab i Throndhjem erholdt vi i forrige Aar en Understöttelse for at gjöre Indsamling til Museet dersteds. Iblandt flere andre Sager, som vi ved denne Leilighed havde Anledning til at erholde, befandtes ogsaa Rogn af flere Mollusker især af Nudibranchier, hvilken vi besluttede at opbevare for at gjöre os bekjendte med de interessante Observationer, som de nordiske Naturforskere Sars og Lovén have anstillede angaaende disse Dyrs Udvikling. Den förste Hindring, der mödte os ved disse Undersögelser, var den, at Ungerne döde kort Tid efter at de havde erholdt den nautilusagtige Conchylie. For om muligen at faae see den videre Udvikling og de paafölgende Metamorphoser, som disse Dyr nödvendigen maa gjennemgaae, forsögte vi alle optænkelige Midler for at holde dem længere Tid ilive, men uagtet den anvendte Omhu lykkedes det dog ikke at holde dem levende længere end 6 Uger, i hvilken Tid de ikke undergik nogen Metamorphose. Uden at være istand til at bringe disse Dyr

til en videre Udvikling, var det jo naturligt, at det, som vi kunde tilföie efterat to saa udmærkede Naturforskere havde gjort disse til Gjenstand for deres Undersögelse, maatte blive saa höist ubetydeligt, at vi aldrig skulde have berört det, dersom vi ikke derved havde faaet Anledning til at omtale nogle Embryoner af Mollusker, som vi have fundet i Hylsteret af Ascidia venosa. Hos disse have vi været saa heldige at see Hjertet tilligemed de to Hovedkar, som forgrene sig i de runde med Svömmehaar forsynede Lapper. Vi ville nu först omtale det Lidet vi have at tilföie til Nudibranchiernes Udvikling. Det blæreformige ovale Organ, der findes i Nærheden ef Anus, og som af Lovén og Sars er antaget at henhöre til Forplantningsorganerne, have ogsaa vi observeret, men vi kunne ikke være enige med disse Forfattere i at antage samme for noget selvstændigt Organ. Vi have Grund til at tro, at det ikke er andet end den Omslyngning og Udvidning, som Tarmen bestandig gjör paa dette Sted förend den ender [1]). Den Bevægelse, som Sars og Lovén have iagttaget i Maven, hos Embryonerne fremkomme af fine Cilier, der beklæde ikke alene Maven, men ogsaa Tarmen i dens hele Længde. Disse Cilier sætte saavel de i Maven som i Tarmen indesluttede Blommekugler i en rullende Bevægelse. Det er höist mærkeligt, at Sars, der dog med en saa höi Grad af Nöiagtighed har iagttaget de udviklede Organer hos Embryonerne, ikke har observeret Hjertet. Dette Organ fandtes hos alle de Embryoner, som vi vare istand til at holde længere Tid ilive, og vi have ved samme Leilighed tillige forvisset os om, at Hjertet dannes samtidig med

[1]) Hr. Cand. Löberg, der jevnligen var tilstede og med megen Interesse fulgte disse Observationer, var af samme Formening.

Tarmkanalen. Det ligger omtrent paa Midten af Dyrets Krop, bag Spiseröret og har Form af en oval Blære, der idelig udvider og sammentrækker sig. Idet Hjertet sammentrækker sig gyder det Blodkuglerne ud i Kroppens Huulhed, og idet den udvider sig, optages samme af Huulheden. Kar, der udgaae fra Hjertet, existere ikke. Mere om Circulationen vil blive omtalt længere nede.

I Slutningen af Januar Maaned f. A. erholdt vi eet Exemplar af Ascidia venosa, hvis Hylster overalt var besat med en Mængde Blærer, der indesluttede mange Æg, som vare indhyllede i en æggehvidagtig Vædske. I Förstningen troede vi, at disse muligens vare Æg af Ascidier, der udklækkedes i Hylsteret, men ved at undersöge Blærerne nöiere fandt vi, at de ikke stode i ringeste Forbindelse med den, og vi bleve endydermere overbeviste derom ved paa Spidsen af Blærerne at opdage Spor af en foregaaende Aabning, der nu var tilsluttet af en Membran. Eftersom nu Æggene tiltoge i Störrelse bleve Blærerne tyndere, og, naar Embryonerne havde naaet en vis Grad af Udvikling, revnede den Hud, der tilsluttede Aabningen, og Tusinder af Embryoner saaes at svömme livligt omkring i Vandet. Efterat vi havde bragt nogle af dem under Mikroskopet, vare vi ikke længere i Tvivl om, at de maatte være Unger af en eller anden Mollusk, der lægge sine Æg i denne Söpungs Hylster for der at udklækkes. De fritsvömmende Unger have megen Lighed med Unger af Nudibranchier, og de ere ligesom disse forsynede med en nautilusagtig Conchylie, hvori de trække sig ind, naar de blive irriterede. Dyrets Hoved er temmelig tykt og noget tilspidset og forsynet med 2 Öine, bagenom hvilke, i Nærheden af Foden, findes de 2de Höreorganer. Fra Hovedet udgaaer 2de runde med Svömmehaar forsynede Lapper, i hvilke sees 2 Hoved-

kar, der tage Udspring fra Basis af Lapperne og derpaa forgrene sig i samme, hvor de danne et Karnet, i hvilket findes en Mængde ovale Aabninger. Bagenom Lapperne udspringer et foldet Hylster, der slaaer sig om Conchylien, som det aldeles indeslutter og fæster sig paa Foden. Fortil er Hylsteret saaledes beskaffent, at Dyret kan slaae det tilbage, naar det udstrækker sig. Dyrets Fod er forsynet med fine Cilier og desforuden med et hornagtigt Laag, der tjener til at tillukke Indgangen til Conchylien. Mundaabningen er rund og omgiven med en meget tyk Ring, Spiserøret langt og temmelig smalt. Maven aflang og meget stor, paa dens ydre Flade findes et grynet Legeme (Leveren), den indre er overalt besat med fine Cilier. En stor Deel af Tarmen var endnu uudviklet hos de Embryoner, som vi havde Anledning til at undersöge. Omtrent paa Midten af Dyrets Krop, bag Spiserøret fandtes Hjertet, i Form af en oval Blære, der udvidede og sammentrak sig med megen Kraft. Idet Hjertet sammentrækker sig gyder det Blodkuglerne ud i Dyrets Huulhed, hvor disse sætte de sig i Huulheden befindende Blommekugler i en livlig Bevægelse; derefter gjör det en Svingning, og idet det udvider sig, optages igjen de i Huulheden værende Blodkugler. Fra Huulheden optages Blodet af det ene af de omtalte 2de Kar, der findes i Lapperne, og efter der at have undergaaet den nödvendige Forandring föres det af det andet igjen tilbage til Huulheden. Af dette sees, at Lapperne hos Embryonerne fungere baade som Bevægelses- og som Respirationsorganer. Vi ville ved samme Leilighed gjöre opmærksom paa, at Embryonerne af Buccinum undatum ere forsynede med lignende Lapper, hvori ligeledes findes Karforgreninger, at der imellem disse Kar ogsaa findes en Mængde ovale

Aabninger, og endelig at disse Lapper, eftersom Embryonerne voxe, aftage i Störrelse og omsider ganske forsvinde uden Spor af deres foregaaende Tilværelse. Da vi haabe snart at kunne levere en udförlig Udviklingshistorie af Buccinum undatum, saa ville vi her blot gjöre opmærksom paa, at Embryonerne ikke undergaae nogen anden Metamorphose end den, at de runde Lapper forsvinde, at Hjertet, Generationsorganerne og tydelige Spor til Gjeller ere dannede för Tarmkanalen og at Embryonerne ikke ere forsynede med nogen nautilusagtig Conchylie. Den blivende Conchylie dannes omtrent paa samme Tid som den nautilusagtige hos Nudibranchierne. Den bestaaer i Förstningen af meget fine yderst tynde let sönderbrydelige og regelmæssige Stykker, der forenes ligesom ved Sömme. Eftersom Ungerne tiltage i Störrelse komme flere Stykker til de allerede dannede og paa denne Maade dannes Conchyliens nederste Deel, siden kommer Vindingerne lidt efter lidt til.

Bidrag til Cirripedernes Udvikling.

Professor Lovén har i Övers. af Kongl. Vetensk. Academies Forhandl. 1844 Pag. 192 beskrevet en til Slægten Alepas henhörende ny Art, hvilken er fundet fæstet i Huden paa Squalus spinax og S. glacialis. Denne nye Art forekommer her ved Kysten ikke saa sjelden paa S. spinax, hvor den almindelig findes fæstet i Ryggen eller paa Siden, dog altid i Nærheden af Finnerne. Dens tilrundede Stilk findes dybt indgravet i Musklerne, saa at intet af samme kommer tilsyne förend saavel disse, som Huden ere gjennemskaarne. Det bör og bemærkes, at bestandig 2 Exemplarer sidde ved Siden af hinanden. Efterat

vi i lang Tid havde gjort os Umage for at erholde friske Exemplarer, lykkedes det os endelig i Januar Maaned f. A. at erholde to strax efterat de vare fangede, hvilke vi bragte i et Glas med Sövand i Haab om at faae see dette mærkelige Dyrs Larve, og vor Forventning blev i Sandhed tilfredsstillet, da vi næste Dags Morgen fandt en Mængde smaae Dyr at svömme omkring. Efterat vi först havde undersögt disse Dyr under Mikroskopet, underkastede vi de i Æggepladerne værende Æg en Examination, og vi fik nu ikke alene see, at Æggene indeholdt lignende Dyr, men vi iagttoge tillige flere Larver, der forlode Æghylsterne. For at kunne forfölge Udviklingen videre, gjorde vi os Umage med at holde dem ilive, men vore Bestræbelser vare forgjeves, thi efter 3 Dages Forlöb döde de uden at undergaae nogen Metamorphose. Uagtet vi saaledes ikke have havt Anledning til at gjöre os bekjendte med mere end det förste Udviklingsstadium, saa tro vi dog, at selv dette lille Bidrag ikke vil være ukjærkomment, især da man, saavidt os bekjendt, ikke kjender noget til denne Slægts Udvikling.

Larvens Krop, der er dækket med et ovalt gjennemsigtigt, membranöst Skjold, ender bagtil i en stor og stærk, saugtakket Pig, der bestaaer af 5 Led. Fra Basis af denne Pig udgaae tvende noget spædere, ligeledes saugtakkede Pigge, hvis Spidser divergere og naae omtrent til Midten af Endepiggen. Larven har 6 Par Födder. Det förste Par er temmelig kort og noget plumpt, forsynet med et lidt tykkere Grundled, og ende sig i 2de stive Börster. Det 2det Par er betydeligt længere end det förste, ved Roden temmelig tykt, mod Enden tilspidset og udgaaende i 5 Börster, af hvilke den midterste er den længste, og ved hvis Basis findes 2 smaae Led. Det

tredie Par har samme Længde, Form og Bygning, som det andet. De övrige 3 Par aftage lidt efter lidt i Störrelse; forresten er Formen og Börsternes Antal, som paa 2det og 3die Par. Spor til Öie eller andre Organer end de omtalte, have vi ikke opserveret; rigtignok findes i Midten af Larvens forreste Rand en mörk Plet, men da lignende mörke Pletter ogsaa findes imellem Blommekuglerne, saa kunne vi ikke antage den omtalte Plet for noget Öie. Dyrets Farve er svag guulbruun; Larvens Længde strax efterat den har forladt Æghylsteret $\frac{660}{1000}$ Mill. Bredden $\frac{221}{1000}$ Mill.

Bemærkninger til Bipinnaria asterigera.

Naturforskeren Sars, der ved sine mange og grundige Undersögelser har bidraget til at opklare det Mörke, der hviler over de lavere Dyrs Udvikling, har först gjort opmærksom paa dette mærkelige Dyr, og i sit interessante Værk, Beskrivelse og Iagtagelser over nogle mærkelige nye i Havet ved den Bergenske Kyst levende Dyr, Bergen 1835, beskrevet og afbildet samme. I September 1842 havde den ene af os (Koren) Anledning til at observere dette Dyr, og yttrede den Gang den Formening, at det maatte være et Udviklingsstadium ef en eller anden Söstjerne, ligesom Koren og gjorde Dr. Sars opmærksom paa, at der foruden det af ham beskrevne Tarmrör fandtes et andet der udgik fra Söstjernens Ryg. Ved senere Undersögelser, vi have havt Anledning til at anstille, ere vi ikke alene komne til fuldkommen Vished om, at dette Dyr ikke er andet end et Udviklingstrin af en Söstjerne, men vi have ogsaa forvisset os om, at det omtalte Rör virkelig findes paa det tilforn angivne Sted.

I October 1846 var Bergensfjorden opfyldt med en saadan Mængde Salper, at det var umuligt at optage et Glas reen Sö, uden at Glasset blev halvfyldt med disse Dyr. Da der iblandt Salperne fandtes en betydelig Mængde af Bipinnaria asterigera, sögte vi at gjöre os bekjendte med dette mærkelige Dyrs Organisation, og fik derved Anledning til at tilföie en Deel nye Opservationer til de allerede gjorte, hvilke maaske ikke ville være uden Interesse her at meddele. Vi ville först omtale Svömmeapparatet, derefter beskrive Söstjernen, og saa oplyse i hvilken Forbindelse denne staaer til hiint.

Svömmeapparatet er gjennemsigtigt, cylindrisk, nedtrykt, har en Længde af 30 Mm. og ender idet det bliver smallere, bagtil i en flad hjertedannet Finne. Noget foran denne sidder paa den forreste Flade en lancetformig Svömmefinne. Den forreste Ende af Svömmeapparatet er forsynet med 12 flade lancetformige Tentakler, siddende i 2 Rader. I den överste Rad er der 8, hvoraf de 2 sidde överst, de övrige 6 paa Siderne saaledes at der findes 3 paa hver Side, hvilke fuldkommen dække saavel Siderne som en Deel af Svömmeapparatets bagerste Flade. Nedenfor disse sidde 4 Tentakler af samme Form, som de ovenfor beskrevne og dække endeel af Söstjernens Ryg. Samtlige disse Tentakler ere i en bestandig Bevægelse, naar Dyret svömmer om, og tjener det hovedsageligen som Bevægelsesorganer. I Midten af den forreste Ende findes en Aabning, der förer ind til Svömmeapparatets Huulhed. Dette er saavel paa den forreste som bagerste Flade beklædt med en Hud, der ophörer henimod Siderne, og danne derved to frit fremstaaende Rande, hvorimellem altsaa findes et Rum, der ikke bedækkes af den. Efterat Huden fortil har beklædt de to överste Tentakler, danner den en

Böile med Convexiteten opad. Under denne findes en anden Böile af samme Form, og dannet af den bagerste Deel af omtalte Hud, efterat den har beklædt de övrige ti Tentakler. Det maa bemærkes, at ligesom der paa Svömmeapparatet bestandig fandtes et Sted, der ikke beklædtes af Huden, saaledes findes der et lignende paa Tentaklerne; thi efter at Huden har slaaet sig om Tentaklernes Sider, danner den en fremstaaende Rand paa samme. Saavel paa Siderne af Svömmeapparatet som paa Tentaklerne findes Cilier.

Betragter man et Stykke af Huden under Mikroskopet, saa seer man den bestaaer af en fiinkornet Masse, hvori findes en Mængde smaae uregelmæssige Kalkstykker, men blandt disse dog ogsaa nogle i Form af Naale. Under Huden ligger et Muskellag af Tver- og Længdefibre, ved hvis Hjælp saavel Tentaklerne som den övrige Deel af Svömmeapparatet kunne stærkt sammentrække sig, saavel efter Længden som Bredden.

Söstjernen, hvoraf de störste Exemplarer vare 5 Mm., har en mönieröd Farve, og er forsynet med 5 korte Arme, almindeligviis saa lange som Skiven er bred. Ryggen er convex, Bugen plan. Hos nogle Exemplarer, som vi havde Anledning til at undersöge, var Ryggen betydelig convex og der var blot Spor til de 5 Arme.

I Huden, der beklæder Ryggen og Siderne, findes et Net af Kalk, og fra dette tage en Mængde Pigge deres Udspring. Piggene ere flade, forsynede med 4 a 5 Par Aabninger, smallere ved Grunden, og ende i 3 fremstaaende Spidser, af hvilke den mellemste er den længste. Almindelig udspringe 4 a 5 saadanne Pigge fra en lille Kalkknude. Enhver Pig er omgiven med en Membran, saa at den faaer Udseende af et ægformigt Blad med en frem-

ragende Spids. Paa Siderne af Armene findes en Rad af lange Pigge.

Födderne ere temmelig lange og sidde i 2 Rader. Mundvinkelpladerne ere brede og triangulære, fortil er enhver forsynet med 2 Par Pigge, og til Siderne findes lignende Pigge som paa Ryggen. Af indre Organer have vi kun observeret Tarmkanal, der overalt var af samme Tykkelse og ikke forsynet med Blindtarme. Den begynder fra Mundaabningen, gjör en Böining fra Venstre til Höire og træder ud paa Ryggen, hvor den i Nærheden af Söstjernens Centrum danner et cylindrisk Rör, der idelig contraherer sig, og derved bidrager til at udföre Excrementerne. Tarmkanalen er forsynet med Muskellag af Tvær- og Længdefibre, og paa den indre Flade beklædt med et Flimmer-Epithelium. Fra Ryggen tæt ved den frie Ende af Tarmen udgaaer et cylindrisk omtrent 3 Mm. langt Rör, höirödt af Farve, og fortsætter sig et Stykke ind i Söstjernen. Denne staaer alene ved dette Rör i Forbindelse med Svömmeapparatet, til hvilket det fortil er fæstet. Den bagerste Væg af dette Rör er noget böiet og længere end den forreste, der er spaltet i Midten efter hele Længden. Dette Rör er forsynet med et Muskellag af temmelig stærke Tver- og Længdefibre, og den indre Flade af samme er forsynet med Flimmer-Epithelium. Ved Hjælp af disse Muskler kan Röret stærkt contrahere sig saavel efter Bredden som Længden, og Spalten tillige udvides og forenges. Naar Söstjernen vil skille sig ved Svömmeapparatet, begynder Röret at sammentrække sig meget stærkt, og efter flere gjentagne stærke Contractioner afsnöres det tæt ved Ryggen. Söstjernen, der nu var befriet fra Svömmeapparatet, gik omkring paa Bunden af Opservationskarret. At Röret afsnörer sig i Söen paa en lig-

nende Maade have vi ofte havt Anledning til at iagttage og ikke sjelden saae vi flere Svömmeapparater drive omkring, forsynede med Röret, der ved sin höiröde Farve strax tiltrak sig Opmærksomhed. Ikke sjelden bevæger Svömmeapparatet sig i flere Dage efterat det er skilt fra Söstjernen. Ved nærmere at undersöge Söstjernen efterat den var skilt fra Svömmeapparatet iagttoges foruden den fremstaaende Tarm ogsaa en Spalte paa det Sted, hvor Röret havde siddet. Da vi paa mange Exemplarer bestandig iagttoge Spalten paa samme Sted, og da vi ikke kunde opdage noget Spor til nogen Madreporaplade, formode vi, at Madreporapladen hos denne Söstjerne dannes derved, at Aabningen udfyldes med Kalk. Desværre döde Söstjernen efter nogle Dages Forlöb, saa at vi ikke ved Iagttagelse har kunnet stadfæste vor Formodning. Da der paa Söstjernens Ryg ikke findes Spor til Respirations-Tentakler, kan der vel neppe være Tvivl om, at Röret forretter Tjeneste som Respirationsorgan. Efterat nemlig Vandet gjennem den omtalte Aabning paa Svömmeapparatet har trængt ind i samme föres det igjennem Respirationsröret ned i Söstjernens Huulhed, og efterat det der har været benyttet föres det igjen ud for at det friske Vand atter kan strömme ind.

Ved de Undersögelser, som vi have anstillet over Skeletbygningen hos denne Söstjerne, ere vi komne til fuldkommen Vished om, at Söstjernernes Skelet er bygget som Igelkjærrenes og Holothuriernes Hudskelet af tynde Kalkplader, der ere gjennemborede med mange Aabninger. Pladerne dannes af smaae Kalkkrystaller, der i Enderne föie sig sammen, og paa denne Maade danner et Hul. Idet nu flere slige komme til de allerede dannede, opstaae flere saadanne Huller, og til Slutningen

har man en med mange Aabninger gjennemboret Kalkplade. Efterhaanden udfyldes nu Aabningen med Kalk og idet at flere Lag af lignende Plader lægge sig ovenpaa hverandre, sammenvoxe disse til Slutningen, og man har nu et fuldkomment Skelet.

Denne Söstjerne kommer til at henföres til den Familie af Söstjerner, der har to Tentakelrader og anus. Da de indre Organer ikke vare udviklede har det været os umuligt at henföre den til nogen bestemt Slægt.

Virgularia Christii n. sp.

Den bekjendte danske Naturforsker Dr. Kröyer har gjort opmærksom paa, at flere Slægter af Havdyr, som den kolde Zone har tilfælleds med den temporerede eller varme, i den förste opnaae en betydeligere Störrelse end i de sidste. Endvidere har han iagttaget, at Störrelsen tiltager i betydelig Grad jo mere samme Slægt nærmer sig Polarhavet. Han har ved Exempler oplyst, at dette er Tilfældet med en heel Deel Slægter af Crustaceer. Den af os her beskrevne Söfjær, der tilhörer Norden, stadfæster tilfulde de af denne kyndige Naturforsker gjorte Iagttagelser, idet at nærværende Art ikke alene er den störste af denne Slægt, men tillige, saavidt os bekjendt, den störste af alle bekjendte Söfjære.

Polypstokken opnaaer hos denne Art i Almindelighed en Længde af 1 Al. 4 Tommer, og en Tykkelse af 4 Linier. Den er næsten ganske ret, overalt omtrent af samme Tykkelse, dog er den överste Ende noget böiet. De $\frac{3}{4}$ Dele af Polypstokkens Længde er paa begge Sider besatte med Polypceller. Disse ere fæstede enkeltviis til

Stilken og staae i afvexlende skjæv opadvendte Rader, der fortil stöde sammen, omtrent 5 Celler i hver Rad; dog gjöre de nederste Rader en Undtagelse, da der i disse sjelden findes mere end 2 a 3 i hver Rad. Imellem Raderne findes ofte adspredte Celler. Den bagerste Flade er glat og har ingen Celler. Cellerne have en conisk Figur, ere omtrent $1\frac{1}{2}$ Linie lange, og ende sig i 2 Spidser, dog gjöre ogsaa her de Celler en Undtagelse, der sidde i Nærheden af den polyplöse Stilk, da disse ere meget mindre end de övrige. Polyperne komme frem i Enden af Cellerne, ere af en cylindrisk Form, omtrent $1\frac{1}{2}$ Linie lange og i Midten forsynede med en rund Mundaabning, hvorom staae 8 lancetformige, omtrent 1 Linie lange Tentakler. At Polyperne kunne trække sig ind i Cellerne vise de i Spiritus opbevarede Exemplarer, paa hvilke endeel af Polyperne ere indtrukne. Den nederste Fjerdedeel af Polypstokken (den polyplöse Stilk) er paa Midten lidt tykkere, aftager lidt efter lidt og ender i en stump og noget böiet Spids. Det i Polypstilkens kjödagtige Masse indesluttede kalkagtige Been er omgivet med en Hud, det er haardt og dets nederste Fjerdedeel paa Midten temmelig tyk og lidt firkantet med afrundede Kanter; det aftager henimod Enden i Tykkelse og ender i en bruskagtig Spids. Den övrige Deel af Benet er derimod cylindrisk og aftager i Tykkelse henimod den överste Ende, hvor det bliver næsten traadformigt. Et Been af denne Söfjær, der i lang Tid har været opbevaret paa det her i Byen værende Museum, har en Længde af 2 Al. 8 Tommer og dets störste Tykkelse er $3\frac{1}{2}$ Linie. Polypstokkens Farve skal efter Sigende i levende Live være höiröd; paa de i Spiritus opbevarede Exemplarer var den bruunröd.

Denne Söfjær forekommer ikke saa sjelden paa betydelige Dybder i Lofoten. Vi have opkaldt den efter Hr. Stiftamtmand Christie, der har stiftet det herværende Museum, og godhedsfuld meddeelt os samme til Beskrivelse. Af de hidtil bekjendte Söfjære nærmer den sig meget til V. junçea Linn.; men foruden den betydelige Störrelse og Tykkelse, nærværende Art opnaaer, adskiller den sig fra samme saavel ved det stærkere og tykkere Been, som ved Mangel paa Finner, der tillægges V. junçea.

Forklaring over Figurerne.

Tab. I.

Fig. 1. En Klase med Kapsler af Tubularia larynx med Æg og Unger i forskjellige Udviklingsstadier, temmelig forstörrede.

a) Klasestilk. b) Den röde Masse. c) Membranen, der omgiver samme. d) Huulheden, hvori Æggene udvikles. e) De fire Klapper, der findes paa Spidsen af enhver Kapsel. f) Kapselaabning, hvorigjennem Ungerne træde ud.

Fig. 2. Forestiller et Æg.

a) Den ydre Membran. b. Blommen.

Fig. 3. Et Æg, der er begyndt at udvikles.

a) Den ydre Membran. b) Blommen med to knopformige Fremstaaenheder.

Fig. 4. En Unge, der har erholdt 8 knudeformige Fremstaaenheder, seet forfra.

Eig. 5. Ligeledes en Unge med 10 Tentakler.

Fig. 6. En Unge, seet fra Siden, ligeledes med 10 Tentakler, lidt mere udviklet end i Fig. 5.

Fig. 7. En Unge med 12 Tentakler.
a) Den koniske Fremstaaenhed paa Skiven. b) Mave. c) Höreorganer. d) Tentakler.

Fig. 8. En fuldvoxen Unge med 16 Tentakler. Bogstaverne som til Fig. 7.

Fig. 9. 2 Kapsler, af hvilke den ene viser en fuldvoxen Unge, som just er ifærd med at forlade Kapslen, den anden derimod en tom Kapsel, som er begyndt at indskrumpe.

Fig. 10. En Tentakel af en Unge, stærk forstörret.

Tab. II.

Fig. 1. Larve af Alepas sqvaliçola, taget ud af Æghylsteret og seet fra Bugsiden, forstörret.

Fig. 2. En Larve, indesluttet i Æghylsteret, seet fra Ryggen.

Fig. 3. En Larve, seet fra Siden.

Fig. 4. Fremstiller Ascidia venosa, i hvis Hylster der findes en Mængde Blærer, som indeholde Rogn af en Mollusk.
a) En Blære, fyldt med Rogn. b) Den tilsluttede Aabning af samme.

Fig. 5. Et Embryo af ovennævnte Mollusk, seet fra Siden og stærkt forstörret.
a) Hylster. b) Nautilusagtig Conchylie. c) Kappen. d) En af de runde med Svömmehaar forsynede Lapper. e) Öie. f) Höreorgan. g) Fod. h) Laag. i) Spiserör. k) Mave. l) Tarm. m) Lever. n) Blommekugler. o) Hjerte. p) Blodkugler.

Fig. 6. Fremstiller Hovedet tilligemed Karforgreningerne i de 2de runde med Svömmehaar forsynede Lapper, 600 Gange forstörret.

Fig. 7. Conchylien, seet ovenfra.

Tab. III.

Fig. 1. Virgularia Christii, omtrent i halv naturlig Störrelse.

Fig. 2. Ft Stykke af Stilken med dens Celler og Polyper, omtrent een Gang forstörret.
aa) Polypceller. bb) Polyper.

Tab. IV.

Fig. 1. Söstjernen med Svömmeapparatet i naturlig Störrelse.

Fig. 2. Söstjernen med den forreste Deel af Svömmeapparatet, forstörret.
aa) De 2 överste Tentakler. bb) De 6 Sidetentakler. cc) De 4 underste Tentakler. d) Den överste Böile. e) Den underste Böile. f) Söstjernen. g) Tarmekanalen. h) Respirationsröret.

Fig. 3. Söstjernen seet ovenfra, forstörret.
a) Tarmkanalen. b) Den fremstaaende Deel af samme. c. Respirationsröret.

Fig. 4. Söstjernen seet fra Bugsiden, forstörret.

Fig. 5. Et Stykke af Skelettet af en Arm, seet fra Bugen forstörret.

Fig. 6. De smaae Krystaller, hvoraf Pladerne dannes, forstörret.
a) Et Kalkstykke, der udfylder et Hul, forstörret.

Fig. 7. Et Stykke af Kalknættet tilligemed Pigge, forstörret.

Fig. 8. En Pig forstörret.

VII.

Iagttagelser over den magnetiske Intensitet paa forskjellige Steder af Europa.

Af

Chr. Langberg.

De Iagttagelser over den horizontale magnetiske Intensitet, som her meddeles, ere anstillede paa en i Aarene 1843 og 1844 udfört Reise; jeg benyttede mig til disse Iagttagelser af Hansteens bekjendte, for den Reisende yderst beqvemme Svingningsapparat, samt af et Chronometer af Arnold. Dette Svingningsapparat var nylig för min Afreise hjemkommet fra et nær treaarigt Ophold i Newfoundland, og den til samme hörende magnetiske Staalcylinder havde under dette Ophold, som af nedenstaaende Iagttagelser vil sees, viist sig særdeles constant, da Svingningstiden neppe havde aftaget $\frac{1}{2}$ Sekund paa 1118″,4, som var Tiden af 300 Svingninger af samme Cylinder her i Christiania i 1839. En omhyggelig Sammenligning mellem Cylinderens Svingetid og den samtidige Stand af Bifilarapparatet i det herværende magn. Observatorium för min

Afreise og efter min Hjemkomst, som Hr. Prof. Hansteen har haft den Godhed at udföre, har viist, at Cylinderens magnetiske Moment ogsaa i denne Mellemtid kun meget lidt har forandret sig, nemlig blot 2″ paa en Svingetid af 1120″, en Aftagelse, der er saa liden, at man uden mærkelig Feil kan antage den proportional med Tiden. Jeg har desuden paa selve Reisen haft Anledning til at controllere Cylinderens Uforanderlighed saavel i München, som i Prag, deels ved anstillede absolute Intensitetsbestemmelser, deels ved Sammenligning med Bifilarstanden i de magnetiske Observatorier paa disse Steder.

Iagttagelserne ere anstillede paa den af Prof. Hansteen angivne Maade [1]). Paa ethvert Sted er nemlig iagttaget 390 Svingninger af den magn. Cylinder, og Tiden efter Chronometret optegnet ved Begyndelsen af hver 10de Svingning, indtil den 390de; derpaa er taget Forskjellen mellem de optegnede Klokkeslet ved Svingningerne 0 og 300; 10 og 310 o. s. v. indtil 90 og 390, og af de saaledes fundne 10 Tidsforskjeller er taget et Middeltal, som fölgelig giver den ucorrigerede Værdie for Tiden af 300 Svingninger. Reductionen til uendelig smaae Svingebuer er dernæst udfört efter den af Hansteen l. c. givne Formel (Magazinets 3 B. S. 99 Formel B). Har man nemlig observeret $p+1$ Værdier af n Svingninger, ved at tage Forskjellen mellem Svingningerne 0 og n, 10 og $n+10$ o. s. v. indtil $10p$ og $n+10p$, og deraf taget Middeltallet

$$\frac{1}{p+1}\Sigma T'$$

og er e_0 Begyndelses-Elongationen, $e_{\gamma}=\frac{1}{2}e_0$, hvor alt-

[1]) Nyt Mag. for Naturv. 3 B. S. 96 og fölgende.

saa r betyder den Svingning, ved hvilken Elongationen er aftaget til det Halve af hvad den var ved Observationens Begyndelse; sættes fremdeles

$$\log h = \frac{1}{r} \log (\tfrac{1}{2}) = -\frac{1}{r} \log 2$$

$$\text{og } \frac{1}{2} \frac{1+h^2}{1-h^2} = \text{A}, \ \frac{1}{2}\frac{1}{4} \cdot \frac{1+h^4}{1-h^4} = \text{B}$$

$$\frac{1-h^{2n}}{1-h^{20}} \cdot \left(1-h^{20(p+1)}\right) = P; \ \frac{1-h^{4n}}{1-h^{40}} \cdot \left(1-h^{40(p+1)}\right) = Q,$$

saa er

$$\frac{1}{p+1} \Sigma T' = T\left[1 + \frac{1}{n(p+1)} A\,P\left(\frac{e_0}{4}\right)^2 + \frac{1}{n(p+1)} B\,Q\left(\frac{e_0}{4}\right)^4 + \right],$$

hvor T er den til forsvindende Buer reducerede Tid af n Svingninger.

I nærværende Tilfælde er nu $p = 9$, $n = 300$, altsaa

$$P = \frac{1-h^{600}}{1-h^{20}}(1-h^{200}), \ Q = \frac{1-h^{1200}}{1-h^{40}}(1-h^{400})$$

fölgelig

$$\log T = \log \tfrac{1}{10} \Sigma . T' - \log\left[1 + \tfrac{1}{3000} A\,P\left(\frac{e_0}{4}\right)^2 + \tfrac{1}{3000} B\,Q\left(\frac{e_0}{4}\right)^4\right]$$

$$= \log \tfrac{1}{10} \Sigma T' - \frac{m\,A\,P}{3000}\left(\frac{e_0}{4}\right)^2 - \frac{m\,B\,Q}{3000}\left(\frac{e_0}{4}\right)^4 + \dots$$

hvor m er Modulus for det Briggiske Logarithme-System.

Begyndelses-Elongationen var ved alle mine Iagttagelser efter Omstændighederne snart 30°, snart 20°. For begge disse Elongationer har jeg for forskjellige Værdier af r beregnet de tilsvarende Værdier af ovenstaaende Reductionslogarithme; de indeholdes i fölgende Tabel, hvor Tallene betegne Eenheder af 5te Decimal af log $\frac{1}{10} \Sigma T'$.

r	$e_0 = 30^0$	$e_0 = 20^0$
120	— 131	— 58
130	— 145	— 64
140	— 160	— 71
150	— 173	— 77
160	— 186	— 82
170	— 199	— 88
180	— 211	— 93
190	— 223	— 99

Temperaturen i Svingningsapparatet optegnedes ved hver Iagttagelses Begyndelse og Ende. Er Middelet af begge disse Temperaturer lig Θ, og T Tiden af n Svingninger ($= nt$) ved Normaltemperaturen τ (som ved alle mine Iagttagelser er lig $+ 7^0 5\, R$), saa er for min Cylinder $\log T = \log nt - 14.9\,(\Theta - \tau)$, hvor Subtractor ligeledes er udtrykt i Eenheder af 5te Decimalsted.

Er endelig Chronometrets daglige Acceleration for Middeltiden $= a$, saa maa man for at reducere den observerede Svingetid til Middelsoltids Sekunder istedetfor $\log T'$ tage $\log T' - \frac{1}{2}\,a$, hvor Correctionen $\frac{1}{2}\,a$ som før er udtrykt i Eenheder af 5te Decimalsted.

Den magnetiske Cylinder var ophængt i et enkelt Silkeormespind, saa at Torsionen ganske kan sættes ud af Betragtning.

For at bestemme Staalcylinderens magnetiske Moment observeredes af Prof. Hansteen Tiden af 300 Svingninger i Observatoriets Have ved Christiania, og denne fandtes

1839	7 Apr.	$2^h 3'$ Eft.	$T =$	$1118''6$
	26 Mai	11 23 Fmd.	$=$	1118.6
	26 Mai	6 51 Eft.	$=$	1117.9
			Middel $=$	$1118''37$

för Apparatets Afsendelse til New-Foundland.

1843. 6 Mai $0^h30'$ Eft. $T=1118''25$ för min Afreise

1845 15 Novb. 11^h10 Fmd. $=1120''26$ efter min Hjemkomst

Cylinderens magnetiske Moment har altsaa været næsten uforanderligt, da Svingningstiden i over 6 Aar blot er tiltaget 2″ paa 1120″, naar den ubetydelige Tilvæxt af Jordens horizontale magnetiske Kraft sættes ud af Betragtning.

Betegner H den horizontale magnetiske Intensitet i absolute Eenheder efter Gauss, T Tiden af 300 Svingninger (reducerede til en bestemt Normaltemperatur og forsvindende Buer) samt α Inductionscoefficienten for min Cylinder, eller Correctionen af Svingetiden formedelst det ved Jordmagnetismens inducerende Kraft forandrede magnetiske Moment af Svingningscylinderen, saa er

$$H=\frac{C}{T^2}-\alpha H^2,$$

hvor C betegner en af Cylinderens magnetiske Moment afhængig Störrelse, der er constant saalænge dette Moment er uforanderligt.

Under mit Ophold i München i 1844 bestemte jeg med Bistand af Hr. Lamont, Directeur for det derværende Observatorium, Inductionscoefficienten α for min Cylinder ved 3 forskjellige Iagttagelser den 28de og 29de August, og fandt

$$\alpha=0.0026601.$$

Til Bestemmelse af Constanten C iagttoges den 6te Mai 1843 og den 15de Novbr. 1845 samtidig med Svingningsobservationerne hvert 5te Minut Standen af Bifilar-Instrumentet i det herværende magnetiske Observatorium, og tillige udförtes af Hr. Prof. Hansteen begge Gange en Bestemmelse af den absolute Intensitet, saa at jeg tör

antage de herved erholdte Værdier af Constanten C meget paalidelige. Man fandt

6 Mai 1843	$T = 1118''25$	$H = 1.5509$	$\log C = 6.28945$
15 Novb. 1845	$T = 1120''26$	$H = 1.5538$	$\log C = 6.29182$

Forandring af $\log C$ i 924 Dage $= 237$

Da til denne Forandring af $\log C$ svarer en Forandring af $H = 85$ eller kun 0.0054 af den hele Kraft for en Periode af 924 Dage eller over $2\frac{1}{2}$ Aar, saa kan man vel uden kjendelig Feil antage at Forandringen har været proportional med Tiden, og for Forlöbet af n Dage efter 6 Mai 1843, sætte

$$\log C = 6.28945 + \tfrac{237}{924}\,n = 6{,}28945 + 0{,}256\,n,$$

hvor altsaa Correctionen $0{,}256\,n$ er udtrykt i Eenheder af 5te Decimal af $\log C$.

Kjöbenhavn

ved Holkens Bastion, nær det magnetiske Observatorium.

I.

1843. 17de Juli. Beg. $2^h 14\frac{1}{2}'$ Eft. Ende $2^h 32'$. Göttinger Tid [1])

$n = 72$, $a = -39''2$, $r = 125$, $\Theta = +18^0 2$ og $18^0 0$, $e_{\prime\prime} = 30^0$

En stærk Vind afbröd Iagttagelsen, som i det Hele var mindre god, saa at alene 300 Svingninger bleve iagttagne. Den ureducerede Tid af 200 Svingninger fandtes lig $728''84$, og heraf T (eller den reducerede Tid af 300 Svingninger) $= 1084'',95$.

$$\log C = 6{,}28766 + 11 = 6{,}28777,\quad H = 1{,}6476.$$

II.

19de Juli. Beg. $10^h 31'$ F. Ende $10^h 54\frac{1}{2}'$ F. (God Obs.)

---

[1]) Iagttagelsestiderne ere i det Fölgende stedse udtrykte i Göttinger Middeltid.

$n=74$, $a=-39''2$, $r=115$, $\Theta=+16^0,5-16^0,2$, $e_0=30^0$
$T'=1089''98$, $T=1084''05$, $H=1,6503$.

III.

19de Juli. Sammesteds. Beg. $11^h6'$ F. Ende $11^h29'$ F.
$n=74$, $r=135$, $\Theta=+16^0,0-16^0,1$, $e_0=20^0$
$T'=1086''99$, $T=1082'',63$, $H=1,6547$.

Ved Middel af disse 3 Iagttagelser findes altsaa $H=1,6508$, som stemmer meget vel med Hansteens Iagttagelser paa samme Sted [1]) som give

1839 i Midten af Juli $=1,6503$
1840 i Slutningen af Juli $=1,6517$

London.

1843. August 13. Hyde-Park.

I.

Beg. $1^h4'$, Ende $1^h28'$ Eftm.
$n=99$, $a=-15''2$, $r=165$, $\Theta=16^07-16,8^0$; $e_0=30^0$
$T'=1071'',12$, $T=1063'',19$, $H=1,7160$.

II.

Sammesteds. Beg. $1^h4'$, Ende $1^h28'$ Eftm.
$r=158$, $\Theta=17^0,0-16^0,9$; $e_0=30^0$
$T'=1071''80$, $T=1063''68$, $H=1,7144$.

III.

1843. September 6. Sammesteds.
Beg. $0^h46\frac{1}{2}'$, Ende $1^h10'$ Eftm.
$n=123$, $a=-16''$, $r=180$, $\Theta=18^00-18^08$, $e_0=30^0$
$T'=1071'',81$, $T=1062'',84$, $H=1,7173$.

IV.

Kensington-Gardens, noget vestlig for det forrige Sted.
September 6. Beg. $1^h56\frac{1}{2}'$, Ende $2^h20'$ Eftm.

---

[1]) Nyt Mag. for Naturv. 3 B. 245.

$n = 123$, $r = 135$, $\Theta = 18^{\circ}9 - 16^{\circ}5$, $e_0 = 30^{\circ}$
$T' = 1071'',08$, $T = 1063'',77$, $H = 1,7143$.

Middelet af disse 4 Iagttaggelser giver altsaa den absolute horizontale Intensitet i London for August og September Maaneder 1843 lig 1,7155.

Sættes den i Paris fundne absolute horizontale Intensitet, der som nedenfor vil sees var lig 1,8418, som Eenhed, saa findes den relative Intensitet for London = 0.9314. Dette stemmer godt med ældre Sammenligninger af Intensiteten paa disse to Steder. Den relative Intensitet i London er nemlig efter

Quetelet (1830 og 39) = 0.937
Forbes (1832 og 37) = 0.938
Mdme Ainsworth . . . = 0.932.

Cork i Irland.

1843. August 24. Beaumont-House, paa fri Mark.

I.

Beg. $0^h 21\frac{1}{2}'$, Ende $0^h 45'$ Eftm.
$n = 110$, $a = -15''2$, $r = 157$, $\Theta = 15^{\circ}8 - 16^{\circ}6$, $e_0 = 30^{\circ}$
$T' = 1093'',67$, $T = 1086'',02$, $H = 1,6450$

Denne Iagttagelse er mindre paalidelig end den fölgende.

II.

Sammesteds. Beg. $4^h 22'$, Ende $4^h 45\frac{1}{2}'$ Eftm.
$r = 135$, $\Theta = 16^{\circ}2 - 15^{\circ}0$. $e_0 = 30^{\circ}$
$T' = 1091''37$, $T = 1084''72$, $H = 1,6489$.

Brüssel.

29de September 1843. I Hr. Professor Quetelets magnetiske Pavillon, som paa den Tid, jeg observerede der, ingen andre Instrumenter indeholdt.

I.

Beg. $0^h 0'$, Ende $0^h 24'$ Eftm.

$n=146$, $a=-12''7$, $r=175$, $\Theta=10^{\circ}2-9^{\circ}0$, $e_0=30^{\circ}$
$T'=1053''58$, $T=1048''26$, $H=1,7654$.

II.

Beg. $0^h37'$, Ende $1^h0'$ Eftm. $r=185$, $\Theta=9^{\circ}0-8^{\circ}8$, $e_0=30^{\circ}$
$T'=1053''59$, $T=1047''97$, $H=1,7664$.

III.

Beg. $1^h21'$, Ende $1^h45'$. $r=180$, $\Theta=8^{\circ}6-8^{\circ}9$, $e_0=30^{\circ}$
$T'=1053''35$, $T=1047''95$, $H=1,7665$.

IV.

Beg. $2^h10'$, Ende $2^h32\frac{1}{2}'$. $r=190$, $\Theta=8^{\circ}9-9^{\circ}0$; $e_0=20^{\circ}$,
$T'=1050''67$, $T=1047''92$, H$=1,7665$.

V.

Beg. $3^h5'$, Ende $3^h27\frac{1}{2}'$. $r=190$, $\Theta=9^{\circ}0-9^{\circ}1$, $e_0=20^{\circ}$
$T'=1050''03$, $T=1047''22$, $H=1,7689$.

Middeltallet af disse 5 særdeles vel overeensstemmende Resultater giver altsaa den absolute horizontale Intensitet i Brüssel den 29de September 1843

$$H=1,7667.$$

Paris.

1843. November 9. I frie Mark; Champs-Elysées.

Chronometrets Gang er ikke ganske sikker. Ved Sammenligning med Pendeluhret i Brüsseler-Observatoriet den 2den Oktober, og Pendelen i Pariser-Observatoriet den 13de December fandtes Uhrets daglige Retardation lig $4'',5$.

I.

Beg. $3^h16'$, Ende $3^h38'$ Eft. $n=187$, $a=-4''5$, $r=165$,
$\Theta=5^{\circ}0-4^{\circ}3$, $e_0=30^{\circ}$
$T'=1031''63$, $T=1028''11$, 1,8354.

II.

1844. Mai 9. I Hr. Aragos magnetiske Pavillon i Pariser-Observatoriets Have.

Beg. $1^h 38\frac{1}{2}'$, Ende $2^h 1'$ Eft.

$n = 369$, $a = +3''6$, $r = 185$, $\Theta = 18^0 2 - 19^0 2$, $e_0 = 30^0$

$T' = 1036''38$, $T = 1027''24$, $H = 1{,}8405$.

III.

Beg. $2^h 16\frac{1}{2}'$, Ende $2^h 39'$

$r = 188$, $\Theta = 19^0 1 - 19^0 0$, $e = 30^0$

$T' = 1035''96$, $T = 1026''62$, $H = 1{,}8427$.

IV.

Beg. $2^h 43\frac{1}{2}'$, Ende $2^h 55$ Eft. $r = 165$, $\Theta = 19^0 0 - 19^0 1$, $e_0 = 20^0$

Blot 200 Svingninger bleve iagttagne, og heraf udledet

$T = 1027''0$, $H = 1{,}8406$

1844. Mai 14. Paa samme Sted.

V.

Beg. $11^h 5'$, Ende $11^h 27\frac{1}{2}'$ Fmdg.

$n = 374$, $a = +3''6$, $r = 170$, $\Theta = 15^0 2 - 15^0 6$, $e_0 = 30^0$

$T' = 1034''83$, $T = 1027''30$, $H = 1{,}8404$.

VI.

Beg. $11^h 39\frac{1}{2}$, Ende $0^h 0'$F. $r = 172$, $\Theta = 15^0 8 - 16^0 0$, $e_0 = 30^0$

$T' = 1035''10$, $T = 1027''30$, $H = 1{,}8403$.

VII.

Beg. $0^h 29'$, Ende $0^h 51\frac{1}{2}'$E. $r = 170$, $\Theta = 16^0 0 - 16^0 5$, $e_0 = 30^0$

$T' = 1034''86$, $T = 1026''97$, $H = 1{,}8415$.

VIII.

Beg. $1^h 17'$ Ende $1^h 39$ E. $r = 180$, $\Theta = 16^0 8 - 17^0 7$, $e_0 = 30^0$

$T' = 1035''90$, $T = 1027''40$, $H = 1{,}8400$.

IX.

Beg. $5^h 52'$, Ende $6^h 14\frac{1}{2}$, $r = 185$, $\Theta = 17^0 9 - 18^0 2$, $e_0 = 30^0$

$T' = 1035''59$, $T = 1026''67$, $H = 1{,}8426$.

X.

Beg. $6^h29'$, Ende $6^h51'$, $r = 180$, $\Theta = 17^\circ9 - 17^\circ9$, $e_0 = 30^\circ$
$T' = 1035''12$, $T = 1026^\circ38$, $H = 1{,}8436$.

XI.

Beg. $7^h13\frac{1}{2}'$, Ende $7^h36'$, $r = 180$, $\Theta = 17^\circ7 - 17^\circ5$, $e_0 = 30^\circ$
$T' = 1035''43$, $T = 1026''80$, $H = 1{,}8421$.

I den Regelmæssighed, hvormed de fundne Værdier for Intensiteten voxe fra Formiddags- til Eftermiddags-Iagttagelserne, seer man tydelig Virkningen af sammes daglige regelmæssige Forandringer. Da nu den horizontale Intensitet har sit Minimum om Formiddagen mellem Kl. 10 og 12 og sit Maximum om Aftenen ved Kl 8 eller 9, saa vil ved alle Observationer, som ere anstillede för Kl. 1 eller 2 om Eftermiddagen, Intensiteten findes under, ved de senere anstillede over det daglige Middel. Middeltallet af begge disse Værdier kan derfor antages at give den midlere Intensitet befriet for Indflydelsen af dens daglige regelmæssige Forandringer. Da Længdeforskjellen mellem Paris og Göttingen i Tid er lig 30^m25^s, saa ville alle de anförte Iagttagelser fra I til VIII höre til förste, de 3 fölgende til sidste Gruppe, og man finder da af Iagttagelserne för Kl. 2 om Eftermiddagen

d. 9 Mai.	$H = 1.8405$	d. 14 Mai.	$H = 1.8404$
	1.8427		1.8403
	1.8406		1.8415
Middel	$H = 1.8413$		1.8405
		Middel	$H = 1.8405$

og af Iagttagelserne efter Kl. 2

14 Mai	$H = 1{,}8426$
	1.8436
	1.8421
Middel	$H = 1{,}8427$

Middelet af begge Grupper giver altsaa den absolute horizontale Intensitet i Paris i Midten af Mai Maaned 1844

$$H = 1.8418.$$

Brüssel.

Den 28de Mai 1844. I Hr. Quetelets magnetiske Observatorium, sammesteds som forhen.

I.

Beg. $1^h 51'$, Ende $2^h 15'$ Eftm.

$n = 388$, $a = -5''1$, $r = 184$, $\Theta = 10^\circ 8 - 10^\circ 2$, $e_0 = 30^\circ$

$T' = 1052''99$, $T = 1046''72$, $H = 1.7731$.

II.

Beg. $2^h 24'$, Ende $2^h 47'$, $r = 185$, $\Theta = 10^\circ 1 - 10^\circ 1$, $e = 30^\circ$

$T' = 1053''50$, $T = 1047''34$, $H = 1.7709$.

III.

Beg. $3^h 5'$, Ende $3^h 28'$, $r = 184$, $\Theta = 10^\circ 0 - 10^\circ 1$, $e = 30^\circ$

$T' = 1052''82$, $T = 1046''77$, $H = 1.7729$.

IV.

Beg. $3^h 36'$, Ende $3^h 59'$, $r = 185$, $\Theta = 10^\circ 1 - 10^\circ 1$, $e_0 = 30^\circ$

$T' = 1053''25$, $T = 1046''86$, $H = 1.7726$.

Hr. Quetelet havde den Godhed samtidig med ovennævnte Iagttagelser hvert 5te Minut at observere Standen af Bifilar-Magnetometret, og den til enhver af de anförte Observationsrækker svarende midlere Bifilarstand fandtes:

ved I. 6,38; II. 6,46; III. 6,58; IV. 6,49 Scaladele.

Temperaturen var den hele Tid constant og lig $57^\circ 9$ Fahr. Hr. Quetelet har i *Mémoires de l'academie de Bruxelles pour l'an 1845*, p. 36 givet fölgende Oplysninger angaaende sit Bifilar-Magnetometer:

„De af Collimateuren angivne Tal voxe paa samme „Tid, som den horizontale Intensitet. Enhver Deel af „Scalaen svarer til en Bue paa 1'093; Corrections-Coëffi-

„cienten for 1° Fahr. Temperaturforhöielse er lig — 0.102 „Scaladele. Den absolute horizontale Intensitet udtrykt i „Gaussiske Eenheder er lig

$$X_0 + 0.000356\, n,$$

„hvor n betegner Scaladelene.

„Hr. Lamont har mod Slutningen af Aaret 1844 fundet:

$$X_0 = 1.7547.“$$

Herefter skulde altsaa den til Frysepunktet eller 32° Fahr. reducerede Bifilarstand være

I. 3,74; II. 3,82; III. 3,94; IV. 3,85.

Multipliceres nu enhver af disse Tal med Coëfficienten 0,000356, saa faaer man:

$$\begin{array}{lrl}
\text{I.} & H = 1.7731 & = X_0 + 0.0013 \\
\text{II.} & 1.7709 & = X_0 + 0.0014 \\
\text{III.} & 1.7729 & = X_0 + 0.0014 \\
\text{IV.} & 1.7726 & = X_0 + 0.0014 \\
\hline
\text{Middel} & 1.7724 & = X_0 + 0.0014 \\
 & \text{eller} & X_0 = 1.7710 \\
\text{Men efter Lamont er} & & X_0 = 1.7547 \\
\hline
 & & \quad -163
\end{array}$$

Hvori denne temmelig betydelige Forskjel mellem det af Hr. Lamont og mig erholdte Resultat har sin Grund, kan jeg ikke forklare, hvis ikke Bifilaret i Mellemtiden mellem mine og Hr. Lamonts Iagttagelser har undergaaet nogen Forandring; thi deels stemme mine ovenanförte Iagttagelser for vel overeens, saavel indbyrdes, som med de Aaret forud erholdte, til at Forskjellen kan grunde sig paa nogen Observationsfeil fra min Side; deels har jeg, som nedenfor vil sees, siden haft Anledning til i München direkte at sammenligne den med mit Apparat erholdte

Intensitet med den med Hr. Lamonts Instrumenter samtidig bestemte, og begge Iagttagelser ere saagodtsom identiske [1]).

Sammenligner man de af mig for Paris og Brüssel erholdte Intensiteter, eller sættes Intensiteten i Paris lig 1, saa findes for Brüssel

29 September 1843 . . 0,9591
28 Mai 1844 0,9622

Middel = 0,9606

Dette stemmer godt med den af andre Iagttagere fundne relative Intensitet for disse Steder. Efter *Annuaire de l'observ. de Bruxelles 1843 p. 248* er nemlig den horizontale Intensitet i Brüssel, naar Intensiteten i Paris antages som Eenhed, fölgende:

Aar.	Intensitet.	Iagttagerne.
1828	0,951	Sabine
1829	0,958	Quetelet
1830	0,970	—
1831	0,961	Nicollet, Plateau og Quetelet
1832	0,971	Rudberg
1832	0,961	Forbes
1833	0,969	Quetelet
1837	0,960	Forbes
1838	0,969	Bache
1839	0,961	Quetelet

Middel = 0,963

Observationsstederne ere for alle disse Iagttagelser

[1]) Medens dette er under Trykning, har Hr. Lamont skriftlig underrettet mig om, at denne Forskjel mellem hans og mine Intensitets-Bestemmelser, alene grunder sig paa en Trykfeil i Brüsseler-Memoirerne, nemlig $X_0 = 1.7647$ istedetfor 1.7517.

de samme som for mine, nemlig Hr. Aragos magnetiske Pavillon i Paris, og Observatoriets Have i Brüssel. Man seer, at den af mig fundne Intensitet er meget nær lig Middelet af alle de ældre Iagttagelser, hvilket end mere garanterer for Paalideligheden af mine Sammenligninger.

Bonn.

1844. Juni 3. I Prof. Argelanders magnetiske Observatorium, hvor endnu ingen Instrumenter vare opstillede.

I.

Beg. $4^h 43'$, Ende $5^h 6'$ Eftm.

$n = 394$, $a = -5''$, $r = 170$, $\Theta = 12^\circ 5 - 12^\circ 2$, $e_0 = 30^\circ$

$T' = 1045''44$, $T = 1038''99$, $H = 1{,}7996$.

II.

Beg. $5^h 10'$, Ende $5^h 32\frac{1}{2}'$ Eft. $r = 170$, $\Theta = 12^\circ 2 - 12^\circ 0$, $e_0 = 30^\circ$

$T = 1045''28$, $T = 1038''91$, $H = 1{,}7998$.

Sættes den i Paris fundne Intensitet $= 1$, saa findes den relative Intensitet for Bonn $= 0{,}9770$.

Quetelet har fundet (1830 og 1839) 0,976
Forbes . . . . (1832 og 1837) 0,979

Middel 0,9775 som ovenfor.

Tübingen.

1844. Juni 26. Tæt ved Neckarfloden, i det lige under Slottet værende Promenade-Anlæg. Centrum oscillerende paa Grund af den stærke Vind.

I.

Beg. $4^h 11'$, Ende $4^h 32'$ Eftm.

$n = 417$, $a = -6''0$, $r = 165$, $\Theta = 17^\circ 3 - 17^\circ 5$, $e_0 = 30^\circ$

$T' = 1017''54$, $T = 1009''70$, $H = 1{,}9052$.

II.

Beg. $4^h 38'$, Ende $5^h 0'$ Eft. $r = 175$, $\Theta = 17^\circ 5 - 17^\circ 1$, $e^0 = 30^\circ$

$T' = 1017''83$, $T = 1009''7$, $H = 1.9051$.

Bern.

1844. Juli 9. Café du Mont; i Haven noget nedf. Huset.

Beg. 6^h0, Ende $6^h22'$ Eftm.

$n=430$, $a=-9''0$, $r=170$, $\Theta=14^05-14^00$, $e_0=30^0$

$T'=1001''62$, $T=994''83$, $H=1{,}9624$.

Genf.

I.

1844. Juli 17. I Fæstningsgraven syd for Observatoriet.

Beg. $11^h33'$, Ende $11^h55'$ Fmdg.

$n=438$, $a=-13''0$, $r=135$, $\Theta=23^00-22^01$, $e_0=30^0$

$T'=997''97$, $T=989''54$, $H=1.9834$.

II.

I Fæstningsgraven, omtrent 100 Skridt fra det forr. Sted.

Beg. $0^h35'$, Ende $0^h56\frac{1}{2}'$ Eft. $r=170$, $\Theta=22^02-21^02$, $e_0=30^0$

$T'=998''36$, $T=989''12$, $H=1.9851$.

III.

19 Juli. Omtrent paa samme Sted, som förste Observation. Beg. $2^h28'$, Ende $2^h49\frac{1}{2}'$ Eftm.

$a=-13''$, $r=155$, $\Theta=18^00-18^05$, $e_0=30^0$

$T'=997''42$, $T=989''83$, $H=1.9823$.

Den horizontale Intensitet i Genf for 17—19 Juli findes altsaa i Middel lig 1.9836 i absolute Gaussiske Eenheder, eller lig 1.0766, naar den forhen for Paris fundne Intensitet antages som Eenhed. Samtidig med mig blev ogsaa den relative horizontale Intensitet i Genf iagttaget af Hr. Bravais, som ifölge en skriftlig Meddelelse til Hr. Quetelet [1]) fandt samme lig 1.075, altsaa kun lidt mindre end jeg.

Forövrigt stemmer Resultatet af mine Iagttagelser

---

[1]) *Mémoires de l'Académie de Bruxelles 1845 p. 41.*

fuldkommen med Middelet af de af ældre Iagttagere fundne Værdier for denne relative Intensitet. Saaledes fandt [1])

Quetelet . . .	1830 og 1839	1,075
Forbes	1832 og 1837	1,076
Bache	1837 og 1838	1,086
Mdme Ainsworth	. . . . .	1,072
	Middel	= 1,077

Anm. Samtidig med min Intensitets-Observation den 17 Juli iagttog Hr. Professor Plantamour i det magnetiske Observatorium Tiden af 100 Svingninger af det der ophængte Unifilar-Magnetometer, og fandt samme lig $38^m\,20^s\,94$; Temp. $+21^0 1$ C. Elongationen var ved Svingningernes Begyndelse 49′ og ved Enden 36′.

Mailand.

1844. Juli 28. I fri Mark strax udenfor Byen, mellem Porta orientale og Porta Tosa.

I.

Beg. $0^h 48\frac{1}{2}'$, Ende $1^h 9\frac{3}{4}'$ Eftm.

$n = 449$, $a = -13''4$, $r = 185$, $\Theta = 21^0 5 - 21^0 5$, $e_0 = 30^0$

$T' = 986''02$, $T = 976''59$, $H = 2.0362$.

II.

Beg. $1^h 27'$, Ende $1^h 47\frac{1}{2}'$ Eft. $r = 180$, $\Theta = 21^0 4 - 21^0 7$, $e_0 = 30^0$

$T' = 986''52$, $T = 977''19$, $H = 2.0337$.

Den 28 Juli 1844 var altsaa den horizontale Intensitet i Mailand lig 2.0349. Dette Resultat, som stemmer godt med Kreils mange absolute Bestemmelser for samme Sted, er derimod betydelig större, end den af Sartorius von Waltershausen og Listing fundne Værdie for

[1]) l. c. *Tome XIII. Seconde mémoire sur le magnetisme terrestre en Italie p. Quetelet. p. 25.*

samme horizontale Intensitet [1]). Af 13 Iagttagelser, hvoraf 2 absolute Bestemmelser, udlede nemlig disse Iagttagere den absolute Horizontal-Intensitet i Mailand for November Maaned 1834 = 1.9716, en Værdie, der vel falder under alle andre Iagttagelser fra samme Sted. Hr. Kreil har nemlig fundet ved mange absolute Bestemmelser [2])

October 1836	H=2,01839	(9 Observ.)
Mai, Juni, August 1837 . .	2,02598	(10 Observ.)
April og October 1838 . .	2,04231	(10 Observ.)
	Middel = 2,02889	

At den af Kreil og mig bestemte Intensitet for Mailand maa foretrækkes for den af v. Waltershausen og Listing fundne, viser sig ved at sammenligne den relative Intensitet for samme Sted (naar Intensiteten i Paris sættes =1) saadan som den udledes af mine Iagttagelser, med den, som ældre Iagttagere have fundet; forhen er nemlig fundet [3]) af

Quetelet	1830 og 1839	1,114
Bache	1837 og 1838	1,111
Mdme Ainsworth	. .	1,084
	Middel	=1,103

Den relative Intensitet efter mine Iagttagelser er kun meget lidt forskjellig herfra, nemlig =1.1047.

Venedig.

1844. August 8. St. Nicolo de Lido, tæt ved den jödiske Begravelsesplads, i fri Mark.

1) *Gauss u. Weber, Resultate des magn. Vereins. 1840.*

2) *Osservationi sull' Intensitá della forza magnetica &c. Milano. p. 5.*

3) Quetelet l. c. p. 21.

I.

Centrum oscillerede stærkt paa Grund af den hæftige Vind.

Beg. $2^h28'$, Ende $2^h49\frac{1}{2}$ Eftm.

$n = 460$, $a = -13''4$, $r = 190$, $\Theta = 22^0 5 - 22^0 7$, $e_0 = 30^0$

$T' = 979''09$, $T = 969''22$, $H = 2.0673$.

II.

Nær ved samme Sted, men mere i Ly for Vinden.

Beg. $3^h23\frac{1}{2}'$, Ende $3^h44\frac{1}{2}'$ Eft.

$r = 185$, $\Theta = 23^0 3 - 24^0 1$, $e_0 = 30^0$

$T' = 979''35$, $T = 969''24$, $H = 2.0672$.

I Middel er altsaa $H = 2,0672$, eller naar Intensiteten i Paris sættes lig 1 = 1,1222.

Listing og Satorius v. Waltershausen fandt i Venedig i December 1834 $H = 2.0310$. Skjöndt Forskjellen mellem denne Bestemmelse og min her blot er omtrent Halvdelen, af hvad den var for Mailand, er den dog större, end hvad man kan tilskrive en Observationsfeil alene. Da Listing og Waltershausen, efter hvad den Sidste af disse Herrer mundtlig har fortalt mig, udförte sine Iagttagelser i den botaniske Have i Venedig, og i Haven ved Pallazo di Brera i Mailand, altsaa midt inde i begge Byer, og omgivet af Bygninger, medens mine Iagttagelser ere anstillede paa fri Mark og paa forskjellige Steder, er det sandsynligst at antage, at locale Paavirkninger have ladet hine Iagttagere finde Intensiteten for liden.

Den af mig fundne relative Intensitet for Venedig er ogsaa i god Overeensstemmelse med de Resultater, som ældre Iagttagere have erholdt. Saaledes fandt

Quetelet	1830 og 1839	1.127
Bache	1837 og 1838	1.129
Mdme Ainsworth	. .	1.110
	Middel =	1.122

eller ganske, som jeg har fundet.

Roveredo.

1844. August 10. I Grev Fedrigottis Have paa den næstöverste Terasse, ligeoverfor Albergo Imperiale.

I.

Beg. $2^h 7\frac{1}{2}'$, Ende $2^h 29'$ Eft.

$n = 462$, $a = -14''5$, $r = 175$, $\Theta = 17^\circ 4 - 17^\circ 3$, $e_0 = 30^\circ$

$T' = 985''39$, $T = 977''58$, $H = 2.0323$.

II.

Beg. $2^h 39'$, Ende $3^h 1'$ Eft. $r = 205$, $\Theta = 17^\circ 9 - 19^\circ 2$, $e = 30^\circ$

$T' = 986''57$, $T = 977''60$, $H = 2.0322$.

München.

I Hr. Lamonts magnetiske Observatorium.

I.

Den 23de August 1844.

Beg. $11^h 18'$, Ende $11^h 40'$ Fmdg.

$n = 475$, $a = -11''4$, $r = 204$, $\Theta = 13^\circ 0 - 13^\circ 0$, $e = 30^\circ$

$T' = 1008''62$, $T = 1001''36$, $H = 1.9376$.

II.

Beg. $11^h 50\frac{1}{2}'$, Ende $0^h 12\frac{1}{2}'$

$r = 195$, $\Theta = 13^\circ 0 - 13^\circ 1$, $e_0 = 30^\circ$

$T' = 1098''39$, $T = 1001''33$, $H = 1.9377$.

III.

Den 28de August. Sammesteds. Beg. $11^h 53'$, Ende $0^h 14\frac{1}{2}'$

$n = 480$, $a = -12''7$, $r = 190$, $\Theta = 11^\circ 9 - 11^\circ 7$, $e_0 = 20^\circ$

$T' = 1005''05$, $T = 1001''43$, $H = 1.9373$.

IV.

Beg. $0^h25'$, Ende $0^h47'$ Eftm.

$r=200$, $\Theta=11^{\circ}7-11^{\circ}9$, $e_0=20^{\circ}$

$T'=1004''97$, $T=1001''18$, $H=1.9383$.

Samtidig med disse Svingningsobservationer iagttoges Standen af Observatoriets Differential-Instrumenter, hvis Angivelser Hr. Lamont havde den Godhed at verificere ved en absolut Bestemmelse. Saaledes fandtes samtidig for den absolute horizontale Intensitet

Langberg	1.9376;	1.9377;	1.9373;	1.8383
Lamont .	1.9354	1.9368	1.9386	1.9394
	+ 22	+ 9	— 13	— 11

Eller i Middel fandtes for Intensiteten den 23de og 28de August

efter	Langberg	1.9377
—	Lamont .	1.9376
		— 1

Den fuldkomne Overeensstemmelse af disse Resultater viser altsaa, at den Correction for Tabet af min Svingningscylinders magnetiske Moment, som jeg af Iagttagelserne i Christiania för min Afreise og efter min Hjemkomst har udledet, er fuldkommen paalidelig.

Om Eftermiddagen den 28de og om Formiddagen den 29de August anstilledes de för omtalte Iagttagelser til Bestemmelse af Inductions-Coëfficienten for min magnetiske Cylinder. Da jeg frygtede for at sammes magnetiske Moment ved de under Afböinings-Iagttagelserne uundgaaelige Manipulationer med Cylinderen, og dens Nærhed til den bevægelige Magnet (hvis Masse rigtignok var meget mindre end hiins) kunde være undergaaet nogen Forandring, anstilledes umiddelbar efter den sidste af hine

Iagttagelser atter to Rækker af Svingningsobservationer, for paany at bestemme dette Moment, og herved erholdtes:

V.

29de August. Beg. $3^h54\frac{1}{2}'$, Ende $4^h16'$ Eftm.

$n = 481$, $a = -12''7$, $r = 190$, $\Theta = 12^\circ9 - 12^\circ6$, $e_0 = 30^\circ$

$T' = 1010''11$, $T = 1003''27$, $H = 1.9302$

Lamont $= 1.9397$

-95

VI.

Beg. $4^h25'$, Ende $4^h47'$ Eft. $r = 205$, $\Theta = 12^\circ5 - 12^\circ3$, $e_0 = 20^\circ$

$T' = 1006''86$, $T = 1002''86$, $H = 1.9318$

Lamont $= 1.9399$

-81

Da jeg blot kunde optegne Differential-Instrumenternes Stand ved Begyndelsen og Enden af hver af Svingningsobservationerne, ere vistnok ikke disse Sammenligninger saa paalidelige, som de forrige, men tyde dog i ethvert Fald hen paa at Cylinderen ved Afböiningsforsögene muligens har tabt noget af sit magnetiske Moment.

At imidlertid dette Tab blot kan have været forbigaaende, viser tydelig Sammenligningen med de absolute Bestemmelser i Christiania efter min Hjemkomst, der stemme saa godt med Iagttagelserne i München den 23de og 28de August för Afböiningsforsögene; det forekommer mig derfor sandsynligst, at det antydede Tab blot er foranlediget ved en paa Grund af Cylinderens Nærhed til den frie Magnetnaal, eller maaskee paa Grund af dens verticale Stilling under Afböiningsforsögene fremkaldt Induktion, der altsaa lidt efter lidt igjen er forsvundet.

Wien.

Den 16de Septbr. 1844. Prater; i fri Mark Sydost for Jernbanestationen.

Beg. $4^h46\frac{1}{2}'$, Ende $5^h8'$ Eft.

$n=499$, $a=-13''1$, $r=170$, $\Theta=15^o9-14^o0$, $e_0=30^o$

$T'=998''68$, $T=991''75$, $H=1.9754$.

Prag.

Den 21de September. I den aflukkede Deel af den saakaldte Kaisergarten paa Hradschin, paa samme Sted, hvor Kreil har anstillet sine absolute Bestemmelser.

I.

Beg. $9^h39'$, Ende $10^h0',5$ Fmdg.

$n=504$, $a=-13''1$, $r=158$, $\Theta=13^o9-14^o0$, $e_0=30^o$

$T'=1024''82$, $T=1018''38$, $H=1.8739$.

II.

Beg. $10^h20'$, Ende $10^h42'$ Fd. $r=170$, $\Theta=14^o8-15^o4$, $e=30^o$

$T'=1025''65$, $T=1018''45$, $H=1.8737$.

Samtidig med disse Observationer havde Hr. Kreil den Godhed hvert 5te Minut at lade iagttage Standen af Bifilaret i det magnetiske Observatorium. Denne fandtes under förste Iagttagelsesrække lig 355.87 Scaladele, Temp. $+14^o.8$, og under sidste 360.11, Temp. 14^o9. Da for dette Instrument til 1^o Tilvæxt i Temperaturen svarer en Aftagelse i Intensiteten af 11 Scaladele, og Aflæsningerne aftage med voxende Intensitet, saa er den til 0^o Temp. reducerede Bifilarstand lig 518.67 og 524.01. Til Scaladelen 342.78, reduceret til 0^o Temp., svarer Intensiteten 1.87048, og 1 Scaladeel er $\frac{1}{16101}$ af den hele Intensitet. Heraf findes den absolute Intensitet under mine Iagttagelser:

	I.	II.
Kreil	1.8677	1.8683
Langberg	1.8739	1.8737
	+62	+54.

Hr. Kreils absolute Bestemmelser give altsaa Intensiteten for Prag noget mindre end den efter Lamonts og Hansteens Iagttagelser burde være. Hr. Kreil yttrede ogsaa mundtlig for mig, at han har fundet omtrent den samme Forskjel mellem sine Intensitets-Bestemmelser i 1844 (der bleve udförte med Lamonts magnetiske Theodolit) og de i forrige Aar med andre Instrumenter anstillede, og antog, at Forskjellen grundede sig paa en mindre skarp Bestemmelse af Theodolitens Constanter.

Dresden.

Den 1 October 1844. I fri Mark ved den nordvestlige Side af den saakaldte Grosse Garten udenfor Byen.

I.

Beg. $11^h22'$, Ende $11^h44\frac{1}{2}'$ Fmd.

$n = 514$, $a = -13''4$, $r = 180$, $\Theta = 9^\circ9 - 9^\circ5$, $e_0 = 30^\circ$

$T' = 1037''01$, $T = 1031''36$, $H = 1.8274$.

II.

Beg. $11^h54'$ Fmd. Ende $0^h17'$ Eftm.

$r = 180$, $\Theta = 9^\circ9 - 10^\circ8$, $e_0 = 30^\circ$

$T' = 1036''86$, $T = 1030''95$, $H = 1.8289$.

I August Maaned 1839 observerede Hansteen den horizontale Intensitet i Dresden (paa Pladsen nær det nye Theater), og fandt [1]):

---

[1]) Nyt Mag. for Naturv. 3 B. p. 247.

Aug. 15.	$8^h 58'$ F. Dresdener midl. Tid	$H =$	1.8230
— 18.	$10^h 9'$ —		1.8223
— 20.	$5^h 42'$ E.		1.8279
— —	$6^h 4'$ —		1.8282
		Middel	1.8252

som stemmer vel med Middelet af mine to Iagttagelser 1.8282, og som vel tillige beviser, at det formodede Tab i min Svingningscylinders magnetiske Moment d. 29de August snart igjen maa have udjevnet sig, eller maaskee rettere blot har været en Fölge af at Differential-Instrumenternes Stand blot kunde optegnes ved Begyndelsen og Enden af Svingningsobservationerne, og Sammenligningen saaledes var mindre paalidelig.

VIII.

Andet Bidrag til Kundskab om norske Mineralier.

(Fortsættelse af den i forrige Bd. S. 333 begyndte Opsats).

Af

Th. Scheerer.

---

1. Bergmannit.

Dette især under Navnet „Avnesteen" bekjendte Mineral udgjör paa ikke faa Steder, fornemmelig paa Öerne i Langesunds-Fjorden ved Brevig og i Laurvigs og Frederiksværns Omegn, en accessorisk Bestanddeel af Zirkonsyeniten. Dets ydre Charakter er bekjendt; med Hensyn til dets chemiske Constitution har man derimod hidtil, paa Grund af manglende Analyse, været i Uvished. Werner og Philips betragtede det som et eget Mineralspecies, som den förste kaldte Avnesteen (Spreustein), fordi dets uregelmæssig straalige Textur har Lighed med sammenblandede Avner, og som den Sidste, efter Torbern Bergmann, tillagde Navnet Bergmannit. Hausmann, v. Leonhardt og nogle andre Mineraloger regnede dette Mineral derimod

senere til Wernerit- (Skapolith-) Gruppen. Efter mine Undersögelser har det fölgende Sammensætning:

	I.	II.
Kiseljord . .	47,97 . .	48,12
Leerjord . .	26,66 . .	26,96
Jernoxyd . .	0,73 . .	0,22
Kalkjord . .	0,68 . .	0,69
Natron . . .	14,07 . .	14,23
Kali	Spor . .	Spor
Vand	9,77 . .	10,48
	99,88	100,70

Det til Analysen I anvendte Mineral havde en kjödröd Farve, hvorimod det til Analysen II anvendte var næsten fuldkommen hvidt. Af begge Analyser fremgaaer det med Sikkerhed, at Bergmannitens chemiske Constitution er aldeles identisk med den almindelige Natron-Mesotyp, som den forekommer t. Ex. ved Högau i Schlesien, i Auvergne og paa andre Findesteder. Den kjödröde Varietets Farve hidrörer, som jeg ved en mikroskopisk Undersögelse har overbeviist mig om, kun fra en liden Qvantitet interponert amorph Jernoxyd.

2. Disthen.

Disthen (Cyanit) findes, efter de Oplysninger jeg hidtil har kunnet forskaffe mig desangaaende, paa fölgende Steder: 1) Paa Næsodden ved Christiania, ledsaget af krystalliseret Apatit, indvoxet i en Qvartsnyre i Gneisen. 2) Ved Dragaas-Kobberhytte, nogle Miil fra Röraas. Her skal den forekomme med Staurolith. 3) Ved Fredrikshald (Skotsbjergfjeld og Soelbrakaas), i Qvartsnyrer, der deels forekomme i granatförende Glimmer- og Hornblendeskifer, deels i Gneis. 4) I Nærheden af Sælbo-Kobbergruber, i

Sælbodalen, Trondhjems-Stift. 5) I flere Gruber paa Holmegildfjeld, mellem Ide- og Aremark-Præstegjæld, ledsaget af Qvarts, Titanjern, Glimmer og Chlorit, i Gneis (eller Urleerskifer?). 6) i Armen-Grube ved Kongsberg, indvoxet i Qvarts, og ledsaget af en deels graalig deels grönlig Talkglimmer og lidt Rutil.

3. Jernnikkelkiis.

I min Beskrivelse over dette Mineral [1]) har jeg angivet, at det har Gjennemgange parallele med Fladerne af et regulært Octaëder. Denne Bestemmelse var, da jeg dengang kun havde mindre friske Stykker af Mineralet til min Disposition, alene derpaa begrundet, at det var lykkets mig af dets Masse at spalte nogle Octaëdre, der efter Öiemaal syntes at være fuldkommen regulære. Senere har jeg faaet Jernnikkelkiis, hvis Spaltningsstykker vare saa speilblanke, at en Vinkelmaaling ved Hjælp af Reflexions-Goniometret dermed kunde foretages. Paa denne Maade fandt jeg, som Middeltal af flere meget nær med hinanden overeensstemmende Maalinger, en Octaederkant $= 109^{\circ}24'$, medens denne Vinkel ved et regulært Octaeder er $= 109^{\circ}30'$. Forskjellen er saa liden, at den kan sættes ud af Betragtning. — Som Jernnikkelkisens chemiske Formel har jeg för opstillet:

$$\acute{N}i + 2\,\acute{F}e.$$

Dette Udtryk er ganske analog med Formelen for Cuban, et for kort Tid siden af Breithaupt opdaget og beskrevet Mineral, som, lig Jernnikkelkisen, krystalliserer tesseralt, og hvis Sammensætning, efter Scheidhauers Analyse, kan fremstilles ved:

---

[1]) S. dette Tidsskrift B. 4, Hft. 1, S. 94.

$$\acute{Cu} + 2\,\acute{Fe}.$$

Rammelsberg foretrækker imidlertid, paa Grund af at Cuban forekommer med Magnetkiis og Kobberkiis, at udtrykke dens Sammensætning ved:

$$\underline{\acute{Cu}}\,\underline{\overset{\prime\prime\prime}{Fe}} + 2\,\acute{Fe}$$

hvilken Formel svarer til det samme atomistiske Forhold af S : Cu : Fe, som den först angivne. Forandres Jernnikkelkisens Formel paa en analog Maade, saa faaer man:

$$\underline{\acute{Ni}}\,\underline{\overset{\prime\prime\prime}{Fe}} + 2\,\acute{Fe}.$$

Halv-Svovlnikkel, $\underline{\acute{Ni}}$, er rigtignok hidtil ikke bleven funden i Mineralriget, men denne Forbindelse kan, efter Arfvedson, fremstilles kunstigt.

4. Kalkspath.

En Kalkspath af guulagtig Farve, der i smaae Partier ledsager Kobberglandsen fra Bygland i Tellemarken, og som i sit Ydre ligner Bitterspath [1]), fandt Bergstuderende Winsnæs bestaaende af: 98,77 kulsuur Kalk og 1,23 kulsuur Magnesia. Herved er en liden Qvantitet Kobberglands og Jernoxyd, der mechanisk vare indblandede i Kalkspathen, bleven fradraget.

Den grovkornige Marmor fra Gjellebæk undersögte Bergstuderende Dahl, og fandt den bestaaende af:

Kulsyre . .	43,47
Kalkjord . .	55,48
Talkjord . .	0,54
Jernoxydul .	0,01
	99,50

Nogle Kalkspathkrystaller af udmærket Skjönhed, og

[1]) S. d. T. Bd. 4, Hft. 4, S. 409.

tildeels af en Længde af mere end en halv Fod, har Universitetets Mineralsamling for nogen Tid siden faaet af Hr. Thomas, Officiant ved Altens Kobberværk. Disse Krystaller ere blevne fundne i en til dette Værk hörende Grube, hvor de beklædte Væggene af Gangklöfter og Druserum. At de ere af en secondær Dannelse, sees deraf, at de ikke sjelden omgive skarptkantede Brudstykker af Sidestenen (især Leerskifer). Deres fremherskende Form er Skalenoedret R^3. Meget hyppig danne to saadanne Skalenoedre en Tvillingsform, hvis to Individuer have coinciderende Hovedaxer, og i en derpaa lodret Flade ere fordreiede 60^0 mod hinanden. Kun som meget underordnede Combinationsflader optræde undertiden $R^n (n \nearrow 3)$, $-R^3$ og nogle Rhomboedre. En særegen Tvillingsform, som hidtil ikke er bleven iagttaget ved nogen anden Kalkspath, optræder sjeldnere. Den bestaaer af to Skalenoedre R^3, hvis Sammensætningsflade er parallel med Afstumpningsfladen af en af Skalenoedrets stumpe Polkanter, en Dreiningsaxe lodret derpaa og en Dreiningsvinkel af 180^0. Da af begge Individuer kun omtrent den ene Halvdeel er uddannet, og da de pleie at være paavoxede med en Flade, der nærmelsesviis staaer lodret paa deres Sammensætningsflade, saa har en saadan Tvillingskrystal Udseendet af en rhombisk Söile med Vinkler af $104^0 38'$ og $75^0 22'$, og med en Tilspidsning lignende en Svalehale. En Afbildning af en saadan Krystal har jeg givet i Poggendorffs Annaler Bd. 75, S. 289.

5. Kiselmalachit.

Kiselmalachiten ledsager Kobberglandsen i de kobber-

ertsförende Granitgange paa Strömsheien i Sætersdal [1]. Den udfylder her mere eller mindre fine Sprækker i Feldspath, Qvarts eller Kobberglands. I uforvittret Tilstand er den af reen blaagrön Farve, svagt gjennemskinnende og noget mindre haard end Flussspath. Efter min Undersögelse har den, efter Fradrag af en ringe Qvantitet indblandet Bjergart, fölgende Sammensætning:

Kiseljord .	35,53
Kobberoxyd	43,54
Vand . . .	20,59
	99,66.

Denne Sammensætning stemmer meget nær overeens med Formelen $\dot{\mathrm{C}}\mathrm{u}^3\,\dddot{\mathrm{S}}\mathrm{i}^2 + 6\dot{\underline{\mathrm{H}}}$, som allerede v. Kobell har opstillet for Kiselmalachiten fra Boguslavsk. Ved Ophedning til 100° C taber Kiselmalachiten fra Strömsheien 3 Atomer Vand; herved bliver det vanskeliggjort med Nöiagtighed at bestemme dens specifiske Vægt, da man ikke tör udkoge den under Vand. I forskjellige mineralogiske Læreböger findes Kiselmalachitens specifiske Vægt angivet $= 2{,}0 - 2{,}2$. Törret ved 100° C, altsaa med 3 At. Vand mindre end i utörret Tilstand, fandt jeg dens spec. Vægt $= 3.317$. — Meget sandsynlig er Kiselmalachiten en parasitisk Dannelse, derved frembragt, at svovlsuur Kobberoxyd (opstaaet ved Kobberglandsens Forvittring) har indvirket decomponerende paa Granitens Feldspath. Ikke sjeldent findes halv decomponerede Feldspathpartikler omsluttede af Kiselmalachit.

6. Kobberglands.

Kobberglandsen fra Bygland i Tellemarken [2]) viser

---

1) S. d. T. Bd. 4, Hft. 4, S. 411.

2) S. d. T. Bd. 4, Hft. 4, S. 409.

sig i sin ydre Charakter forskjellig fra Kobberglandsen fra Strömsheien i Sætersdalen. Den förste er, lig den normale Kobberglands, fuldkommen dröi, hvorimod den sidste stedse viser en meget tydelig, efter een Retning gaaende Bladgjennemgang. For at see, om denne ydre Forskjel var begrundet paa en forskjellig chemisk Constitution, analyserede jeg begge Mineralier, og erholdt herved fölgende Resultat.

	Kobberglands fra Strömsheien:	Kobberglands fra Bygland:
Svovl	20,36	20,43
Kobber	79,12	77,76
Jern	0,28	0,91
	99,76	99,10

Heraf fremgaaer, at disse to Mineralier, uagtet deres forskjellige ydre Charakter, have den samme chemiske Sammensætning, hvorved det bliver sandsynliggjort, at Kobberglandsen her optræder dimorph. Denne Anskuelse understöttes tillige derved, at Kobberglandsen i Strömsheien har en anden spec. Vægt end Kobberglandsen fra Bygland; den förstes spec. Vægt er nemlig = 5,795 og den andens = 5,521. Halv-Svovlkobber ($\underline{\acute{C}u}$) maa altsaa herefter være trimorph, da Mitscherlich har viist, at det kunstigt fremstillede krystalliserer efter det tesserale System. Naar nemlig den naturlig forekommende, rhombisk krystalliserede Kobberglands, ophedes til Smeltning og derefter langsomt afkjöles, saa faaes den i tesserale Krystaller. Kobberglandsen fra Bygland kan nu hverken være identisk med det rhombiske eller det tesserale Halv-Svovlkobber; det förste ikke, paa Grund af sin ringere

spec. Vægt, og det andet ikke, paa Grund af, at den besidder tydelige Bladgjennemgange i een Retning.

7. Kobbernikkel.

I en af Hr. Baron Wedel-Jarlsbergs Jerngruber paa Östre-Langöe fandt Hr. Hytte-Inspecteur Wankel for nogle Aar siden et Mineral, der efter Udseendet syntes at være Kobbernikkel. I de Prövestykker, Hr. Wankel havde den Godhed at meddele mig til nærmere Undersögelse, er det sammenvoxet med Kalkspath og Hornblende. Efter en af mig foretaget Analyse bestaaer Mineralet af:

Arsenik . .	54,35
Nikkel . . .	44,98
Jern . . .	0,21
Kobber . .	0,11
Svovl . . .	0,14
	99,79

Denne Sammensætning svarer meget nær til den almindelige Kobbernikkels Formel, Ni As. Det undersögte Minerals specifiske Vægt er = 7,663, altsaa noget höiere end 7,6, som, efter andre Iagttagere, er Kobbernikkelens spec. Vægt. Rigtignok anvendte jeg kun 2,475 Grm. Mineral til den spec. Vægts Bestemmelse, en Qvantitet, der for et saa specifisk tungt Mineral turde være noget for liden. — Som bekjendt skal Kobbernikkel, ledsaget af Prehnit og noget Sölv, för være bleven funden i Nödebro-Gruben ved Arendal.

8. Kryptolith.

Saaledes har Wöhler [1]) kaldet et af Phosphorsyre

[1]) Poggendorffs Ann. Bd. 67, Hft. 3, S. 424.

og Ceroxydul bestaaende Mineral, som han i meget tynde, neppe linielange Krystaller, fandt indvoxet i Apatiten fra Arendal. Ved at overgyde denne Apatit med Salpetersyre bemærkede Wöhler, at smaae, naaleformige Krystaller traadte frem paa Apatitens angrebne Overflade, hvilke omsider, efterat al phosphorsuur Kalk var bleven oplöst i Salpetersyren, levnedes uoplöste i Solutionen. Disse Krystaller, der besidde en lys viinguul Farve og en spec. Vægt af omtrent 4,6, ere Kryptolith. Deres Form synes at være hexagonal. De Apatitstykker, i hvilke Wöhler fandt meest af dette Mineral, indeholdt 2 til 3 Procent deraf, hvorimod han i andre Stykker ingen Kryptolith kunde opdage. Tillige fandt Wöhler, at ogsaa Solutionen af den phosphorsure Kalk i Salpetersyre var noget cerholdig, hvilket han tilskrev Kryptolithens ikke fuldkomne Uoplöslighed i Salpetersyre.

Ifölge Hr. Wöhlers Anmodning har jeg undersögt Apatit fra forskjellige arendalske Findesteder [1]) med Hensyn til den omtalte Indblanding af Kryptolith. Jeg fandt dette Mineral imidlertid kun i Apatiten fra Tromöe. Ved at betragte denne Apatit under Mikroskopet, opdages deri sparsomt fordeelte, skarpkantede prismatiske Krystaller, hvis Længdeaxer ere indbyrdes parallele og tillige synes at være parallele med Apatitens basiske Flade (0 P). Disse Krystaller vare endnu betydelig mindre end de af Wöhler undersögte. De fleste opnaaede ikke en Længde af 0,02—0,03 Par. Lin., og Diameteren af de tykkere ud-

---

[1]) Apatiten forekommer, som bekjendt, i de fleste arendalske Gruber, men især i Barbo- og Langsev-Gr, i Thorbjörnsboe-Gr., Lyngrot-Gr., Næskil-Gruberne og paa Tromöen (Voxnæs-Gruberne).

gjorde mellem 0,0025 og 0,007 Par. Lin. Mineralet fortjener altsaa sit Navn! Af omtrent 20 Grm. Apatit erholdt jeg ved Behandling med Salpetersyre 0,055 Residuum, bestaaende af Kryptolith og et let bruunligt Pulver, som især indeholdt Kiseljord, Leerjord, Jernoxyd, Manganoxyd og Kalk. Af Kryptolithen fremstilledes 0,024 Grm. Leerjord svarende til omtrent 0,033 phosphorsuurt Ceroxydul. Apatitens Kryptolith-Gehalt belöb sig fölgelig til 0,17 Procent. Phosphorsyren blev kun qvalitativ bestemt. — Den af hine 20 Grm. Apatit erholdte Solution i Salpetersyre indeholdt en betydelig större Qvantitet Cer end selve Kryptolithen. Ved denne Solutions Inddampning afsatte sig, för den phosphorsure Kalk udskiltes, phosphorsuur Ceroxyd som et guulagtigt Pulver, hvoraf henimod 0,100 Grm. Ceroxyd bleve fremstillede. Dette svarer til en Gehalt af omtrent 0,5 Proc. Ceroxydul i Apatiten. At Ceroxyden virkelig er forhaanden i det sidsnævnte Mineral og ikke hidrörer fra Kryptolithen, der tildeels kunde være bleven oplöst af Salpetersyren, fremgaaer med Sikkerhed af et Factum, som herefter skal anföres. Hvor lidet sandsynligt det desuden er, at Kryptolithens Krystaller i nogen betydelig Grad angribes af kold Salpetersyre, viser sig deraf, at de ved Salpetersyrens Indvirkning frigjorte Krystaller slet ikke synes at være angrebne. Under Mikroskopet have de, ved 300gange lineær Forstörrelse, fuldkommen det samme Udseende som de, der endnu sidde i Matrix. — Endvidere undersögte jeg fölgende Apatiter.

Apatit fra Fredriksværn, i omtrent linietykke, men ikke sjelden tommelange Krystaller af deels grönlig deels lysegul Farve, indvoxede i Zirkonsyenit. Disse Krystaller, som af nogle Iagttagere ere blevne holdte for Beryl, pleie at ledsage Pyrochlor og Polymygnit, ikke

blot ved Fredriksværn, men ogsaa ved Brevig og Laurvig. Skjöndt ingen Kryptolith ved mikroskopisk Undersögelse deri kunde opdages, indeholdt de dog omtrent 5 Procent Ceroxyd (Cer, Lanthan og Didym). Jeg besad kun en altfor liden Mængde af denne Apatit, til dermed at kunne foretage en fuldstændig og nöiagtig Analyse. Nogle af dens Krystaller indeholdt en amorph pulverformig Substants, bestaaende af Kiseljord, Jernoxyd, Kalkjord og Talkjord, som i enkelte Individer var forhaanden i saadan Mængde, at den, efter den phosphorsure Kalks Extraktion med Salpetersyre, blev tilbage i Form af en let, svampagtig Masse, der havde de samme Contourer som Krystallen. At Cergehalten ikke paa nogen Maade stod i Sammenhæng med dette Legemes Indblanding fölger deraf, at Cer ogsaa blev funden i lysegule Krystaller, der vare fuldkommen gjennemsigtige.

Apatit fra Langsev-Gr., Lyngrot-Gr., Næskil-Gr. og fra en ikke navngiven arendalsk Grube indeholdt hverken Kryptolith eller Ceroxydul. Det samme gjælder af Apatiten fra Snarum, som allerede af Wöhler er bleven undersögt.

Apatit fra Baikalsöen, i store og grönne Krystaller, efterlod ved Behandling med Salpetersyre 0,2 Procent af et Mineral, der lignede Kryptolith. Dets Krystaller vare noget længere end Kryptolithens i Apatiten fra Tromöen, men de besadde en endnu ringere Diameter. Under Mikroskopet viste det sig, at de ere indvoxede parallel med Apatitens Hovedaxe, altsaa paa anden Maade end Kryptolith-Krystallerne. Ved chemisk Undersögelse af dette Mineral, hvortil imidlertid ikke mere end 0,024 Grm. kunde anvendes, fandt jeg, at det indeholdt over 50 Proc. Kiseljord, og desuden Kalkjord, Talkjord og Jernoxydul.

Det turde maaskee være en Asbest. Saa ringe Mængden deraf er i Apatiten fra Baikalsöen synes den dog at foraarsage en svag silkeagtig Glands, som denne Apatit besidder paa Söilefladerne.

Af disse Undersögelser viser det sig altsaa, at Apatiten fra Tromöen og fra Fredriksværn, Laurvig og Brevig ere ceerholdige. Denne Cergehalt synes at være foranlediget ved ceerholdige Mineralier, der forekomme sammen med Apatiten. Saaledes har Apatiten fra Tromöen sandsynligviis optaget Cer af Kryptolithen, og den fra Fredriksværn &c. af Pyrochlor, Polymygnit, og et andet ceerholdigt Mineral, der undertiden optræder i en eiendommelig Forbindelse dermed, men som jeg hidtil ikke tilstrækkelig har undersögt.

9. Radiolith.

Dette i Zirkonsyeniten, især i Brevigs Omegn forekommende Mineral er, efter Hünefeldt og Pfaff, ikke andet end Natron-Mesotyp, hvilket imidlertid, ved disse Chemikeres Undersögelser ikke tilstrækkelig er bleven godtgjort. Hünefeldt [1]) fandt nemlig ved en Analyse, hvortil kun 1 Grm. af dette Mineral blev anvendt, fölgende Sammensætning:

Kiseljord	41,88
Leerjord	23,79
Natron	14,07
Kali	1,01
Vand	10,00
Jernoxyd	0,91
Kulsuur Kalk . .	2,50
Bjergart &c.	5,50
	99,66

[1]) Schweiggers Journ. für Physik und Chemie, Bd. 52, S. 361.

og Pfaff [1]) angiver fölgende, vel kun approximative Vægtforholde af Bestanddelene: 48 Kiseljord, 27 Leerjord og 10 Natron. Efter min Analyse bestaaer Radiolithen af:

Kiseljord	48,38
Leerjord	26,42
Jernoxyd	0,24
Natron	13,87
Kali	1,54
Kalkjord	0,44
Vand	9,42
	100,31

Denne Sammensætning beviser med Sikkerhed, at Radiolithen, lig Bergmanniten, i Sandhed ikke er andet end Natron-Mesotyp. Kun ved en noget mere betydelig Kaligehalt og bedre uddannede Krystaller udmærker sig Radiolithen fremfor Bergmanniten.

10. Svovlkiis.

Ved Undersögelser, foretagne af Cand. Dörum og Bergstuderende Dahl og Hansteen, er det bleven godtgjort, at enkelte Svovlkiisarter udmærke sig ved en liden Kobolt-Gehalt. Dörum fandt i en Svovlkiis, hvoraf Hr. Bergmester Ström havde leveret mig en Pröve, 0,9 Procent Kobolt. Efter Dahls Analyse bestaaer en Svovlkiis fra Krageröes Omegn af:

Svovl	52,42
Jern	46,32
Kobolt	0,50
	99,24

Hansteen analyserede en Svovlkiis fra Omegnen

[1]) Schweiggers Journ. für Physik und Chemie. Bd. 53, S. 391.

af Omdal i Molands Præstegjæld, Tellemarken, og erholdt fölgende Resultat:

Svovl	48,05
Jern	40,78
Kobber	1,30
Kobolt	0,59
Bjergart (Qvarts) .	9,70
	100,42

Ved ingen af disse 3 Svovlkiisarter kunde Koboltgehalten, paa Grund af dens Ubetydelighed, opdages ved direkte at undersöge Mineralet for Blæseröret.

11. Spraglet Kobbererts.

Bergstuderende Dahl analyserede en dröi spraglet Kobbererts fra Tellemarken (tager jeg ikke Feil, fra Flegstvedt-Skjærpene i Laurdals Præstegjæld [1])) og fandt den bestaaende af:

Svovl	26,07
Kobber	57,55
Jern	16,21
	99,83

Dette Resultat staaer omtrent i Midten mellem Sammensætningen af en spraglet Kobbererts fra Mårtanberg i Dalarne, som för er bleven analyseret af Plattner [2]), og den af en krystalliseret spraglet Kobbererts fra et ubekjendt Findested, som Varrentrapp [3]) har undersögt. Disse Ertsers Sammensætning er nemlig:

1) S. dette Tidsskrift Bd. 4, Hft. 4, S. 408.

2) Poggendorffs Ann. Bd. 47, S. 351.

3) Samme Tidsskrift Bd. 47, S. 372.

	I.	II.
Svovl	25,80	26,98
Kobber	56,10	58,20
Jern .	17,36	14,85
	99,26	100,03

12. Wismuthglands.

Wismuthglands, ledsaget af bruun allochroitisk eller colophonitisk Granat, Magnetjern (krystallisert i Rhombedodekaedre), Svovlkiis, Kobberkiis og Blyglands, forekommer i nogle forladte Kobbergruber tæt ved Gjellebæk. Den nævnte Mineralblanding ligger umiddelbar paa Grændsen mellem Graniten og Overgangs-Leerskiferen, og det er öiensynligt, at den er et Omdannelses-Produkt af Leerskiferen, frembragt ved den sidstes Contakt med Graniten. Wismuthglandsen har en spec. Vægt af 6,403. Den bestaaer af:

Svovl .	19,12
Wismuth	79,77
Kobber	0,14
Jern .	0,15
	99,18

Det ved Analysen udskilte Wismuthoxyd syntes mig at være noget blyholdig. Denne Blygehalt kunde imidlertid ikke bestemmes qvantitativ, da det, efter de hidtil bekjendte Methoder, aldrig har villet lykkets mig, med Nöiagtighed at adskille smaa Qvantiteter Bly fra store Qvantiteter Wismuth.

13. Zinkblende.

Den i Nærheden af Akers Kirke ved Christiania fore-

kommende mörkebrune Zinkblende, som för er bleven undersögt af de Bergstuderende Dörum og Tönsager [1]), er senere ogsaa bleven analyseret af mig. Jeg fandt den sammensat af:

Svovl .	33,73
Zink .	53,17
Jern .	11,79
Mangan	0,74
Kobber	Spor
	99,43

Herefter synes det ikke, at Jern og Zink optræde i et constant Forhold i dette Mineral.

14. Zirkon.

I Langsö-Gruben ved Arendal forekommer en ugjennemsigtig, chokolade-bruun Zirkon, hvis fordetmeste ikke skarpt uddannede og lidet glindsende Krystaller enten ere indvoxede i Feldspath eller Kalkspath. Da disse Krystaller paa deres Overflade mere eller mindre tydeligen ridses af Qvarts, saa ansaae jeg dem i Förstningen for Malakon [2]), indtil jeg fandt, at deres spec. Vægt er = 4,387 og at de, i fiin pulverisert Tilstand, ikke decomponeres af Flussyre. Sönderbrydes en saadan Krystal, saa bemærker man, at kun et tyndt, nærmest Overfladen liggende Lag besidder hiin eiendommelige Farve. Under dette Lag viser sig et andet, omtrent ligesaa tyndt, men af melkehvid Farve, og derunder en Kjærne af en mere eller mindre gjennemsigtig Masse, der besidder alle den almindelige Zirkons Egenskaber. Betragtes det chokolade-brune Skikt

1) S. dette Tidsskrift Bd. 4, Hft. 4, S. 348.

2) Gæa norvegica, Hft. 2, S. 331.

under Mikroskopet, saa viser det sig gjennemtrukket af en stor Mængde i alle Retninger gaaende Sprækker, der sandsynligviis foraarsage dets (tilsyneladende) ringere Haardhedsgrad.

Under mit Ophold i Freiberg ifjor havde jeg Leilighed til at see en Mineralsvite, som af de Herrer Assessor Ihle og Geschworner Netto for nogle Aar siden var samlet paa den söndre Kyst af Seiland i Nordlandene, hvor denne Öe ved Rognsundet adskilles fra den söndenfor nærved liggende Stjernöe. Af denne Mineralsvite viser det sig, at en Syenit forekommer paa Seiland, der ikke alene i sit Ydre har Lighed med Zirkonsyeniten fra det söndre Norge, men i hvilken tillige ogsaa to af de Mineralier optræde, hvorved den sidste især er charakteriseret, nemlig Zirkon og Elæolith. Desforuden optræde deri, som ogsaa er Tilfældet i Zirkonsyeniten fra Brevig, hist og her sort Glimmer og Magnetjernsteen. Zirkonkrystallerne, der have fuldstændig den samme Habitus, som de fra Brevig, Laurvig og Fredriksværn, ere tildeels af en meget betydelig Störrelse. En fuldstændig uddannet og heel Krystal, som Hr. Netto har bragt derfra, og som nu befinder sig i Bergakademiets Mineral-Cabinet i Freiberg, veier, efter Prof. Breithaups Meddelelse, 99 Grm. Et Brudstykke af en noget mindre Krystal kjöbte jeg for vort Universitets Mineralsamling. Af de Zirkoner fra Brevig, Laurvig og Fredriksværn, som her opbevares, er den störste den, som for flere Aar tilbage kjöbtes af afdöde Prof. Esmark; den veier 92 Grm. Et Brudstykke af en större Krystal, som ogsaa blev afstaaet af Prof. Esmark til Universitetets Mineral-Cabinet, har derimod en Vægt af 103½ Grm. — Forekomsten af en zirkonförende Granit i Nordlandene, der iallefald har megen Lighed med Zir-

konsyeniten fra Christianias Overgangs-Territorium, synes mig at være et Factum, der fortjener Opmærksomhed.

I Vinter-Semesteret 1845 er en Deel Bjergarter, der henhöre til Christianias Overgangs-Territorium, bleven analyseret af de Bergstuderende **Andresen**, **Dahl**, **Hansteen**, **Mejdell**, **Saxild** og **Winsnæs**. Resultaterne af disse Analyser vil jeg her i Korthed meddele. De gjöre idetmindste en liden Begyndelse til at afhjælpe det store Savn, der finder Sted med Hensyn til vor Kundskab om de norske Bjergarters chemiske Sammensætning.

Syenit fra Maridals-Distriktet bestaaer efter **Winsnæs** af:

Kiseljord	66,39
Leerjord	13,79
Jernoxyd	3,61
Kalkjord	2,03
Flygtige Bestanddele .	1,03
Alkali	13,15
	100,00

Alkaliet bestemtes kun ved Tabet. Af dette Resultat sees tydeligt, at denne Syenit har en Sammensætning, der meget nær stemmer overeens med Feldspathens. Den ringe Afvigelse, som herved finder Sted, hidrörer kun derfra, at Syenitens næsten rene Orthoklas-Masse indeholder en liden Mængde mechanisk indsprængt Glimmer og Hornblende.

Leerskifer fra Akers-Kirke indeholder ifölge **Hansteens** approximative Bestemmelse:

Kiseljord	48,3
Leerjord	20,1
Jernoxyd	0,9
Talkjord	3,3
Kalkjord	0,6
Svovlkiis	9,2
Kulsuur Kali	9,1
Flygtige Bestanddele, Alkali og Tab . .	8,5
	100,0

Contakt-Bildning mellem Granit og Leerskifer fra Omegnen af Alunsöen, efter Dahl's Analyse:

Kiseljord	51,38
Leerjord	18,35
Jernoxyd	17,36
Talkjord	2,91
Kalkjord . , . . .	2,27
Kali	4,22
Natron	1,49
Flygtige Bestanddele .	1,95
	99,93

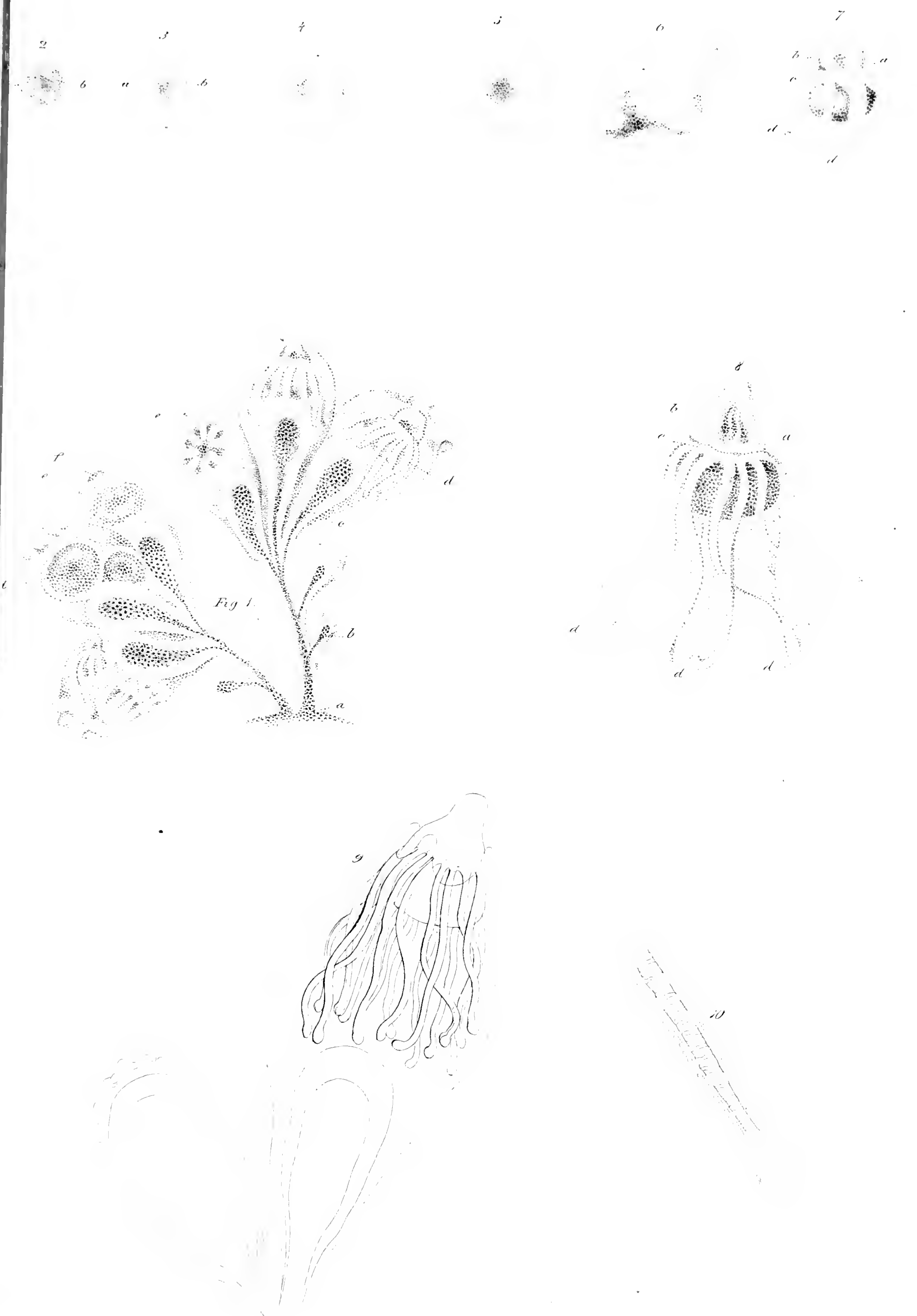
Sandsteen (röd og fiinkornig) fra to forskjellige Findesteder, Krogkleven og (naar jeg husker rigtigt) Drammen. Den förste Art undersögtes af Saxild, og den anden af S. Mejdell.

	I.		II.
Kiseljord	78,17	. .	78,85
Leerjord	12,90	. .	9,75
Jernoxyd	4,85	. .	5,47
Kalkjord	1,01	. .	3,62
Alkali, flygtige Bestanddele og Tab	3,07	. .	2,31
	100,00	. .	100,00

Grönsteen fra Prof. Jac. Keysers Lökke, efter Andresens Analyse:

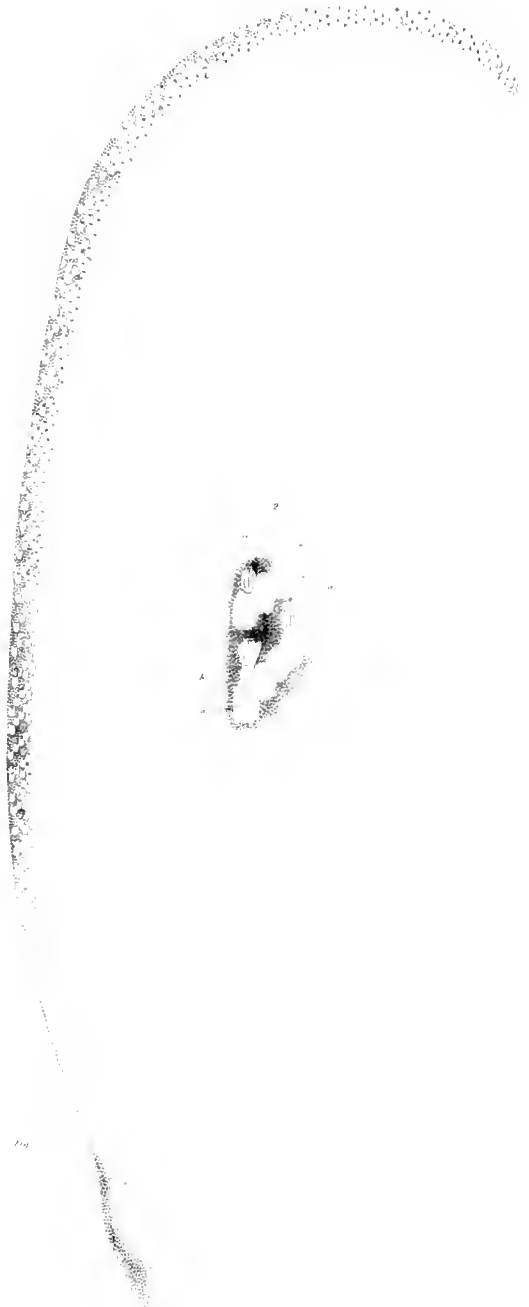
Kiseljord	56,15
Jernoxyd (og Jernoxydul)	17,86
Leerjord	16,55
Kalkjord	4,77
Talkjord	0,92
Flygtige Bestanddele, Alkali og Tab	3,75
	100,00

Tab. I.



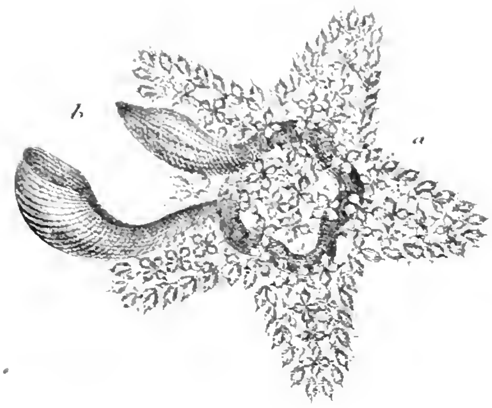
Tab. II.

Tab III



H. Bicker sc.

3.



4.

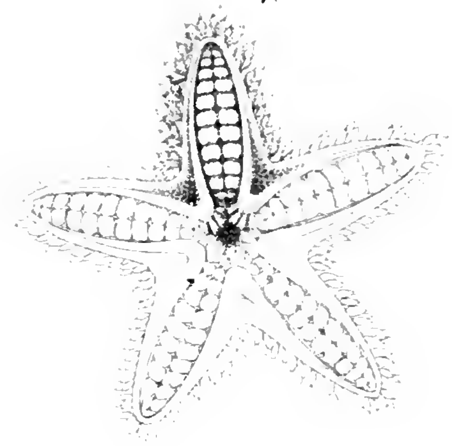
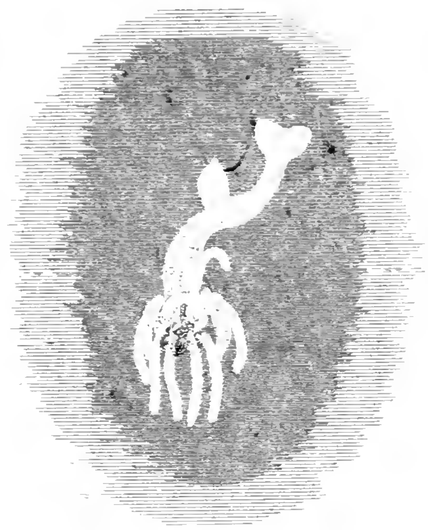
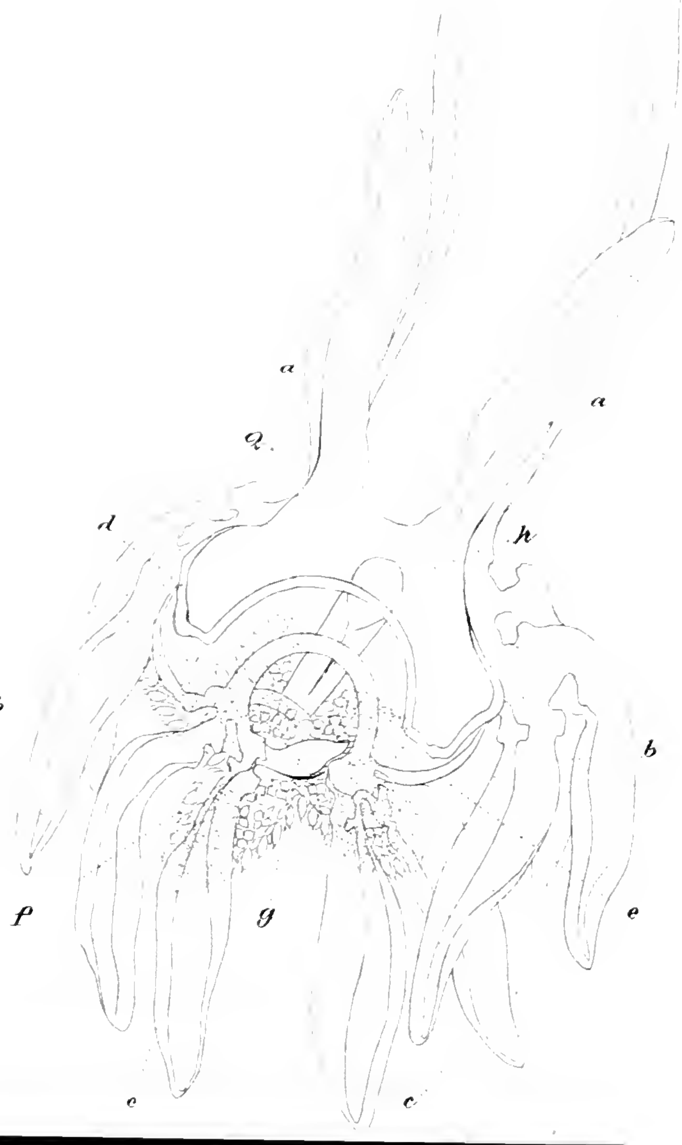
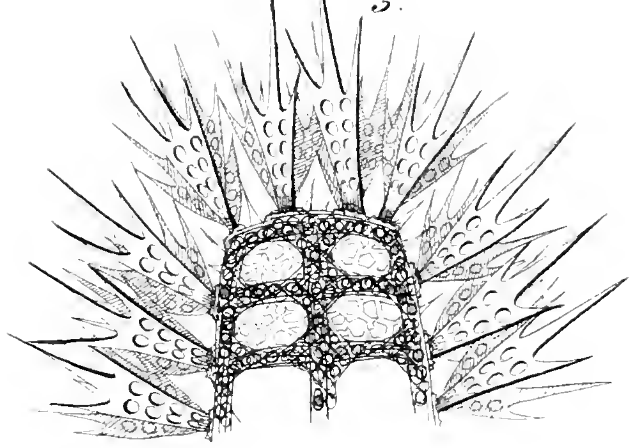


Fig. 1.





5.



8.

7.

6.

Nyt Magazin

for Naturvidenskaberne.

5te Bind.

IX.

Den ved de forskjellige Svovlsyrehydraters Forbindelse med Vand frembragte Volumformindskelse, og dennes Forhold til den frigjorte Varme.

Af

Chr. Langberg.

Foredraget ved Mödet af the british Association for the advancement of science i Oxford 1847.

I en foregaaende Afhandling (Mag. for Naturv. 4 B. 350 og Pogg. Ann. LX S. 56) har jeg viist, at naar man til en noksaameget med Vand fortyndet Svovlsyre tilsætter meer Vand af samme Temperatur, saa vil Blandingens Volum, naar den igjen har antaget sin oprindelige Temperatur, være mindre end Summen af begge Bestandelenes Volumina; Blandingen lider altsaa stedse en Contraction. I nærværende Opsats vil jeg söge at paavise

Loven for denne Contraction i visse Tilfælde, dens Afhængighed af den fortyndede Syres procentiske Sammensætning, samt den Forbindelse, der finder Sted mellem denne Contraction og den samtidig ved Blandingen udviklede Varme.

Det er bekjendt, at naar man til concentreret Svovlsyre $(SO_3 + H_2O)$ efterhaanden tilsætter meer og meer Vand, saa lider Vædskens Volum en Contraction, som opnaaer et Maximum, naar 100 Dele af Blandingen indeholder 73,29 Dele concentreret Syre og 26,71 Dele Vand, eller 1 Æqvivalent vandfri Syre (SO_3) og 3 Æqvivalenter Vand. Det er imidlertid let at indsee, at ogsaa enhver anden Blanding af Vand og Svovlsyre af hvilkensomhelst Fortyndningsgrad maa frembyde et lignende Contractions-maximum, naar man blander samme med endnu mere Vand. Indeholder t. Ex. Syren allerede 2 Atomer Vand, og man efterhaanden tilsætter mere Vand, saa lider Blandingens Volum sin största Contraction, ikke som forhen, naar den indeholder 3 Atomer Vand, men naar dens Sammensætning er 1 Atom vandfri Syre og 7,5 Atomer Vand; indeholder den oprindelige Syre 3 Atomer Vand, saa indtræffer Contractions Maximum, naar Blandingen har 11 Atomer Vand.

At dette maa finde Sted for enhver Syre indsees paa fölgende Maade. Betyder p' den Mængde vandfri Syre, som den anvendte fortyndede Syre indeholder, s' dens specifike Vægt, og tilsættes nu til denne fortyndede Syre saameget Vand, at 1 Deel af Blandingen indeholder p Dele vandfri Svovlsyre; betyder fremdeles S den specifike Vægt, som Blandningen vilde have, om ingen Contraction fandt Sted, og sætter man

$$x = \frac{s' - 1}{s'p'},$$

saa er

$$S = \frac{1}{1 - xp}.$$

Kalder man nu Blandingens virkelige specifike Vægt s, saa er det contraherte Volum lig $\frac{S}{s}$, naar Summen af begge Blandingsdelenes Volumina sættes lig Eenheden. Da nu S bliver lig s for de to Grændseværdier $p = p'$ og $p = 0$, og jeg forhen har beviist, at s er större end S for alle Værdier af p, som ligge mellem Grændserne 0 og p', saa er det klart, at $\frac{S}{s}$ maa have et Minimum, eller med andre Ord, at der for enhver fortyndet Svovlsyre, som blandes med meer Vand, findes et Maximum af Contraction.

Tabel I indeholder de til de forskjellige i förste Colonne angivne Fortyndningsgrader svarende Værdier af p' og s', og de deraf afledede Værdier for log x.

Tab. I.

Syrehydrat	p'	s'	log. x
SO_3 + 1aq	0. 81540	1. 8485	9 7504616
SO_3 + 2aq	0. 68833	1. 7613	9. 7979235
SO_3 + 3aq	0. 59553	1. 6324	9. 8132605
SO_3 + 4aq	0. 52478	1. 53333	9. 8213832
SO_3 + 5aq	0. 46905	1. 46179	9. 8283366
SO_3 + 6aq	0. 42402	1. 40749	9. 8342804
SO_3 + 7aq	0. 38689	1. 36487	9. 8394644
SO_3 + 9aq	0. 32921	1. 30219	9. 8481292
SO_3 + 12aq	0. 26906	1. 24083	9. 8581524
SO_3 + 15aq	0. 22748	1. 20049	9. 8657871

For saadanne Fortyndningsgrader, hvor p er mindre end 0.57, og hvor altsaa den anvendte Syre for eet Æqvi-

valent vandfri Svovlsyre indeholder meer end 3 Æqvivalenter Vand, kan den specifike Vægt sættes lig

$$1 + ap + bp^2 + cp^3 + dp^4,$$

hvor a, b, c og d have de i forrige Opsats [1]) fundne Værdier. Altsaa bliver

$$\frac{S}{s} = \frac{1}{(1-xp)(1+ap+bp^2+cp^3+dp^4)}.$$

Differentierer man dette Udtryk med Hensyn til p, og sættes Differentialet lig Nul, saa faaer man Ligningen

$$0=(a-x)+2(b-ax)p+3(c-bx)p^2+4(d-cx)p^3-5dxp^4,$$

som altsaa giver den Værdie af p, ved hvilken Volumet er et Minimum, eller for hvilken Volumcontractionen er störst. For de tre förste Hydrater i Tab. I er derimod den mindste Værdie af $\frac{S}{s}$, og den tilsvarende Værdie af p fundne ved graphisk Construktion.

Paa denne Maade ere de i fölgende Tabel anförte Værdier for Contractions-Maximum og det contraherede Volum fundne, naar Blandningens Volum uden Contraction antages som Eenhed.

Tab. II.

Contractions Maximum			Contraheret Volum $=v$	Contraction $=1-v$
for	ligger ved $p=$	eller		
$SO_3 +$ 1 aq	0. 595	$SO_3 +$ 3.00 aq	0. 921486	0. 078514
„ + 2 aq	0. 370	„ + 7.52 aq	0. 967734	0. 032266
„ + 3 aq	0. 288	„ + 10.92 aq	0. 976805	0. 023195
„ + 4 aq	0. 254	„ + 12.97 aq	0. 980735	0. 019265
„ + 5 aq	0. 224	„ + 15.30 aq	0. 983692	0. 016308
„ + 6 aq	0. 198	„ + 17.91 ap	0. 985972	0. 014028
„ + 7 aq	0. 184	„ + 19.60 aq	0. 987754	0. 012246
„ + 9 aq	0. 158	„ + 23.57 aq	0. 990421	0. 009579
„ + 12 aq	0. 127	„ + 30.36 aq	0. 993011	0. 006989
„ + 15 aq	0. 109	„ + 36.11 aq	0. 994668	0. 005332

[1]) Nyt Mag. for Nat. Vidensk. 4 B. S. 358.

Da Volumet af Blandingen i Nærheden af sit Minimum kun langsomt forandrer sig, kan man ikke vente at Tallene i anden og tredie Colonne kunne have stor Nöiagtighed; de anföres derfor ogsaa blot som en forelöbig Tilnærmelse, især da det endnu ikke er lykkets mig at opdage Loven for deres Afhængighed af den anvendte Syres Procentgehalt. Langt större Nöiagtighed har man Grund til at vente af Tallene i 4de og 5te Colonne. Betegner a, b og c tre umiddelbar paa hinanden fölgende Led af Tallene i 5te Colonne t. Ex. for $SO_3 + 4$ aq, $SO_3 + 5$ aq, $SO_3 + 6$ aq, saa vil man finde at paa det nærmeste fölgende Proportion finder Sted

$$(a + c) : c = 2a : b.$$

Saaledes for

$$a = 0.019265$$
$$b = 0.016308$$
$$c = 0.014028$$

er

$$(a + c) : c = 2{,}37 \text{ og}$$
$$2a : b = 2{,}36.$$

Men denne Egenskab characteriserer en reciprok arithmetisk Række af förste Orden, hvis almindelige Led har Formen

$$\frac{p}{q + rn} \text{ eller } \frac{\beta}{\alpha + n},$$

hvor n er Ledets Ordenstal, og α og β constante Störrelser.

Betegner altsaa C Maximum-Contractionen, naar den anvendte Syre indeholder n Æqvivalenter Vand, saa kan man sætte

$$C = \frac{\beta}{\alpha + n}. \quad (1)$$

Söger man efter de mindste Qvadraters Methode de Værdier af β og α, som bedst tilfredsstille alle de ovenfor anförte Værdier af C, saa findes [1])

$$(2)\quad \begin{aligned} \beta &= 0.07700596 \pm 0{,}0021532 = 0.07700596\,(1 \pm 0{,}0279615) \\ \alpha &= -0.0163004 \pm 0{,}027644 = -0{,}0163004\,(1 \pm 1.695910) \end{aligned}$$

De saaledes beregnede Værdiers Overeensstemmelse med de för fundne sees af fölgende Sammenstilling

Tab. III.

	Contraheret Volum		Maximum Contraction		
	fundet	beregnet	funden	beregnet	Forskjel
SO_3 + 1aq	0. 921486	0. 921718	0. 078514	0. 078282	+0. 000232
" +2aq	0. 967734	0. 961181	0. 032266	0. 038819	—0. 006553
" +3aq	0. 976805	0. 974191	0. 023195	0. 025809	—0. 002614
" +4aq	0. 980735	0. 980670	0. 019265	0. 019330	—0. 000065
" +5aq	0. 983692	0. 984548	0. 016308	0. 015452	+0. 000856
" +6aq	0. 985972	0. 987131	0. 014028	0. 012869	+0. 001159
" +7aq	0. 987754	0. 988973	0. 012246	0. 011027	+0. 001219
" +9aq	0. 990421	0. 991428	0. 009579	0. 008572	+0. 001007
" +12aq	0. 993011	0. 993574	0. 006989	0. 006426	+0. 000563
" +15aq	0. 994668	0. 994861	0. 005332	0. 005139	+0. 000193

Den midlere Feil findes lig 0. 001237 og den sandsynlige Feil af en enkelt Bestemmelse af C=0.000834. Betænker man, at den midlere Feil af den sp. Vægt efter Tabel II. l. c., ligeledes er lig 0. 00124 og den sandsynlige Feil af en enkelt Bestemmelse af samme lig 0.00084, og at altsaa Usikkerheden af den heraf beregnede midlere specifiske Vægt S maa være endnu större, saa synes Overeensstemmelsen mellem de ovenstaaende beregnede og de

[1]) I Beregningen af β og α er Contractionen for $SO_3 + 2aq$ ikke medtaget, da Bestemmelsen af denne synes langt meer usikker end nogen af de övrige.

af Iagttagelserne udledede Værdier af $\frac{S}{s}$ at være næsten större end man kunde vente, og formeentlig aldeles tilstrækkelig til at vise Rigtigheden af den antagne Lov for Volumcontractionerne. Större Harmonie mellem de fundne og beregnede Contractioner vilde man alligevel opnaae, om man ved Bestemmelsen af Constanterne α og β i Formel (1) ikke tog Hensyn til de af Svovlsyrens 3 förste Hydrater frembragte Contractioner, da disse efter hvad för er bemærket deels ere langt usikkrere end de övrige, ved hvilke den sp. Vægt s er udledet efter den af mig fundne nöiagtigere Interpolations-Formel, og deels paa Grund af sin betydeligere Störrelse, have en overveiende Indflydelse paa hine Constanters Bestemmelse.

De Værdier af α og β som bedst tilfredsstille de övrige 7 Contractions-Maxima findes da lig

$$(3) \quad \begin{aligned} \beta &= 0.0915977\,(1 \pm 0.022073) \\ \alpha &= 0.7013103\,(1 \pm 0.187280) \end{aligned}$$

Heraf findes:

IV.

Syrehydrat	beregnet Contraction	$\triangle$
$SO_3 + 4aq$	0.019483	−0.000218
5aq	0.016066	+0.000242
6aq	0.013669	+0.000359
7aq	0.011894	+0.000352
9aq	0.009442	+0.000137
12aq	0.007212	−0.000223
15aq	0.005833	−0.000502

Den midlere Usikkerhed af disse Værdier er her blot 0.000342 og den sandsynlige Feil af en enkelt Bestemmelse lig 0.000231, eller omtrent $\frac{1}{4}$ af den för fundne.

Formel (1) viser fremdeles, at for saadanne Svovlsyrehydrater, hvor Antallet af de med 1 Atom SO_3 forbundne Atomer Vand, er stort i Forhold til den constante Störrelse α, kan Contractions-Maximum sættes lig

$$(4) \qquad C = \frac{\beta'}{n},$$

med andre Ord: **det Contractions-Maximum, som forskjellige Svovlsyrehydrater kunne opnaae ved Tilsætning af mere Vand, er omvendt proportionalt med det Antal Atomer Vand, som i disse Hydrater er forbundet med 1 Atom vandfrie Syre.**

Da Værdien af α baade efter Ligningerne (2) og (3) er mindre end 1, saa kan man antage, at med Undtagelse af de 3 eller 4 förste Hydrater, Contractions-Maximum for de övrige Fortyndningsgrader, meget nær fölger den nysanförte Lov. Dette viser ogsaa fölgende Tabel, der indeholder de efter Formel (4) beregnede Værdier af Contractions-Maximum, naar man for β' antager den Værdie, der bedst tilfredsstiller alle de fundne Contractioner med Undtagelse af de tre förste, eller

$$\beta' = 0.081196\,(1 \pm 0.011827) \qquad (5)$$

V.

Hydrat	Maximum - Contraction beregnet	$\triangle$
SO_3+4aq	0.020299	−0.001034
5aq	0.016239	+0.000069
6aq	0.013533	+0.000495
7aq	0.011585	+0.000661
9aq	0.009022	+0.000557
12aq	0.006766	+0.000223
15aq	0.005413	−0.000081

Den midlere Usikkerhed bliver her 0.000594, og den sandsynlige Usikkerhed af en enkelt Bestemmelse ligger 0. 000401, altsaa fremdeles kun halvt saa stor som den sandsynlige Feil af den specifike Vægt *s* efter Tab. II (A) l. c., der ligger til Grund for Beregningen af Volumcontractionerne.

I ethvert Fald kan man, baade efter Formelen (1) og (3) opstille som almindelig Regel, at naar man til Svovlsyre af forskjellige Fortyndningsgrader sætter saameget Vand, at Blandingens Volum opnaaer sit Maximum af Contraction, saa kan Störrelsen af denne Contraction forestilles ved Længden af Ordinaterne til en ligesidet Hyperbel, hvis Asymptoter ere parallele med Coordinataxerne, naar det Antal Atomer Vand, som i den anvendte Syre ere forbundne med 1 Atom vandfrie Syre, antages som Abscisser.

Da det ellers bestandig maa ansees som Regel, at der ved et Legemes Volumformindskelse eller Contraction udvikles Varme, og det er bekjendt nok, at der ved at blande en endog temmelig fortyndet Svovlsyre med Vand, frigjöres en mærkelig Varmemængde, saa maatte man snart ledes til at troe, at den saaledes udviklede Varme stod i et bestemt Forhold til Volumformindskelsen. Et saadant Forhold er imidlertid hidtil ikke paaviist, og Chemikerne have selv benægtet Muligheden af nogen Causalforbindelse mellem Contractionen og den frigjorte Varme, af den Grund, at der gives andre Legemer, t. Ex. Alcohol af visse Fortyndningsgrader, som ved at blandes med Vand forögе sit Volum istedetfor at formindske samme, og dog udvikle Varme. Men det forekommer mig som denne Indvending ikke er afgjörende. Man kan vel ikke sige at Varmeudviklingen er en umiddelbar Virkning af Volumforandrin-

gen; thi da vilde det vistnok være paradox, at en Udvidelse og en Sammentrækning af Volumet skulde have samme Virkning; men rettere maa man vel antage, at saavel Volumforandringen som Varmeudviklingen begge ere Virkninger af en höiere Aarsag, nemlig de chemiske eller molekulare Kræfters Bestræbelse for at antage en ny Ligevægtsstilling, og da Störrelsen af begge Virkninger naturligviis maa rette sig efter Intensiteten af den virkende Kraft, saa er der intet Urimeligt i, at saavel Volumforögelsen som Contractionen vil kunne udtrykkes som en Funktion af den frigjorte Varme, og omvendt.

Den Betragtning, at Vædskens Molekuler, naar Blandningens Volum har opnaaet sit Minimum, maa antages at være meest symmetrisk anordnede, og at have antaget en stabil Ligevægtsstilling, som de endog med en vis Træghed söge at bibeholde, da Volumet i Nærheden af dette sit Minimum ved Tilsætning af mere Vand kun yderst langsomt forandrer sit Forhold til Summen af Blandningsdelenes Volum; denne Betragtning siger jeg, i Forbindelse med fölgende Forsög af Parkes, har allerede for flere Aar tilbage bragt mig til at slaae ind paa en Vei, for at opfinde Forbindelsen mellem Volumforandringen og den under samme frigjorte Varme, som endelig idetmindste for Svovlsyrens Vedkommende synes at have ledet til Spörgsmaalets tilfredsstillende Besvarelse.

Parkes har nemlig anstillet flere Forsög over den Temperatur, som frembringes, naar man blander concentreret Svovlsyre og Vand i flere Forholde. Han fandt [1]), at naar der til ligestor Mængde Vand efterhaanden tilsæt-

---

[1]) Parkes chemische Abhandl. und Versuche S. 135 u. f.; Thenards Lehrbuch der Chemie 2 B. S. 465.

tes större og större Mængde Syre, saa voxede Blandingens Temperatur indtil et vist Maximum, og aftog derpaa atter ved Tilsætning af mere Syre. Denne Maximum Temperatur (216° Fahr) indtraf, naar Mængden af Vand og Syre forholdt sig som 10 : 25, altsaa naar Blandingen indeholdt 1 Æqvivalent vandfri Syre og 3 Æqvivalenter Vand, eller det indtraf ved samme Fortyndningsgrad som Contractions-Maximum.

Ved sine vigtige thermochemiske Undersögelser har fremdeles Hess sögt at bevise, at naar til de forskjellige Svovlsyrehydrater: $SO_3\,H_2O$, $SO_3\,2H_2O$, $SO_3\,3H_2O$, $SO_3 4H_2O$ o. s. v. sættes et Overskud af Vand, saa forholde de ved Syrens og Vandets Forbindelse frigjorte Varmemængder (naar disse ved en ny Tilsætning af Vand ikke mere foröges) sig til hinanden som Tallene 10 : 6 : 4 : 3 : 2, eller med Undtagelse af det förste Hydrat, som har Forholdstallet 10 istedetfor 12, forholder sig den frigjorte Varmemængde omvendt som Vandatomernes Antal i den anvendte Syre. Men dette er netop den samme Regel, som vi nys have fundet for Störrelsen af Contractions-Maximum for de tilsvarende Hydrater.

For at kunne anstille en Sammenligning mellem Störrelsen af de för fundne Contractions-Maxima og de af Hess iagttagne Varmemængder, har jeg valgt den af Hess's Forsögsrækker, som denne Iagttager selv synes at ansee for den fuldstændigste og nöiagtigste. Bestemmelsen af den udviklede Varme synes nemlig endnu at være forbunden med saa store Vanskeligheder, at de forskjellige Forsögsrækker, saavel hos een og samme, som hos forskjellige Iagttagere have, idetmindste hvad den absolute Varmemængde angaaer, givet meget afvigende Resultater.

Hess har saaledes fundet [1]), at naar man til en Syre af nedenstaaende Sammensætning sætter et Overskud af Vand, saalænge til den udviklede Varmemængde ikke mere forögės, saa er den af 1 Atom vandfri Svovlsyre udviklede Varme lig Tallene i 3die Collonne af fölgende Tabel

VI.

No.	Anvendt Syre	Varmemængde	Forholdstal
1	SO_3+3H_2O	95.2	2 eller 4
2	ditto	93 16	
3	SO_3+4H_2O	76.97	$\frac{3}{2}$ eller 3
4	ditto	77.5	
5	SO_3+6H_2O	47.8	1 eller 2
6	ditto	46.73	
7	ditto	46.30	
8	SO_3+2H_2O	134.2	3 eller 6
9	ditto	134.2 [2])	

Af disse Iagttagelser udledes den sandsynligste Værdie for hvad Hess kalder een Varmeportion, eller den af Syren $SO_3 + 6aq$ med et Overskud af Vand udviklede Varme, nemlig

$$46{,}402 \pm 0{,}262 = 46{,}402\,(1 \pm 0{,}01128)$$

og man faaer altsaa

VII.

Syre	Varmemængde iagttaget	beregnet	Forskjel
$SO_3 + 2aq$	134.20	139.21	— 5. 01
$SO_3 + 3aq$	94.18	92.80	+ 1. 38
$SO_3 + 4aq$	77.23	69.60	+ 7. 63
$SO_3 + 6aq$	46.94	46.40	+ 0. 54

---

[1]) Poggendorffs Annalen LVI S. 167.

[2]) Tallet 132,2 l. c. er formodentlig en Trykfeil for 134,2, da Middeltallet af No. 8 og 9 angives lig 134,2 (Side 468).

Den midlere Feil findes lig 4 676 og den sandsynlige Feil af en enkelt Iagttagelse $=$ 3.154.

Hvad angaaer den af 1 Atom concentreret Syre SO_3+1aq udviklede Varme, for hvilken Hess i en anden Forsögsrække har fundet Værdien 229,41, da skulde denne hvis den fulgte samme Lov som de övrige Hydrater udvikle 6 Varmeportioner eller 278,41 og Forskjellen mellem den iagttagne og beregnede Værdie blev da lig — 59,00. Hess antager derfor, at den blot udvikler 5 Varmeportioner eller 232,01, og Forskjellen bliver da kun —2,50.

Antager man nu, at den saaledes udviklede Varme er proportional med Maximum-Contractionen for en Syre, der for 1 Atom SO_3 indeholder n Atomer Vand, eller sætter man

$$W = mC \tag{6}$$

hvor W er den af den anvendte Syre udviklede Varme, og C samme Syres för beregnede Maximum-Contraction (Tab. III), saa faaer man til Bestemmelse af m Ligningerne

VIII.

n	$W=mC$	W beregnet	$\triangle$
2	$134.20 = 0.038819\,m$	139.36	-5.16
3	$94.18 = 0.025809\,m$	92 65	$+1.52$
4	$77.23 = 0.019330\,m$	69.40	$+7.83$
6	$46.94 = 0.012869\,m$	46.20	$+0.74$

Den sandsynligste Værdie findes for $m = 3590,0 \pm 71,25$ og den sandsynlige Feil af en enkelt Iagttagelse $=$ 3.71.

Et lignende Resultat vilde man erholde, om man satte W lig de umiddelbar efter Tabel II fundne Værdier for Contractions-Maximum, hvorved man fik Ligningerne

IX.

n	$W = m'C$	W beregnet	$\triangle$
2	$134.2 = 0.032266m'$	130.16	$+ 4.04$
3	$94.18 = 0.023195m'$	93.57	$+ 0.61$
4	$77.23 = 0.019265m'$	77.72	$- 0.49$
6	$46.94 = 0.014028m'$	56.59	$- 9.65$

hvoraf findes $m' = 4034.14 \pm 86{,}49$ og den sandsynlige Feil af en enkelt Iagttagelse $= 4{,}01$.

Da den sandsynlige Feil i disse to Tilfælde kun er lidet forskjellig fra Usikkerheden af de efter Hess's Hypothese beregnede Værdier af Varmemængden, saa kan man med samme Grad af Sandsynlighed antage, at den ved Tilsætning af et Overskud af Vand af et vist Svovlsyre-Hydrat udviklede Varme er proportional med samme Hydrats Maximum-Contraction, eller at begge ere omvendt proportionale med det Antal Atomer Vand, som den anvendte Syre indeholder for eet Atom vandfri Syre.

Denne Lov synes idetmindste at gjælde for de större Fortyndningsgrader. Hvad Syren $SO_3\ HO_2$ angaaer, da antager Hess, som forhen anfört, at den med et Overskud af Vand ikke udvikler meer end 5 Varmeportioner, istedetfor at den efter ovenanförte Lov skulde give 6 saadanne. Men forhen have vi seet at ogsaa Maximum-Contractionen for den kun lidt fortyndede Syre er större, end den efter denne Lov vilde være.

Til en saadan Discontinuitet i den Lov, som bestemmer Varmemængden, er det vanskelig at indsee nogen Grund; og som vi forhen have viist (Tab. III) finder den ei heller Sted for Maximum-Contractionerne, da disse med tilstrækkelig Nöiagtighed kunne fremstilles ved Formel (1).

Beregner man nu Varmemængderne i Tab. VI efter samme Formel

$$W = \frac{b}{n+a} \tag{7}$$

saa finder man selv for den concentrerede Svovlsyre Værdier, der kun meget lidet afvige fra de umiddelbar iagttagne. De Værdier af b og a, som bedst tilfredsstille alle Iagttagelser i VI ere fölgende

$$\left.\begin{array}{l} b = 313{,}0209\ (1 \pm 0{,}02367) \\ a = 0{,}3082668\ (1 \pm 0{,}204882) \end{array}\right\} \tag{8}$$

og heraf findes

X.

n	W iagttaget	W beregnet	$\triangle$
2	134. 20	135. 60	— 1. 40
3	94. 18	94. 62	— 0. 44
4	77. 23	72. 66	+ 4. 57
6	46. 94	49. 62	— 2. 68
1	229. 41	239. 26	— 9. 85

Den sandsynlige Feil af en enkelt Iagttagelse bliver efter denne Formel blot 2. 109, medens den efter Hess's Hypothese ovenfor er fundet lig 3. 154.

Det fortjener herved at bemærkes at Constanterne b og β i Formlerne (7) og (1) bestemmes med samme Nöiagtighed af Contractions- som af Varmeobservationerne, medens derimod Constanterne a og α langt nöiagtigere bestemmes af de sidste end af de förste. Dette sees ved at sammenligne Ligningerne (2) og (8).

Antager man altsaa for beviist, at saavel Maximum-Contractionerne, som de ved Tilsætning af et Overskud af Vand udviklede Varmemængder kunne udtrykkes som

Functioner af den anvendte Syres atomistiske Sammensætning ved Hjælp af Formlerne (1) eller (7), at altsaa

$$C = \frac{\beta}{\alpha + n} \text{ og } W = \frac{b}{a + n},$$

saa kunne Varmemængderne fremstilles som Functioner af Volumforandringerne ved fölgende Ligning

$$W = \frac{bC}{\beta - (\alpha - a)C} \tag{9}$$

hvor b, β, a og α have de i Ligningerne (2) og (8) anförte Værdier. — Indsætter man i denne Formel Værdierne af C efter Tab. III, saa gjenfinder man nöiagtig de samme Værdier for den udviklede Varme W, som ovenfor i Tabel X ere beregnede.

X.

Om Vandets Bevægelser og dets sandsynlige Indflydelse paa Jordklodens Form.

En Skizze [1]) af

Bergmester Sexe.

Vandet paa vor Klode bevæger sig, som bekjendt, i et evigt Kredslöb baade med Hensyn til Sted og Aggregationsform. Som Damp og Dunst stiger det op fra Jordens Overflade, hovedsagelig fra Havet og Indsöer; de fordunstede Masser stræbe iifölge Tyngdens og Elasticitetstrykkets Love at fordele sig ligeligt gjennem Atmosphærens forskjellige Lag; de komme saaledes ind i Klodens koldere Luftströg, hvor de fortættes og falde tilbage til Jorden i frossen eller draabeflydende Tilstand. De fremragende Partier af Jordlegemet, som man kalder Land, især de

---

[1]) Uagtet den her fremsatte Idee om Jordens langsomme Afslibning ved Vandets Bevægelser, og dens deraf fölgende Formforandring ikke er ny i Geologien, har man dog troet det af Interesse for flere af Magazinets Læsere, at see samme her nærmere udviklet.

höiere og koldere, aflokke Atmosphæren en stor Deel af dens Dunstbeholdning, idet de beröve Vanddunsterne deres Varme, og saaledes præcipitere dem. Slaaet ned paa Jordoverfladens törre Dele söger Vandet tilbage til Havets Skjöd, enten strax eller efter et midlertidigt Ophold i frossen Tilstand paa Höilandene og i Polaregnene. Paa denne Tilbagetour til Havet holder Vandet et ödelæggende Huus med de fremstaaende Dele af Jordlegemet: I Forbindelse med Luftens Gaser bringer det de fasteste Klipper til at forvittre; det trænger ind i Jordbundens Porer, oplöser og udvasker; det arbeider sig ind mellem Klippebunden og dens lösere Bedækning, opblöder denne, saa at store Landstrækninger flyde ned i Havet eller Dalen og Elven. Vandet nedskyller saaledes det lösere Materiale, som bedækker Landenes Skraaplaner, og fremkalder stedse en ny Bedækning gjennem Forvittringen. Vandet gjennemfiltrerer og udhuler Bjergenes Indre, og efter længere eller kortere underjordiske Vandringer træder det frem til Dagen, især i Lavlandet, som mineralholdige Kilder, der afsætte deres Indhold i den graadige Elv eller Flod. Indtrængt i Höilandenes eller Polaregnenes Bjergklöfter fryser Vandet og sprænger, de lössprængte Blokke styrte ned i Havet eller den forbiilende Aa, rive Flere med sig i Faldet, og betegne deres Vei med en dyb Fure i Jordbunden eller en raseret Stribe paa Fjeldvæggen. Sneelaviner og Iisbræer stige, evigt fornyede, ned fra deres kolde Regioner og under Nedstigningen ei alene bortrive de lösere Gjenstande, som de stöde paa, men, især i Iisbræerne, sönderbryde og bortgnave de haardeste Bjergarter, og skyde deres Gruusdynger, Morainer eller Steenvolde ud i den rivende Bjergström. Enhver Kilde, enhver Bæk, Aa, Elv og Flod paa den vide Jord er saaledes

beskjæftiget med at skydse mineralske og vegetabilske Masser, rövede fra det faste Jordlegeme, ned til Havet; Salte, Slam og Sand til enhver Tid, det grovere Gods under Iisgang og i Flomtider, under hvilken Transport Klippeblok stödes mod Klippeblok, knuses og opslides, og Flyttegodset forööges paa Flodleiernes Bekostning ved Rivning mod Bund og Bredder. Rhinen, for at nævne et Exempel, förer saaledes efter Leonard Horners Iagttagelser ikke mindre end omtrent 8000 Centner fast Materie forbi Staden Bonn i hver Time. Man troer i Almindelighed, at der er en Elv, fordi der er en Dal; men man kan med större Grund paastaa, at der er en Dal, fordi der er en Elv, da Dalen i Reglen for den störste Deel skylder Elvens corroderende og bortförende Kraft sin Dybde og Brede. Som Exempel paa Vandets Erosion kan man anföre, at den ikke betydelige og heller ikke synderlig hurtigt löbende Flod Simeto paa Sicilien i Löbet af omtrent 200 Aar har i en fast og tæt Steenmasse udhulet en Rende, som maaler fra 50 til 100 Fod i Breden, og 40 til 50 Fod i Dybden. I Forbindelse med denne de rindende Vandes Fouragieren paa det faste Lands Bekostning kan man ogsaa mærke sig de betydelige Slag-Steen- og Jordmasser, som kastes ned i Havet eller Flodsengene under vulkanske Udbrud og Jordskjælv. Ved Vandets Fordunstning og andre Aarsager taber baade Havet og Atmosphæren sin Ligevægt, og, idet de söge at retablere denne, farer ogsaa Havet herjende frem mod det faste Land: Havströmme lægge sig ind paa Kysterne, og, hvor disse bestaa af lösere Bjerg- og Jordlag, bortskylles den ene Landstrimmel efter den anden. Inciteret af Stormene kaster Havet sig mod Klippestranden; her udspinder sig en fortvivlet Kamp gjennem Aartusinder, hvori Landet

uagtet sin trodsige Modstand er den tabende Part: den ene Steenpartikel oplöses eller bortslibes efter den anden, den ene Granitblok, den ene Basaltsöile efter den anden undervaskes, lösner fra Modermassen og falder i en vaad Grav, den ene Klippeö efter den anden opsluges af Bölgerne; og saaledes maa da det Uforgjængeligste af det Forgjængelige bukke under for det vældige Hav. Kort, Jordklodens frosne, rindende og strömmende Vandbeholdning arbeider uafladelig ved mekaniske og chemiske Kræfter paa at nedbryde og bortvaske de fremragende Partier af Jordens Overflade og jævne dem med Havbunden. Gutta cavat lapidem sæpe cadendo, — og hvad der paa denne Maade med en saadan Masse og paa en saadan Udstrækning er udrettet gjennem Forgangenhedens uendelige Sekelrække overstiger vel vore dristigste Forestillinger.

Vi have hidtil kun kastet et Blik paa Vandets ödelæggende Virksomhed. Men paa enhver Nedbryden fölger en Opbyggen i Naturens Husholdning; og naar man undersöger, hvorledes de rindende Vande forholde sig i reproductiv Henseende, bliver man strax vaer, at de afsætte en stor Deel af det Jord- og Steenmateriale, de slæbe med sig fra Höilandene, Lag for Lag paa Bunden af Indsöerne. Indsöerne ere dog blot midlertidige Lossesteder for Floderne; thi enhver Indsö vil omsider udfyldes og omdannes til en Landslette, gjennem hvilken Floden vil komme til at passere med sit mineralske og vegetabilske Indhold. Fremdeles vil man finde at Floder og Elve, som munde i Fjorde eller dybere Havbugter, der ere mindre udsatte for Havströmmene, afsætte især deres grove Last strax udenfor deres Mundinger. Der opstaa de saakaldte Deltaer, Landet voxer frem paa Havets Gebet. Imidlertid anvender Naturen her forskjellige Midler til at

forhindre Landets Fremvæxt, t. Ex. Iisgang, Ebbe og Flod, Storme og stærke Bölgeslag. Og, hvor Flodens Tilförsel har en afgjort Overvægt over Havets bortförende Kraft, maa man mærke sig Naturens Tendents til at udfylde, opgrunde Havbugten, saa at Floden omsider kommer til at aflevere sin Last paa et for Havet beqvemmere Sted. Man seer saaledes at enhver Flod og Elv arbeider derhen, at kunne overgive sit rövede Materiale umiddelbart i Havets Vold. Havet bliver saaledes det Reservoir, som optager ei alene hvad det selv lösriver paa sine Bredder, men ogsaa hvad samtlige de rindende Vande oplöse, bortgnave og bortföre fra alle Jordens Continenter og Öer.

Her opstaar ganske naturligt det Spörgsmaal: Hvorledes disponerer da Havet over dette Jorklodens umaadelige Lösöre, som det faar i sin Vold fra det ene Aartusinde efter det andet? Hidtil have vi skredet frem, saa at sige, paa Geologiens Alfarvei, idet vi have udhævet nogle almeenbekjendte geologiske Kjendsgjerninger; men her ledes vi ud paa et for den menneskelige Forskning mindre tilgjængeligt Gebet, og, saavidt mit Bekjendtskab til Geologiens Indhold strækker sig, erholder man paa dette Spörgsmaal intet andet Svar, end at Havströmmene opfange de fra Landet nedfaldne og nedförte Salt- Slam- og Steenmasser, före dem deels langs Kysterne ind paa forholdsviis rolige Havbugter, deels ud paa Dybet, og at de overhoved slippe dem tilbunds, naar de ikke længer kunne bære dem, hvorhos vel ogsaa kan opgives enkelte Steder paa Havbunden, som efterhaanden opgrundes, og saaledes ere at betragte som Receptacula for Havets mineralske Indhold. Dette Svar er for ubestemt, til at være tilfredsstillende. Skulde ikke Havets Flytning og Bundfælding af de Mineralmasser, som komme inden dets Om-

raade, gaa for sig efter en vis, om man saa maa udtrykke sig, geographisk Regel? Skulde der overhovedet ikke i den Rolle, som Vandet spiller paa Kloden, aabenbare sig en kosmisk Tendents, en universal Stræben mod en vis Typus af Jordlegemet, eller mod en vis Grupperingsmaade af dets faste Bygningsdele? For at kunne besvare disse Spörgsmaale maatte man nöie vide Besked om Havets Bevægelser, især paa Dybet. Havets dybere Bevægelser unddrage sig imidlertid Observationen, og, saavidt jeg veed, besidder man derover endnu kun faa og ufuldstændige Iagttagelser. Med Hensyn til disse Bevægelser vil man formeentlig ogsaa til enhver Tid blive henviist til Deductionen og en meget middelbar Induction. Og Hensigten med disse Linier skulde egentlig være med Hjælpemidlerne, som de ere ved Haanden, at vove et Forsög paa at gjöre et Skridt i denne Retning, for, om muligt, noget nærmere at udfinde hvad Naturen mener og sigter til med Vandets fiendtlige Operationer mod Klodens Landpartier, eller i alle Fald at henlede Opmærksomheden paa en Side af Naturens Forvaltning, der, som det bæres mig for, fra et geologisk Synspunkt ikke er tilstrækkelig undersögt og vurderet.

Dersom Verdenshavet overalt havde samme Temperatur og Saltgehalt, og ikke blev paavirket af Maanens og Solens Tiltrækning, og Flodernes og Vindenes Stöd, saa vilde der ingen Strömme, ingen Bevægelser forekomme deri; enhver af dets Massedele vilde forblive paa det Sted, som den ifölge hydrostastiske Love havde indtaget; Havet vilde ligne en rolig, speilblank Indsö, som næres af Dug og intet Aflöb har undtagen Uddunstningen. Men nu træder Solen til, og opvarmer Jordens midterste Zone til en Middeltemperatur af omtrent 28° C., medens den mid-

lere Varmegrad synker dybt under Frysepunktet i begge Polaregnene. I denne Ophedning og Afkjöling blive naturligviis de respective Havzoner deelagtige. De tropiske Have, hvis Middeltemperatur skal nærme sig 27° C., maae derfor ifölge Varmens udvidende Kraft svulme op over, medens Polarhavene synke ind under det Niveau, som var Betingelsen for Begges gjensidige Ligevægt. Solvarmen trænger vistnok ikke med synderlig Lethed ned i Havets dybere Lag; de tropiske Haves Opvarmning vil saaledes væsentlig indskrænkes til de överste Skikter, Udvidelsen maa derfor blive mindre betydelig. Men paa den anden Side maa Afkjölingen og Sammentrækningen i Polarhavene blive saameget mere total og gjennemgribende. Thi idet disse Haves överste Lag i Berörelsen med den kolde Polaratmosphære afkjöles, blive de tættere og tungere end de underliggende. De synke derfor ind og succederes af lavere og varmere Skikter. Og da Saltvandet ikke som det ferske Vand igjen udvider sig, mens det endnu er i flydende Tilstand, naar dets Temperatur synker under en vis Grad, saa maa denne Indsynken af koldere Skikter fra oven fortsættes saalænge, til Afkjölingen har gjennemgrebet den hele Vandmasse, og Temperaturen i det överste Lag er faldet saa dybt, at det under Afsondringen af sine Saltpartikler fryser, og danner en Iisskorpe, der omsider bliver saa tyk, at al videre Varmeemission ophörer. Paa denne Maade maa Polarhavenes Sammentrækning eller Indsynkning blive meget betydelig, ifald de have en stor Dybde. Men ved denne de varmere Havzoners Udvidelse paa den ene Side og de kolderes Indsvinden paa den anden maa Verdenshavet tabe sin Ligevægt: en Bevægelse maa opstaa, Oceanets överste, opvarmede Lag maa paa ethvert Punkt glide lige-

som over et svagt heldende Skraaplan fra Klodens Varmeæqvator mod Polaregnene. Ved denne Bevægelse formindskes det hydrostastiske Tryk i de tropiske Have paa samme Tid som det foröges i Polarhavene, og den nödvendige Fölge heraf bliver igjen, at Polarhavenes kolde, tunge Vandmasser ile tilbage mod Æqvator paa Dybet.

I dette Havets Kredslöb fra Æqvator mod Polerne og tilbage igjen maa man imidlertid ikke tænke sig Vandpartiklerne fortlöbende og tilbagevendende i eet og samme Meridianplan. De Vandpartikler, som bevæge sig mod Polerne, have en större Rotationshastighed end de Paralleler, de gjennemkrydse; de maa derfor accelerere mod Öst. Det omvendte Forhold finder Sted i de dybere Lag, som nærme sig Æqvator; de maa saaledes retardere mod Vest. Tænker man sig saaledes Jordens Continenter og Öer borte, skulde altsaa de overfladiske Havströmme i den nordlige Halvkugle löbe mod et Punct, som ligger mellem Öst og Nord, i det Sydlige mod Öst og Syd, medens de dybere Strömme convergerede mod Æqvator i modsat Retning, og foranledigede en dyb fra Öst mod Vest retarderende Ström i det varme Jordbelte.

Dette, som jeg vil kalde Havets normale Kredslöb, modtager naturligviis utallige periodiske og locale Modificationer fra Maanens og Solens Tiltrækning og foranderlige Stilling, fra Havenes og Landenes ulige Fordeling, relative Areal og uregelmæssige Form, fra Havenes forskjellige Dybder, Flodernes forskjellige Störrelse og Retning, og endelig fra Atmosphærens eller Vindenes Bevægelser og Havfladens dermed i Forbindelse staaende Uddunstning, Dunstmassernes Transport og Præcipitation. Men forelöbig tror jeg at kunne bemærke, at ingen af disse Aarsagers eller Omstændigheders bevægende eller

hemmende Indflydelse er af den Art, at den særskilt eller i Forbindelse med de Övriges kan retablere Havets ved den ulige Opvarmning tabte Ligevægt, og derfor heller ikke ganske ophæve den derved bevirkede Bevægelse.

Hvad Maanen som Havströmmenes vigtigste cölestiske Motor angaar, saa kan man anskueliggjöre sig dens Indgriben i ovenbetegnede Normalbevægelse paa fölgende Maade. Maanen være placeret f. Ex. over Atlanterhavet i Æqvator og Ferros Meridian. Verdenshavet vil da paa den halve Klode, som vender mod Maanen, strömme sammen mod det Punkt i Atlanterhavet, i hvis Zenith Maanen staar, og et System af Punkter mellem begge Poler paa den mod Maanen vendte Side af Jorden vil paa samme Tid erholde Höivande. Under denne Sammenströmning maae de dybere Havskikters Bevægelse fra Polerne mod Æqvator paaskyndes. Bevægelsen fra Æqvator mod Polerne i de övre Lag derimod maa ophæves, eller endog forandres til en modsat. Men nu glider Maanen, under Jordens Omdreining, mod Vest, og en lignende Sammenströmning af Havet vil med de Modificationer, som Landpartierne foranledige, gjentage sig fra Punkt til Punkt rundt om Kloden i alle Paralleler, hvilket i nogen Grad maa befordre Havets normale Bevægelse fra Öst mod Vest mellem Vendekredsene. Men idet Maanens Virkekreds udvides mod Vest, taber den lunære Tiltrækning efterhaanden sin hævende Indflydelse paa de östligere Punkter. Havet vil altsaa der synke tilbage; og denne Reflux, der omsider gaaer over til Ebbe, og saaledes indeholder et Motiv til en ny Flod, paaskynder de överste Havskikters Bevægelse mod Polerne, medens den forsinker og standser de dybere Lags Tilbagevenden mod Æqvator, eller endog giver dem en modsat Retning. Og da Maanebanen ikke

afviger synderlig fra Ekliptikens Plan, og Maanen saaledes altid holder sig i de lavere Latituder, saa kan formeentlig det saaledes Udviklede tjene som et Instar omnium med Hensyn til Maanens Indflydelse paa Havets normale Bevægelse, paa det nær, at den, siden den bevæger sig fra Vest mod Öst paa sin virkelige Vandring om Jorden, igjen noget maa forsinke Havets retarderede Bevægelse fra Öst mod Vest i den hede Zone. Men dette var en periodisk Modification og ingen Ophævelse af Havets normale Kredslöb.

Hvad Solarattractionen betræffer, saa er denne med Hensyn til Havets Bevægelser af mindre Betydenhed, og tjener blot til at forstærke eller svække Maanens Indflydelse.

Klodens Landpartier, og Hovedafdelingernes ved dem bestemte Form og lettere eller besværligere Communication indbyrdes udöve naturligviis en overveiende Indflydelse paa Oceanets Bevægelser. Og saaledes som Jordens sammenhængende Lande og Öer nu ere beliggende, maae de i det Væsentlige modificere Havets Normalbevægelse paa fölgende Maade. De Öer og Ögrupper, som ligge henkastede mellem Vendekredsene, maa forsinke, opholde den fra Öst mod Vest gaaende Ström i de tropiske Have; de sydöstlige Kyster af Asia, Philippinerne, ny Guinea og den nordlige Deel af Nyholland maa tildeels afbryde den, og tvinge den ud til Siderne; Östkysten af Africa maa lede den i sydvestlig Retning, og Sydamericas Östkyst maa efter sin Böining give den deels et sydvestligt, men fornemmelig et nordvestligt Löb. Men idet denne Ström stöder paa Æqvatoriallandenes Östkyster og efter Stödvinkelen tvinges ud til de tempererede Have i den sydlige eller nordlige Halvkugle, eller til begge Sider paa eengang, falder den

tillige fra de samme Landes Vestkyster, og maa der fremkalde en convergerende Tilströmning fra höiere Breder. Æqvatorialströmmens Vande maa, naar de tvinges ud til höiere Breder, accelerere mod Öst paa Grund af deres, i den hede Zone erholdte, store Rotationshastighed. Dette var ogsaa Tilfældet med de overfladiske Vandskikter, som formedelst Tropehavenes Opsvulmen skulde glide ud til Polerne. Man maa saaledes paa begge Sider af Æqvatorialströmmen vente at træffe en i den nordlige Halvkugle i nordöstlig, i den sydlige i sydöstlig Retning tilbagegaaende Ström, som idet den slaar ind paa Landpartiernes Vestkyster, deels iler tilbage til Æqvator, deels fölger disse Kyster, saa langt de række, op mod Polerne. Formedelst Landpartiernes Liggen i Veien maa der altsaa opstaa en horizontal cirkulerende Ström i Oceanets lavere Breder paa begge Sider af Æqvator; og for den nordlige Hemisphæres Vedkommende maa Havets normale Kredslöb mellem Æqvator og Polen modificeres derhen, at den varme, overfladiske Ström stryger nordpaa langs Europas og Nordamericas Vestkyster, medens den dybere kolde Ström, idet den retarderer ind paa Asias og Nordamericas Östkyster, fölger disse i en sydligere Retning, end Tilfældet vilde blevet, om disse Lande ikke existerede, hvorhos man kan mærke sig, at Communicationen mellem det nordlige Polarhav og det store Ocean, som adskiller Asia og America, er meget indskrænket, og at saaledes disse Strömme i det sidstnævnte Havs nordligste Deel maa være mindre udprægede end i de tilsvarende Breder i Atlanterhavet. Asias og Americas Nærmelse til hinanden ved Beringsstrædet er saaledes til Hinder for Havets normale Kredslöb mellem Nordpolen og Æqvator. Imidlertid strækker det stille Ocean eller Fortsæt-

telsen deraf sig saa höit mod Nord, at dette Kredslöb alligevel her kan gaa for sig paa et stort Spatium. Da den sydlige Halvkugle har færre Landpartier end den nordlige, saa maa ogsaa Havets Bevægelser der være underkastede færre Modificationer. Havströmmene söndenfor Steenbukkens Vendekreds skulde saaledes være mindre individuelle, mindre indskrænkede til særegne Længdezoner end i de modsvarende Breder nordenfor Æqvator.

Efter det Ovenanförte skulde man altsaa kunne antage, at Jordens större og mindre Landpartier, uagtet deres mægtige og forvirrende Indflydelse paa Oceanets Bevægelser, ikke formaa at ophæve dets af den ulige Opvarmning udledede Tilböielighed til oventil at fjerne sig fra de varmere til de koldere Egne, og nedentil fra de koldere tilbage til Æqvator.

Hvad Havenes forskjellige Dybder, eller rettere, hvad de i Havbækkenet forekommende Banker og Rev angaar, saa kunne de med Hensyn til deres Indflydelse paa Havströmmene sættes i Classe med Öerne. Og hvad Flodernes Stöd betræffer, saa er denne Indflydelse altfor indskrænket, altfor local til at den kan komme i Betragtning, hvor Talen er om en af en universel Aarsag fremkaldt almindelig Bevægelse i Verdenshavet.

Men endnu staar tilbage, at kaste et Blik paa den Indflydelse, som Vindene, Fordunstningen og Dunsternes Præcipitation maatte udöve paa Havströmmene.

Solvarmens ulige stærkere Indflydelse i lavere end i höiere Paralleler forstyrrer Atmosphærens Ligevægt paa samme Maade som Havets. Imellem Vendekredsene maa ophedede Luftmasser stige i Höiden, og, naar de have naaet den Höide, som de ifölge deres Ophedning, successive Afkjöling og Inerti kunne naa, maa de velte sig syd-

paa og nordpaa, hvilket naturligviis foranlediger en Tilbageströmning fra Polaregnene til Æqvator i Lufthavets lavere Regioner.

Dette Atmosphærens Kredslöb er for en stor Deel underkastet de samme terrestriske og cölestiske Aarsagers Indflydelse som Havets Bevægelser. Hertil slutter sig desuden Bjergkjædernes forskjellige Höide og Retning, Landets og Havets forskjellige Varmeabsorbtion, Varmeemission, Evaporation og Dunstfortætningsevne i de forskjellige Bredegrader. Da Atmosphærens Bevægelser ere en Resultant af saa mange og saa forskjellig varierende Kræfter og Omstændigheder, skulde man tro, at der ikke blev stort tilbage af dens regelmæssige Kredslöb mellem Æqvator og Polerne. Imidlertid viser dog Passatvindene, som nedentil convergere mod Æqvator og oventil divergere fra Æqvator i modsat Retning, at et saadant Kredslöb virkelig finder Sted.

Da den lavere Passat paa den nordlige Side af Æqvator med stadig og ikke ubetydelig Hurtighed bestryger en stor Deel af Verdenshavet i Retningen fra Nordöst til Sydvest, og da den söndenfor Æqvator med lignende Hurtighed bestryger et endnu större Havareal fra Sydöst mod Nordvest, saa maa den i höi Grad forögé Hastigheden i den af Havets ulige Opvarmning udledede Æqvatorialström, og, idet den feier de overfladiske Havskikter ned under Linien, meget befordre de horizontal cirkulerende Strömme i Oceanets lavere Breder. Og dersom ikke de mellem Vendekredsene opstigende Luftmasser, idet de ved den voxende Temperatur skydes i Veiret, paa Grund af deres Inerti udöve et stærkere Tryk mod Havets Overflade end som egentlig skriver sig fra deres Tyngde, hvorhos man dog maa erindre, at en stor Deel af dem

under Opstigningen repellere mod Æqvatoriallandene, og i ophedet eller fortyndet Tilstand glide ud over Tropehavene: saa maatte man antage, at den lavere Passats evige Convergents mod Æqvator foranledigede en constant og ikke ubetydelig Opstuvning, Convexitet i de tropiske Have, især hvor Æqvatorialströmmen stöder paa Continenternes Östkyster, en Slutning, som formeentlig finder noget Medhold deri, at den midlere Barometerstand har et Minimum i Nærheden af Æqvator. Dog maa denne Opstuvning noget modificeres ved de tropiske Havvandes store Saltholdighed og saaledes ogsaa forholdsviis store specifiske Vægt.

Den lavere Passat maa saaledes, især om den formaar at opstuve Æqvinoctialhavene, i nogen Grad modarbeide Oceanets supponerede Kredslöb mellem Æqvator og Polerne, idet den förer de overfladiske Havskikter ned under Linien, og altsaa ogsaa forhindrer Tilströmningen mod samme paa Dybet.

Hvad Moussonerne angaar, der fornemmelig have deres Tilhold i det chinesiske og i den nordlige Deel af det indiske Hav, saa maa de med Hensyn til deres Indflydelse paa Havets Bevægelser i den Halvdeel af Aaret, da de blæse fra Nordöst, aldeles falde sammen med den lavere Passat i den nordlige Halvkugle; i den anden Halvdeel derimod, da de strömme i modsat Retning, maa de befordre Havets normale Kredslöb mellem Æqvator og Nordpolen.

I de tempererede Zoner daler den höiere Passat ned mod Jordens Overflade og foranlediger de herskende Sydvest- og Vestenvinde i den nordlige og Nordvest- og Vestenvinde i den sydlige Hemisphære. Disse Vinde, skjöndt mindre stadige end den egentlige Passat, maa i det Hele

disponere Havets övre Lag i begge Halvkuglers höiere Breder for en Fjernelse fra Æqvator, og saaledes ogsaa fremkalde en Nærmelse mod samme paa Dybet. Og dersom de tropiske Have af den lavere Passat pustes sammen i Nærheden af Æqvator, og de tempererede Have feies op imod Polaregnene af den neddalede höiere Passat, saa maa der etsteds i begge Halvkuglers midlere Paralleler findes en Indsynkning i Havets Overflade, eller dog en svagere Krumning end som betinges ved Centrifugalkraften og de egentlig hydrostastiske Love. At en Indtrykning i Havets Overflade under dens normale Niveau der virkelig har Sted, synes at finde Bekræftelse i den Omstændighed, at den midlere Barometerstand har et Maximum paa Ydergrændserne af den lavere Passat, enten man vil betragte Concaviteten som en Aarsag til det större Lufttryk, eller omvendt.

Det varmere Vand har en större Tilböielighed til at fordunste end det koldere. Saaledes svarer Dampenes Tension ved 27° C. — Havets midlere Temperatur paa Overfladen i Nærheden af Æqvator — til Trykket af en Qviksölvcolonne paa omtrent 26 Millimeters Höide, medens den under 0° blot æqvivalerer med en Qviksölvcolonne paa 5mm. Den varmere Luft har en större Modtagelighed for Vanddampe end den koldere. En Cubicmeter Luft kan under 28° C. — omtrentlig Atmosphærens Middeltemperatur ved Æqvator — indeholde 26 Gram. Vand i Dampform, medens den ved 0° blot kan modtage lidt over 5 Gram. i samme Form. Erindrer man nu at baade Havets og Luftens Temperatur synker dybt under 0° i de höiere Polaregne, og at saaledes Vandets - eller egentlig Isens - Tilböielighed til at fordunste og Luftens Evne til at modtage Vanddampene der er endnu mindre end ved 0°, saa

bliver det klart, at Atmosphærens Dunstgehalt maa voxe overordentlig fra Polerne mod Æqvator. Disse i Atmosphæren svævende Damp- og Dunstmasser maa idetmindste for en Deel rette sig efter Atmosphærens Bevægelser. De maa saaledes stige i Höiden mellem Vendekredsene, og gjennem Lufthavets höiere Regioner föres sydefter og nordpaa til koldere Klimater, hvor de fortættes og falde ned som Dug, Regn, Snee, Hagel. Nödvendigt er det vel ogsaa, at disse Vandmasser, baade idet de gaa over fra draabeflydende Tilstand til Damp og fra, Damp igjen til en frossen eller liqvid Aggregationsform, i nogen Grad paaskynde Atmosphærens Cirkulation mellem Æqvator og Polerne.

De tropiske Have skulde altsaa deels formedelst de der herskende, Fordunstningsprocessen forstærkende, Temperaturforholde, deels paa Grund af Vanddampenes Bortförelse til koldere Jordströg, bidrage betydeligt mere til Atmosphærens immer vexlende Vandbeholdning, end den hede Zone igjen modtager fra samme, medens det omvendte Forhold igjen finder Sted i de höiere Breder. Da imidlertid Regnmængden i det Hele skal aftage fra Æqvator mod Polerne; da det er sandsynligt, at de mellem Vendekredsene opstigende Dampmasser afkjöles og fortættes under Opstigningen saaledes, at de ikke naa den tilstrækkelige Höide, for at kunne lange op til höiere Paralleler, og da det, om man end vilde medgive Vanddampenes Transport gjennem Atmosphærens höiere Lag fra varmere til koldere Klimater, synes rimeligt, at de fra Polerne tilbagevendende nedre Luftlag, idet de efterhaanden opvarmes, ogsaa successive mættes med Vanddampe fra de forskjellige Bredezoner, som de gjennemlöbe, og saaledes fra de tropiske Have egentlig ikke mod-

tage större Tilvæxt i deres Dunstgehalt end, som svarer til deres tropiske Temperaturforhöielse: saa bliver det meget tvivlsomt, om et saadant Misforhold mellem de forskjellige Jordströgs Udgift til og Indtægt fra den atmosphæriske Vandbeholdning finder Sted. Spörgsmaalet kan neppe tilfredsstillende besvares, medmindre man besidder fuldstændige Opgaver over de forskjellige Bredezoners Regn- og Uddunstningsmængde. Men saadanne Opgaver, om de ere til, besidder jeg ikke, og maa derfor give mig tilfreds, om jeg formaar at tilveiebringe nogen Grad af Sandsynlighed for den ene eller den anden Mening. Til den Ende maa jeg da bemærke, at den mellem Vendekredsene opstigende Luftström ialfald for en Deel maa forhindre Vanddampene fra at falde tilbage, at disse i större Höider ere udsatte for et mindre Tryk, og fölgelig lettere kunne udvide sig efter deres Expansivkraft, og saaledes blive tyndere og lettere, og at man har observeret Skyer i betydelige Afstande fra Jordens Overflade. Og for at en Dunsttransport skal kunne finde Sted fra lavere til höiere Paralleler, er det naturligviis ikke nödvendigt, at Dunstmasser, som stige op ved Æqvator, paa eengang skulle föres lige op til Polaregnene; det er tilstrækkeligt, naar de fra den hede Zone trænge ind i de tempererede Luftströg og skyde den der værende Dunstbeholdning videre op mod Polerne. Fremdeles skal jeg bringe i Erindring, at, uagtet begge Klodens Polaregne ere bedækkede med en Iiscalot og deres Uddunstning saaledes höist ubetydelig, saa beslaaes dog Polaregnenes tildeels höie Klippeöer og Kystlande med umaadelige Snee- og Iisskorper, og det om Vinteren, da disse Trakter ligge begravede i en dyb, lang Nat, og Solen saaledes ikke paa Stedet kan fremkalde Temperaturdifferentser, som skulde kunne bevirke

en Uddunstning i Lavlandet eller fra Havet, om ikke dette vidt og bredt er bedækket med Iis, og en Præcipitation i de höiere Egne. Hvorfra skulde Nutrimentet komme til disse Polarlandenes uhyre Iisbræer, hvis Brudstykker fra Aar til andet under Navn af Iisbjerge i Mængdeviis drive ned til lavere Breder, uden enten gjennem en Dunsttransport, eller ogsaa fra varme, overfladiske Havströmme fra lavere Latituder? Eet af To, eller begge Dele, synes Polaregnenes om Vinteren voxende og om Sommeren detacherede Iisbjerge altsaa at bevise: enten at Polaregnene hjemsöges af varme, stærk dampende Havströmme eller ogsaa af fugtige Vinde fra varmere Klimater.

Imellem den nordlige kolde Zone og Krebsens Vendecirkel bestaar Jordens Overflade for Störstedelen af Land. Dette store Landareal er bedækket med en Uendelighed af Floder og Indsöer, som paa et Par Undtagelser af nogen Betydenhed nær, nemlig det caspiske Hav og Aralsöen, udgyde deres Indhold i Havet, hvilket er et talende Beviis for at Landarealets Uddunstning staar langt tilbage for dets Regnmængde. Og rimeligt er det ikke at Evaporationen i denne Zones Havareal skulde være saa stærk, at den ikke alene skulde kunne æqvivalere mod den temmelig store Regn- og Sneemængde, som falder tilbage paa selve Havfladen, men ogsaa underholde alle de Floder, Elve og Aaer, som fra denne Zones vidtlöftige Continenter strömme ned til Havet. Ikke at tale om Plante- og Dyrerigets store Forbrug af de Vandmasser, som falde ned over Klodens Landpartier. Imellem den sydlige Iiszone og Steenbukkens Vendecirkel er vistnok Havets Areal det langt overveiende. Men Temperaturen i denne Zone er forholdsviis lav og saaledes ikke gunstig for Uddunstningen. Mærker man sig desuden dette Hav-

areals Naboskab med den sydlige Iiszone og dets forherskende Nordvestvinde: saa bliver det sandsynligt, at om dets Uddunstning afgiver noget Overskud, saa föres dette ind over og præcipiteres paa Sydpolens uhyre Iismarker.

Hvad fremdeles angaar den hede Zone, hvis Areal udgjör omtrent $\frac{2}{5}$ af hele Jordens Overflade, saa bestaar den hovedsagelig af Hav. En stor eller maaskee störste Delen af de tropiske Öer ere for lave til under et saa hedt Klima at kunne condensere Atmosphærens Damp. Det samme er Tilfældet med det störste Æqvatorialcontinent. Africa, som derfor ogsaa for en væsentlig Deel er en tör Sandörken, og i det Hele taget i Forhold til sin Udstrækning har overordentlig faa Floder. Afvigende herfra viser sig Sydamerica, hvis Kjæmpefloder levere et Beviis paa, hvilken Condensationskraft en höi Bjergkjæde kan have selv i det hede Jordbelte, og hvor svanger den tropiske Atmosphære maa være med Vanddampe. Sammenfatter man altsaa paa den ene Side den hede Zones umaadelige Havareal, Luftens og Havets höie Temperatur og den opstigende Luftström, som oventil tager Veien til höiere Breder, og paa den anden Æqvatoriallandenes forholdviis indskrænkede Udstrækning og Uformuenhed til igjen at condensere Vanddampene, fra hvilken sidste Sydamerica vistnok danner en mærkværdig Undtagelse: saa bliver det i höi Grad sandsynligt, at store Dampmasser maa udvandre fra den hede Zone til koldere Jordströg, hvor Betingelserne for Dampenes Præcipitation ere gunstigere.

Endelig maa jeg beröre en Omstændighed, som formeentlig afgjörende taler for, at de tropiske Have ikke i den hede Zones Regnskyl og Dugfald finde fuld Erstatning for, hvad de tabe ved Uddunstningen, nemlig at de

varmere Havzoner i det Hele taget ere mere saltholdige end de koldere. Thi naar Oceanets forskjellige Afdelinger ved Havströmmene staa i en levende Rapport og omtuske deres Indhold med hinanden: hvorledes skulde da de tropiske Have kunne vedligeholde en Overvægt med Hensyn til Saltgehalten uden ved en rask Fordampning, der ikke erstattes ved Regnfaldet og deraf fölgende Concentration, især naar den Saltart, hvorom der væsentlig er Spörgsmaal, nemlig Kogsaltet, omtrentlig er lige oplöselig i koldt som i varmt Vand?

Efter disse Overveielser eller Antydninger skulde man altsaa kunne betragte de tropiske Have som den Damp- eller Destillationskjedel, hvorfra Atmosphærens store, stedse præcipiterede og stedse supplerede Vandbeholdning væsentligst skriver sig, og de koldere Jordströg som Destillatets Fortætningskammere, især om man turde antage, at Atmosphærens nedre Lag paa deres Tilbagetour fra Polerne mod Æqvator fornemmelig fölge det Indre af Continenterne, i hvilket Fald de vilde naae Æqvatorialhavene i en meget tör og törstig Tilstand.

Hvad Uddunstningen kan belöbe sig til fra et forholdsviis indskrænket Havareal, har man et staaende Beviis paa i det caspiske og middellandske Hav: Det caspiske Hav optager den store Volga, Ural, Terek, Kur og Aras og flere Floder, og dog staar det paa Grund af Uddunstningen omtrent 90 Fod under Havets almindelige Niveau. Middelhavet optager Ebro, Rhone, Po, Etsch, Tagliamento, Maritza, Nilen og en utallig Mangfoldighed af mindre Floder, og dog erholder det formedelst sin stærke Uddunstning et betydeligt Tilskud fra Atlanterhavet og det sorte Hav. Disse Have ligge dog respective blot under 15° og 20° C. Middeltemperatur. Hvad skal

da ikke Uddunstningen beløbe sig til fra de store Æqvatorialhave, under 28° C. Middeltemperatur! — Men dersom altsaa store Vandmasser uafladelig destillere over fra lavere til höiere Breder, og trænge lige ind i Polernes Iisregioner, saa bliver dette en mægtig, universel Grund til Verdenshavets Tilbagegang fra Polerne mod Æqvator, da hverken de kolde eller tempererede Jordströgs Iis- og Sneemasser ere i evigt Tiltagende, eller Æqvatorialhavene eller overhovedet Klodens draabeflydende Vandbeholdning er i Aftagende. Og som et yderligere og factisk Beviis for at Tilbageströmningen fra Polerne foregaar paa Dybet kan man mærke sig, at Æqvatorialhavene, uagtet deres höiere Temperatur paa Overfladen, i större Dybder ere koldere end de tilsvarende Dybder i Middelhavet, hvis Communicationscanal med Atlanterhavet er for grund til at tilstede Atlanterhavets dybere Skikter at strömme ind deri.

Resultatet af samtlige ovenberörte, paa Havströmmene virkende, Aarsager og Omstændigheder skulde altsaa, uagtet alle temporære og locale Afvigelser, under Tingenes nærværende Orden blive:

1. At der gaar en dyb Ström fra Öst mod Vest i Æqvatorialhavene, fremkaldt ved de fra Polerne strömmende dybere Vandes mindre Rotationshastighed, og paaskyndet paa Overfladen af den lavere Passat.
2. At denne Ström, ved at falde fra Æqvatoriallandenes Vestkyster, fremkalder en mod dem convergerende Tilströmning fra Siderne, at den, ved at stöde paa Tropelandenes Östkyster, tvinges ud over sit egentlige Territorium, og, naar den ikke kan slippe forbi dem, formedelst sin större Rotationshastighed vender tilbage mod Öst, hvorved altsaa Havet kommer i en

horizontal cirkulerende Bevægelse paa begge Sider af Æqvator.

3. At Verdenshavet fra den lavere Passats Ydergrændser, deels paa Grund af dets ulige Temperatur, deels paa Grund af Vindforholdene og de forskjellige Parallelers forskjellige Rotationshastighed paa Overfladen bevæger sig mod Sydöst i den Sydlige, mod Nordöst i den nordlige Halvkugle, at denne Ström, idet den accelererer ind paa Continenternes og Öernes Vestkyster, i Nærheden af disse bliver hurtigere og dybere, og fölger dem op mod Polerne.

4. At der fra Polarhavene, især fra det Nordlige, der i Forhold til sin Udstrækning optager mange og mægtige Floder, udgaar en stærk og, hvor Havbunden tillader det, bred Ström paa Dybet, at den retarderer ind paa Landenes Östkyster, hvor den skyder op til Overfladen, viser, saa at sige, sit Udgaaende, og fölger disse ned mod Æqvator, under hvilket Löb den stöder paa de horizontalcirculerende Strömme i Oceanets lavere Breder, trykker disse noget tilbage, og deels blander sig med dem, men hovedsagelig dukker ind under dem, og saaledes nedenfra erstatter, hvad de tropiske Have tabe ved Uddunstningen.

Saadanne Deductioner kan man naturligviis ikke stole synderligt paa, især hvor de angaa saa omfattende og forviklede Spörgsmaale, medmindre de paatrykkes Sandhedens Stempel af de factiske Forholde. Vi maae derfor see efter, hvorvidt dette Strömudkast stemmer overeens med Havets virkelige, observerede Bevægelser. Vi finde da for det Förste, at der mellem Vendekredsene gaar ikke blot en deduceret, men en hurtig, dyb og bred virkelig Æqvatorialström fra Öst mod Vest baade i det stille, i

det indiske og atlantiske Hav. Som et Beviis for at denne Ström ikke blot finder Sted paa Overfladen, i hvilket Fald den kunde betragtes som en Fölge blot af Passaten, kan man mærke sig at den — vistnok udenfor sit egentlige Gebet — böier af Veien for Lagullarbanken paa den sydöstlige Kyst af Caplandet, skjöndt denne ligger omtrent 100 Favne under Havets Overflade. For det Andet finde vi, at denne Ström har sine Udlöbere, hvor den stöder paa Landenes Östkyster, og sine convergerende Tilströmninger paa deres Vestkyster. Saaledes udskyder den fra Östkysten af Asia en Green mod Nordöst under Navn af den japanesiske Ström; paa Östkysten af Africa böier den af i sydvestlig Retning og siden mod Vest forbi Caplandet, og ved Cap St. Roqve paa Sydamericas Östkyst deler den sig saaledes, at en Green löber mod Sydvest under Navn af den brasilianske Ström, medens Hovedgrenen skyder frem mod Nordvest ind i det caraibiske Hav og Bugten ved Mexico. Fra denne Bugt udgaar, under Navn af Golfströmmen, en tilbagevendende Ström henimod Azorerne, og tildeels forbi samme henimod den pyrenæiske Halvö, paa hvilke begge Steder Hovedmasserne böie af mod Syd og danne den saakaldte nordafricanske Ström, der for en Deel stryger ind i Middelhavet, men hovedsagelig iler mod Æqvatorialströmmens Udgangspunct paa Vestkysten af Africa. Paa Sydsiden af den atlantiske Æqvatorialström findes ogsaa en tilbagevendende Sideström, nemlig fra Uruguays Kyster henimod Caplandet, hvor den deels blander sig med den fra det indiske Hav fortsatte Æqvatorialsröm, som under Navn af den sydatlantiske Ström atter nærmer sig Æqvator, deels löber længer mod Öst söndenom Caplandet ind i den sydlige Deel af det indiske Hav indtil den stöder paa Nyholland, hvor den

atter deler sig saaledes, at en Green skyder frem mod Nordöst og opfanges af Æqvatorialströmmen, medens den anden böier af mod Syd, og forsætter langs Sydkysten af denne Continentalö. I det stille Hav skal Æqvatorialströmmen ogsaa have sine tilbagegaaende Sideströmme; idetmindste træffe vi de deducerede Tilströmninger mod dens Udgangspunkt paa Vestkysten af America i den mexicanske Kystström nordfra, og i den peruianske Kystström sydfra. For det Tredie finde vi en varm, nordpaa gaaende Ström langs Vestkysten af Irland, Scotland og den nordlige Deel af Norge forbi Nordcap ind i Polarhavet; ligeledes en universel Bevægelse mod Nordost i den nordlige Deel af det stille Hav henimod Nordamericas Vestkyst, langs hvilken der gaar en Ström nordover gjennem Beringsstrædet. I den sydlige Halvkugles höiere Breder ere Havströmmene mindre bekjendte. Imidlertid skal der herske en almindelig Bevægelse mod Öst paa den store Havflade mellem Sydamerica og Nyholland. Sluttelig finde vi for det Fjerde at Polarhavene skyde sine kolde Strömme, hvor der gives Landpartier, langs disses Östkyster, ned til Oceanets lavere Breder. Saaledes udgaar der fra det nordlige Polarhav en Ström ned igjennem Davisstrædet, en anden langs Östkysten af Grönland, hvilke begge forene sig paa Kysten af Labrador. Paa de nordöstlige Kyster af Asia træffer man ogsaa en Ström, som gaar sydpaa ned mod Öen Jesso. Fra det sydlige Polarhav udgaar den bekjendte antarktiske Ström og stöder paa Sydvestkysten af Sydamerica, og en formeentlig Fortsættelse af denne löber fra Ildlandet mod Nordost forbi Falklandsöerne.

Den deducerede Strömskizze skulde saaledes have saamegen Lighed med Havets observerede Bevægelser,

som man ifölge Sagens complicerede Natur kan forlange. Den eneste Ström af Betydenhed, som skulde synes at staa i Strid med Udkastet, er den Antarktiske. Denne Ström skulde nemlig i Analogi med den Arktiske vise sig paa Östkysten af det saakaldte sydlige Continent, hvorfra den skulde löbe mod Nordost og saaledes, deels stöde paa Östkysten af Patagonien, deels retardere vest om Ildlandet gjennem den store Havaabning mellem Cap Horn og Nordspidsen af Trinitetslandet. Men dersom man turde antage, at den Ström, der, som en Deviation af Æqvatorialströmmen, med stor Rotationshastighed udskydes fra Östkysten af Sydamerica henimod og sydom Nyholland, havde nogenlunde fri Passage sydöstlig om Sydpolen, paa hvilken Vei den naturligviis vil afkjöles: saa kunde den antarktiske Ström betragtes som en Fortsættelse af samme, og dennes Fremtræden vestenfor, i Ryggen, eller, saa at sige, i Kjölvandet af Sydamerica vilde være en naturlig Fölge af at dette Continent er det eneste Landparti, som fra Æqvator af rækker op til nogen betydelig Brede i den sydlige Hemisphære.

Af ovenantydede Grunde altsaa, nemlig Oceanets höiere Temperatur i Æqvatorial- end i Polaregnene, de herskende Vindes fra Æqvator divergerende Retning i begge Hemisphærers höiere Breder, Tropehavenes stærke Uddunstning og Dunsternes Transport til koldere Jordströg, hvortil endnu kommer de sidstnævnte Haves forholdsviis store Kulde paa Dybet; og i Betragtning af den Bekræftelse, det paa disse Grunde byggede Strömudkast har fundet i Havets Bevægelser paa Overfladen, hvor Erfaringen kan overtage en umiddelbar Control, kan man vel, uden at forfalde til theoretiserende Fusentasteri, antage at der paa Bunden af Verdenshavet og i dets dybere

Lag *in toto* gives en Strömning fra Polerne mod Æqvator. Og naar man bemærker, at en stor Deel af de betydeligste Havströmme, som have været Gjenstand for Observation, kunne skyde en midlere Fart fra 15 til 80 geographiske Mile i 24 Timer, saa bliver man tilböielig til at tillægge Strömmen paa Dybet, der ved at passere gjennem et mere indknebet Rum skal retablere Ligevægten, en ikke ubetydelig Hastighed, nagtet den Modstand, den maa lide ved at glide hen over Havbunden, især om man nærer store Begreber om de Dunstmasser, som Tropehavene udsende til de koldere Jordströg. Men hvorom Alting er, saa maa denne Ström i Forhold til sin Hastighed have en stærk bortförende Kraft. Thi dens Vande maa deels paa Grund af deres lave Temperatur, deels formedelst det stærke Tryk fra oven, have en stor Tæthed, hvorved deres Stöd bliver meget effectfuldt, og hvorved tillige de Legemer, som komme inden Strömmens Omraade, tabe meget af deres Vægt, og fölgelig blive saameget lettere at flytte.

Gjentager man nu Spörgsmaalet om, hvorledes Havet holder Huus med de Mineralmasser, som i Seklernes Löb föres ned i dets Bækken, saa maa Svaret lyde omtrent saaledes: Naar Havet ved Stormenes Stöd og Tryk stuves op mod Kysterne, opstaar der en Ström fra Land langs Havbunden ad Dybet til. Denne Ström, som overhovedet enhver Bevægelse i Havet mod og langs Kysterne, foruroliger de paa Strandbredden i og udenfor Flodmaalet henkastede Steen- og Grunsdynger, hvorved de rulle, glide ned over den i Almindelighed heldende Havbund og saaledes omsider komme ind i den dybe Polarström, der tager dem med paa sin Reise mod Æqvator. De oplöste Salte og suspenderede Steenmasser, som blive Ha-

vet tilförte, komme ikke paa saa directe Vei til deres Bestemmelsessted, undtagen hvor de, som f. Ex. paa Landpartiernes Östkyster i höiere Breder, umiddelbar opfanges af Polarströmmen. Paa de modsvarende Vestkyster derimod ville Salt- og Slammasserne gribes og en Tid lang omtumles af de overfladiske Havströmme, og saaledes tage Veien op mod Polerne. Men paa denne Vei afkjöles efterhaanden de dem bærende Vandskikter og synke ind, idet de stedse succederes af nye, og saaledes maa de omsider med samt deres Salt- og Slamindhold komme ind i Polarströmmen og ile afsted til de tropiske Have. En stor Deel af Slammet vil vel ogsaa, naar det kommer ud paa det aabne Hav, hvor det mere uforstyrret kan fölge Tyngdens Love, synke ned i Polarströmmen, uden at gjöre Omveien op til Polarhavene. Oceanets dybe Polarström udförer altsaa med Hensyn til Mineraltransporten den samme Forretning mellem Klodens höiere og lavere Breder, som de rindende Vande mellem Höilandene og Havet. I Forbindelse med denne Transport paa Dybet kan man ogsaa mærke sig de betydelige Steen- og Grusmasser, som Polaregnenes Iisflager, hvor Strömmen skyder op til Overfladen, före ned til lavere Breder, og under deres Optöen kaste i Havet til videre Befordring. Mellem Vendekredsene möde Polarströmmene hinanden; deres horizontale Bevægelse mod Æqvator maa derfor sagtne, omsider standse og tage Retningen opad, for at erstatte den ved Uddunstningen bevirkede Afgang paa Overfladen. Under denne Opstigen maa Rullestenene, det grovere Gruus, og störste Delen af Slammen, som Strömmen förte, rullede med sig langs Havbunden, blive tilbage, saameget mere som Vandets Bærekraft paa Grund af formindsket Tryk og stigende Temperatur aftager efterhaanden som

Afstanden fra Havbunden tiltager. De oplöste Salte, organiske Substantser, maaskee ogsaa de fineste Slampartikler, vilde derimod rimeligviis fölge med Strömmen op til Havets Overflade og sammenblandes med de Saltmasser og den finere Detritus, som de tropiske Floder före ned i Havbækkenet. Men under Tropehavenes stærke Uddunstning blive disse Salte og suspenderede Steenpartikler tilbage. Og da Uddunstningen bevirker en evig Tilströmning af Vandmasser, som före Salt og Slam med sig; da den lavere Passat og de horizontal cirkulerende Strömme mellem Vendekredsene i alle Fald i nogen Grad forhindre Tropehavenes övre Lag fra at glide ud til de koldere Egne, hvorved de igjen vilde bortföre de cirkulerende Salt- og Slammasser: saa maa Slammængden, og fornemmelig Saltgehalten [1]) i de tropiske Have omsider blive saa stor, at man maa tænke paa en Præcipitation. En saadan Præcipitation er idetmindste intet nyt Tankefoster paa Geologiens Gebet, da man jo anseer Saltnedlagene ved Wielitzska, Cordona &c. for Sedimenter af Havet. Da Saltgehaltens Concentration begynder fra oven, idet de bortdunstede Skikter afstaa deres mineralske og vegetabilske Indhold til de nærmest Underliggende, saa maa ogsaa Bundfældningen begynde fra Overfladen, saameget mere som den forherskende Bestanddeel, Kogsaltet, ikke er mere oplöseligt i varmt end i koldt Vand. Men tager Bundfældningen sin Begyndelse i det överste Lag, saa er det rimeligt at de udfældte Saltmasser idet de söge Bun-

[1]) At Æqvatorialhavene ere rige ikke blot paa Kogsalt, men ogsaa paa andre Saltsorter, finder man et Beviis for i de der fortrinsviis voxende Coralöer. Hvorledes skulde Zoophyterne ellers komme til det Bygningsmateriale, hvoraf disse Öer opföres?

den, rive med sig Alt, hvad der er mekanisk indblandet i Vandet, og saaledes rense Tropehavene for al Mudder- og Slamgehalt, en Anskuelse, som synes at finde noget Medhold i disse Haves store Gjennemsigtighed.

Men dersom det har sin Rigtighed med Vandets ovenbetegnede Virksomhed baade paa Jordens törre Dele og i Havbækkenet, saa kommer man til det vigtige geologiske Resultat, at Jordlegemet befinder sig i en, hvorvel langsom, Afplatningsproces. Thi naar de rindende Vande arbeide paa at nedbryde og bortföre Klodens Landpartier, og de dybe Havströmme före alt rörligt Gods, som kommer inden deres Enemærker, ned mod Æqvator, tildeels vel ogsaa forö̈ge deres Last ved at rasere Havbunden: saa bliver en Forlængelse af Jordens Æqvatorialdiameter og en Forkortelse af dens Axe en Selvfölge.

Man vil naturligviis her opkaste det Spörgsmaal, om man siden Colombus's Dage har mærket til nogen Opgrunding af Æqvatorialhavene? Saavidt jeg veed, kun paa eet Sted, nemlig i Atlanterhavet under eller lidt söndenfor Æqvator 20° vestenfor Parisermeridianen. Det kan desuden være tvivlsomt, om Havbundens Nærmelse til Havspeilet paa dette Sted skriver sig fra Sedimentation, eller fra hævende plutoniske Kræfter. Men herved maa bemærkes, at dersom Jordens faste Kjærne afplattes, saa deeltage ogsaa dens flydende Masser i nogen Grad i Afplatningen, og fölgelig kunne de Forandringer, som Tropehavenes Dybder maatte undergaa, ingenlunde saa ligetil tjene som Maalestok for de der afsatte Mineralmassers Mægtighed. Desuden selv om den Kundskab, man har om Tropehavenes Dybder, var saa gammel og fuldstændig, at man med Vished kunde paastaa at ingen mærkelige Forandringer deri vare indtrufne siden Colombus's Dage, saa er dog

det Tidsrum, som ligger mellem Colombus og os, alt for kort til at man deri skulde kunne vente noget Udslag af en langsomt virkende geologisk Proces. Naturens geologiske Operationer forlange, som bekjendt, en egen Tidsscala, hvorpaa f. Ex. de Aartusinder, som ere forlöbne siden Menneskets förste Optræden paa Kloden, synke sammen til en meget ubetydelig Störrelse. Vigtigere synes fölgende Indvending fra Astronomiens Side at være. Dersom Jordlegemet afplattes, saa foröges dets Træghedsmoment med Hensyn til Omdreiningsaxen, fölgelig maatte dets Omdreiningshastighed være i Aftagende, hvilket maatte have givet sig tilkjende i Stjernedagens Forlængelse. Men nu har efter Laplace Stjernedagen ikke forandret sig $\frac{1}{200}$ af et Secund i 2000 Aar. Herimod maa jeg ogsaa bringe Tidsrummets Korthed i Erindring. Iforbigaaende kan man ogsaa bemærke, at Vandet i bemeldte Tidsrum ei alene har fört tunge Massedele af Jordlegemet fra höiere til lavere Breder, hvorved Træghedsmomentet foröges, men det har ogsaa flyttet store Mineral- eller Bjergmasser fra Höilandene til Lavlandet og Havet, hvorved Træghedsmomentet formindskes, og fölgelig for en Deel i dette Punkt neutraliseret sin egen Virken. Men hvad jeg egentlig vil udhæve, er at Stjernedagens Uforanderlighed efter Nutidens geologiske Yndlingstheori formeentlig bliver aldeles uforklarlig, saalænge man ikke kan opvise en Naturproces, hvorved Jordens Omdreiningshastighed conserveres. Man antager jo, at Jorden er en ildflydende Masse paa en forholdsviis tynd Skorpe nær. Men dersom Jordlegemet befinder sig i en saadan Tilstand, saa maa det omgivet, som det er, paa alle Sider af et Medium, som let transmitterer den straalende Varme og let transporterer den meddeelte Varme ud til det kolde Himmelrum, efterhaan-

den afkjöles og krympe sammen, hvorfor ogsaa alle Jordens Vulcaner, efter den herskende Forestilling om dem, levere et factisk Beviis. Men trækker Jordens Masse sig sammen til et mindre Volumen, saa er en Forögelse af dens Omdreiningshastighed en uudeblivelig Fölge. Hvad om nu Jordlegemets Afkjöling og dets ovenantydede neptuniske Epigenesis med Hensyn til Træghedsmomentet recompenserede hinanden? Dog 2000 Aar er, som allerede bemærket, en altfor kort Prövetid for geologiske Hypotheser. Vi maa derfor udstrække Betragtningen til længere Epocher, idet vi skyde Udgangspunktet for Vandets Virksomhed længere tilbage mod Fortidens Baggrund. Der frembyder sig da et andet astronomisk, eller egentlig geologisk Hensyn, som her maa tages under Overveielse. Man anseer, som bekjendt, Jordens sphæroidiske Form som et Beviis paa, at den engang har været i en flydende Tilstand, men dersom Jordlegemet engang roterede omkring sin Axe i en saadan Tilstand, saa er det en uafviselig Fordring, at det nu maa have Formen af en fuldkommen Omdreiningsellipsoide paa de smaa Ujævnheder nær, som man kalder Bjerg og Dal, medmindre denne Form er gaaet tabt ved senere Omvandlinger. Efter en Sandsynlighedsberegning af de bedste geodætiske Opmaalinger anslaar man Jordens Fladtrykning til $\frac{1}{307,7}$. Men nu har Laplace efter den nöiagtigste og fuldstændigste Gradmaaling, som nogensinde har været udfört, nemlig mellem Barcelona og Dünkirken, beregnet Fladtrykningen til $\frac{1}{150}$, hvilken, som Friedrich Hoffmann udtrykker sig [1]), hverken lader sig bringe i Overeensstemmelse med Tyngdens Love eller andre her i Betragtning kommende Hensyn. Et saadant Resultat fra en saa-

[1]) I sin physikalische Geographie, Berlin 1837.

dan Mathematiker efter saadanne Data maa gjöre Troen paa Jordens fuldkomne elliptiske Rotationsform noget vaklende. Ved denne Anledning kan man ogsaa beröre det mærkelige Resultat, man kom til ved den nöiagtige Opmaaling af Meridiangraderne, som fandt Sted ved Aarhundredets Begyndelse mellem Öen Wight og Clifton ved Doncaster, nemlig at den nordligere Meridiangrad bestandig var noget kortere end den sydligere, hvilket netop er det Modsatte af hvad Tilfældet skulde have været, om Kloden havde Formen af en faldkommen Omdreiningsellipsoide. Vil man altsaa beholde Hypothesen om Jordens oprindelige Flydenhedstilstand, saa maa man, for at forklare sig saadanne Anomalier, tage sin Tilflugt til Formforandringer, som ere indtraadte, efter at Jordkuglen fik en fast Consistentse. Og, forudsat at Jordens Vandbeholdning er stor nok og at den har haft Tiden for sig, synes saadanne Formforandringer meget vel at kunne hidröre fra Vandets destruerende og reproducerende Virksomhed, da det ingenlunde er nödvendigt eller rimeligt, at Nedbrydningen, Flytningen og Bortfældningen af Jordlegemets faste Bygningsdele overalt skulde have været saa regelret, saa egal, som udfordres til Vedligeholdelsen af en fuldkommen elliptisk Rotationsform.

Da en stor Deel af Jordens nærværende törre Overflade engang har staaet under Vand, og da Vandet begyndte sin Rolle förend Opstigningen af Havet fandt Sted: saa maa man ogsaa vente at see nogen Fölger eller Spor af dets Virken i Forekomsten og Udbredelsen af Klodens forskjellige geologiske Formationer af marinisk Oprindelse. Man maa nemlig vente at træffe de nye Formationer af bemeldte Art meest udviklede og udbredte i Klodens lavere Breder, medens de ældre især maa komme

tilsyne i Polarlandene. Og forsaavidt de mariniske Strata bestaa af mechanisk Nedslag, maa deres Indhold være saameget mere forskjelligartet, deres Korn saameget finere og mere afrundet, jo nærmere man kommer Æqvator, hvor ikke locale Aarsager have fremkaldt Undtagelser fra Reglen. Thi fra jo fjernere og flere Steder Materialet er blevet sammenført, destomere sammenstødt, afrundet og sammenblandet maa det være, hvorhos ogsaa kan bemærkes, at det finere Gods lettere lader sig flytte end det grovere. I Almindelighed skulde man altsaa vente, at Polaregnene ere Hovedsædet for de skarpkantede Klippestykker, de tempererede Zoner for de afrundede egentlig erratiske Blokke, og den hede Zone for Sandet og det finere Sediment. Om disse Følgeslutninger finde Bekræftelse i de factiske Forholde eller ikke, maa afgjøres ved et udbredt Kjendskab til Resultaterne af den descriptive Geologi. Jeg kan kun løselig paapege det europæiske Nordens gamle, raserede Klippebaand, de erratiske Blokkes Vandring mod Syd i den nordlige Halvkugle, deres hyppige Forekomst i begge Hemisphærer mellem Polerne og den firtiende Parallel, Mangelen af dem indenfor denne Bredecirkel, Tertiærformationernes store Udbredelse i Sydamerica, og endelig Saharas Flyvesand, der meget vel synes at kunne forestille et fra det Fjerne hidført Depositum af Havet. At afgjøre om og hvorvidt ovenbetegnede neptuniske Proces udtaler sig i Landpartiernes geognostiske Constitution bliver imidlertid ingen let Opgave, selv efter at alle Jordens Lande have været Gjenstand for den omhyggeligste Forskning, da Bygningsdelenes Anordning i den for Mennesket tilgjængelige Deel af Jordlegemet ikke er noget simpelt Resultat af en enkelt, Alt beherskende Naturlov, men et forviklet Product af tilfældige Omstændigheder og

mod hinanden kjæmpende Kræfter. De saakaldte plutoniske Kræfter kunne ved langsomme eller voldsomme Hævninger og Sænkninger af dette eller hiint Parti af Jordens Overflade hyppig have forstyrret Virkningerne af den neptuniske Operation, eller aldeles udslettet dens Spor; de krystallinske Bjergkjæder, dette Jordskorpens *Framework*, hvortil de lösere Bjergarter stötte sig, kunne have foranlediget deels Dannelsen, deels Vedligeholdelsen af mariniske Deposita paa Steder, hvor man ikke skulde have ventet dem; chemiske Actioner kunne have forandret Formationerne saaledes at deres oprindelige Dannelsesmaade bliver tvivlsom; Formationer, som under de rindende Vandes Indflydelse have dannet sig paa Continenternes Overflade efter at disse stege frem af Havets Skjöd, kunne have megen Lighed med mariniske Strata og under voldsomme Katastrofer have blandet sig med dem o. s. v. Man maa derfor være forberedt paa i Klodens geognostiske Fysiognomi at stöde paa en Uendelighed af tvivlsomme Spörgsmaale og Undtagelser fra de Regler, som kunne udledes af en neptunisk Epigenesis.

Sluttelig maa det staa derhen, om ikke den Rolle, som Vandet spiller paa Kloden, skulde, hvor langsomt den end förer til Maalet, gjöre de meget omtvistede Hypotheser om Jordens vandige og ildige Flydenhedstilstand overflödige, forsaavidt de stötte sig paa dens sphæroidiske Form. Hvorledes nemlig end Jordens Massedele have ansamlet sig i Fortidens Nat; hvorledes end Kloden er kommen til sin nærværende Consistentse: saa maa man, ifald man overhovedet tænker paa nogen Ansamling, antage Tyngden som den formende Kraft, hvoraf en Tilnærmelse til Kuglen bliver Resultatet. Trænger man nu ved Hjælp af Geologiens Fjerrör ind i Forgangenhedens bundlöse

Perspectiv og tænker sig et saadant roterende Verdensemne paa ovenbetegnede Maade bearbeidet af en uhyre Vandmasse gjennem de umaalelige Æoner, som ligge mellem Morgenrödens förste Vandring om Kloden og den Dag idag: saa synes det rimeligt, at det oprindelig kugleformige eller endog uformelige Legeme efterhaanden maatte have antaget, ialfald tilnærmelsesviis, Formen af en Omdreiningsellipsoide. Bemærkes maa det herved, at jo længere det roterende Legeme stod tilbage fra den Form, det med den givne Omdreiningshastighed vilde antage i flydende Tilstand, desto raskere vilde Omvandlingen gaa for sig, eftersom Transporten fra Polaregnene til det midlere Belte da vilde være saameget lettere. En saadan Geogoni forudsætter Tid, men den söger ikke Grunden til hvad man seer i en Tingenes Orden, som man ikke har seet, og hvorom Mennesket ingen Mening kan have.

XI.

Bemærkninger ved Chr. Langbergs magnetiske Intensitets Iagttagelser [1])

af

Dr. I. Lamont,
Directeur af Observatoriet i München.

I Poggendorff's Annalen der Physik (Nyt Mag. for Naturvidensk. 5 B. 274) har Hr. Langberg meddeelt en meget interessant Række af magnetiske Intensitets Iagttagelser, anstillede paa en Reise til England, Frankrig og Tydskland i Aarene 1843 og 1844. Jeg finder mig derved foranlediget til ogsaa at offentliggjöre nogle deels af Dr. Ångström deels af mig erholdte analoge Bestemmelser, idet jeg gaaer ud fra den Anskuelse, at det paa nærværende Standpunkt af vore magnetiske Kundskaber er af væsentlig Fordeel at kunne sammenligne forskjellige Iagttageres Resultater, især naar disse ere vundne med forskjellige Hjælpemidler. Alene derved vil man erholde

---

[1]) Poggendorffs Annalen LXX p. 150.

en rigtig Dom over Paalideligheden af selve Bestemmelserne, og en Norm for fremtidige Arbeider af samme Slags.

Först maa jeg anmærke, at jeg for Sammenlignelighedens Skyld har anseet det hensigtsmæssigt at reducere alle Langbergs Iagttagelser til en bestemt Epoche — den 1 Januar 1845 — ligesom jeg allerede forhen havde gjort med de andre oven omtalte Iagttagelser. Herved lagdes de timevise Optegninger paa Münchener Observatoriet til Grund. Dette er nu afgjort unöiagtigt, fordi hverken Instrumenternes Stand for en given Tid kan udledes af de blot fra Time til Time gjorte Optegninger, endnu mindre de magnetiske Variationer kunne antages overalt at være lige. Men for Sammenligningens Skyld er en Reduction til samme Epoche absolut nödvendig, og jeg har overbeviist mig om, at man paa den antydede Maade i ethvert Fald altid kommer Sandheden nærmere, end naar man forsömmer denne Reduktion. Isærdeleshed vil man i den udförlige Fremstilling af mine Resultater [1]) finde paaviist, at for Deklinations-Bestemmelserne er Sikkerheden af Reduktionen langt större end Sikkerheden af Iagttagelserne selv, naar ikke disse ere gjorte under særdeles gunstige Omstændigheder, som t. Ex. i et magnetisk Observatorium.

Her fölge nu Værdierne af den midlere Horizontal-Intensitet 1 Januar 1845, saaledes som de af de forskjellige Maalninger udledes:

Langbergs Bestemmelser.

Kjöbenhavn	1. 6545	Genf	1. 9837
London	1. 7191	Mailand	2. 0345

---

[1]) Abhandl. der Königl. bayr. Academie d. Wissench. Bd. V. Abth. 1.

Cork	1. 6486	Venedig	2. 0674
Brüssel	1. 7710	Roveredo	2. 0317
Paris	1. 8372	München	1. 9386
Bonn	1. 8001	Wien	1. 9731
Tübingen	1. 9048	Prag	1. 8740
Bern	1. 9625	Dresden	1. 8377

Lamonts Bestemmelser.

Stuttgard	1. 8870	Brüssel	1. 7662
Tübingen	1. 9034	Utrecht	1. 7278
Mannheim	1. 8568	Leiden	1. 7234
Bonn	1. 7941	London, Greenwich	1. 7250
Aachen	1. 7810	Woolwich	1. 7197

Ångströms Bestemmelser.

Augsburg	1. 9299	Tübingen	1. 9011
Ulm	1. 9186	Strassburg	1. 8909
Stuttgard	1. 8969	Paris	1. 8355
Brüssel	1. 7664	Altona	1. 7262
Bonn	1. 7926	Kjöbenhavn	1. 6548
Göttingen	1. 7849		

Foruden Intensitets Bestemmelserne har jeg ogsaa paa enhver Station iagttaget Declinationen, idet jeg först bestemte Vinkelen mellem den magnetiske Meridian og en terrestrisk Mire. De Steder, hvor jeg kunde erholde Azimuth af den terrestriske Mire, fölge her, alle paa den ovenanförte Maade reducerede til den 1 Jan. 1845

Tübingen	17°50′,0	Brüssel	21°15′,1	Leiden	20°47′,3
Mannheim	18 12 ,8	Utrecht	20 19 ,0	London Greenwich	23 3,9

Hr. Langberg anförer under Fremstillingen af sine Maalninger i Brüssel et Sted af *Mém. de l'Academie R. de Bruxelles pour 1845*, hvorefter af Aflæsningerne (n) af Bifilaret sammesteds den absolute Intensitet skulde fin-

des ved Formelen $1{,}7547 + 0.000356\,n$, og Værdien af Constanten 1,7547 skulde være udledet af mine Iagttagelser.

Af det Forangaaende vil man see at dette grunder sig paa en Trykfeil i Brüsseler-Memoirerne, og at man maa sætte 1.7647 istedetfor 1.7547. Derved reducerer sig Forskjellen mellem Langbergs og mine Bestemmelser for Brüssel til 0.0063, eller efter min Reduktion til 0.0048. De analoge Forskjeller udgjöre for Bonn 0,0061, Tübingen 0.0014, München 0.0006 (med Udelukkelse af den sidste Dag). I alle Tilfælde ere Hr. Langbergs Intensiteter större end mine. Her maa imidlertid bemærkes, at Constanten for Langbergs Cylinder bestemtes i Christiania ved Sammenligning med Hansteens absolute Maalninger, ved hvilke, som jeg har Grund til at formode, Inductionen ikke er bragt i Regning. Efter en af mig med en Göttinger 4pundig Stav foretaget Bestemmelse udgjorde Inductions Coëfficienten for denne Stav 0.00205. Er ovenstaaende Formodning begrundet, og forudsætter man at de af Hansteen benyttede Stave have samme Beskaffenhed, som den af mig undersögte Göttinger-Stav, saa maatte Hansteens absolute Bestemmelser formindskes med $\frac{1}{633}$. Overeensstemmelsen mellem mine Maalninger og Langbergs vilde herved blive langt fuldkomnere.

Hvad Forskjellerne mellem Dr. Ångströms Resultater og mine angaaer, saa falde de indenfor de Grændser, som man billigviis kan fastsætte for Iagttagelser af denne Slags, med Undtagelse af Stuttgard. Ved denne Station maa imidlertid anmærkes, at Ångström har iagttaget i Byen, og i en neppe gunstig Omgivelse, medens jeg har foretaget Intensitets-Bestemmelsen paa en K l i p p e udenfor Byen; Local-Indflydelser ere altsaa her idetmindste ikke usandsynlige.

XII.

Meteorologiske Constanter for Christiania.

Af

Chr. Hansteen.

I Nyt Magazin for Naturvidenskaberne 3die Bind har jeg meddelt Bidrag til Bestemmelsen af forskjellige Constanter for Christiania. Bestemmelserne for Lufttrykket grundede sig den Gang kun paa 3 Aars, og for Temperaturen ligeledes paa 3 Aars Iagttagelser paa det herværende Observatorium og 2 Aargange observerede paa Hovedvagten paa Agershuus Fæstning i Aarene 1827 og 1828. Meteorologiske Iagttagelser begyndtes paa Observatoriet i April 1837, fra hvilken Tid de meteorologiske Instrumenters Stand, Vindens Retning og Styrke, samt Himmelens Udseende er bleven antegnet paa Timerne 9 Formiddag og 2, 4, 10 Eftermiddag. Fra 1ste Marts 1838 er hertil endnu föjet en 5te Iagttagelse til 7 Formiddag. I 1837 observeredes Luftrykket paa et Barometer af Fortin; men for

1838 Aars Begyndelse er dette omskiftet med et endnu fuldkomnere Barometer af Pistor i Berlin, som er beskrevet paa ovenanförte Sted. Saaledes haves nu, naar Iagttagelserne i 1837, som mindre fuldstændige, udelades, en i 10 Aar uafbrudt fortsat Række af Iagttagelser med samme Instrumenter, hvoraf man tör vente at kunne udlede en temmelig tilnærmet Bestemmelse af Lufttrykkets og Temperaturens Störrelse og Forandringer. Jeg skal först meddele den til Frysepunktet reducerede

Barometerstand.

Januar.

Time	19	21	2	4	10
1838	341,837	41,952	41,837	41,857	41,977
1839	329,935	30,065	29,914	29,990	30,256
1840	331,403	31,620	31,505	31,438	31,375
1841	334,3955	34,6650	34,7708	34,8594	34,8996
1842	339,2070	39,3305	39,2203	39,2234	39,2921
1843	330,5926	30,7117	30,6827	30,7202	30,6931
1844	333,6332	33,7239	33,4882	33,5228	33,6690
1845	334,759	34,887	34,843	34,884	34,972
1846	335,070	35,148	34,988	35,045	35,109
1847	338,491	38,647	38,535	38,527	38,542
Middel	334,9323	35,0754	34,9784	35,0067	35,0786

Februar.

Time	19	21	2	4	10
1838	334,847	4,906	4,647	4,512	4,613
39	333,414	3,401	3,274	3,374	3,932
40	338,541	8,684	8,516	8,438	8,607
41	337,8641	7,9076	7,6206	7,5358	7,6855
42	335,5217	5,6894	5,4590	5,4065	5,4749
43	333,7960	3,9363	3,8430	3,7192	4,0354
44	333,1129	3,1862	3,0955	3,0470	3,3426
45	336,385	6,473	6,381	6,288	6,475
46	332,569	2,402	2,496	2,443	2,480
47	333,412	3,505	3,423	3,398	3,578
Middel	334,9463	5,0091	4,7755	4,8162	5,0223

Marts.

Time	19	21	2	4	10
1838	335,429	5,458	5,418	5,343	5,551
39	7,531	7,555	7,011	6,983	7,349
40	7,697	7,722	7,372	7,257	7,479
41	5,3299	5,3382	5,1403	5,0558	5,5032
42	1,9146	1,9830	1,9392	1,8576	1,9082
43	6,7361	6,8008	6,4864	6,2999	6,4142
44	4,3587	4,4470	4,2875	4,1899	4,3792
45	6,075	6,155	5,806	5,625	5,974
46	2,843	2,925	2,812	2,738	2,840
47	6,469	6,555	6,251	6,099	6,156
Middel	335,4378	5,4939	5,2523	5,1448	5,3554

April.

Time	19	21	2	4	10
1838	332,727	2,754	2,561	2,509	2,769
39	8,816	8,837	8,563	8,374	8,616
40	6,808	6,895	6,686	6,494	6,743
41	5,6924	5,7232	5,6187	5,4798	5,6898
42	7,8027	7,7496	7,3399	7,1930	7,6704
43	5,1718	5,2360	5,1063	5,0317	5,3388
44	6,8780	6,8730	6,6480	6,5503	6,7864
45	6,064	6,069	5,682	5,508	5,719
46	5,257	5,275	5,078	4,912	5,277
47	3,259	3,312	3,194	3,070	3,246
Middel	335,8476	5,8724	5,6477	5,5122	5,7855

Mai.

Time	19	21	2	4	10
1838	337,030	6,952	6,501	6,363	6,787
39	6,260	6,288	5,970	5,831	6,075
40	4,980	5,020	4,656	4,536	4,742
41	5,6086	5,6095	5,4177	5,2383	5,4079
42	6,6250	6,6087	6,3235	6,1798	6,3835
43	6,5197	6,4589	5,9912	5,8108	6,0025
44	8,071	8,042	7,568	7,326	7,659
45	5,477	5,438	5,172	5,006	5,167
46	5,973	5,907	5,561	5,428	5,624
47	5,912	5,949	5,693	5,598	5,866
Middel	336,2456	6,2273	5,8453	5,7316	5,9714

Juni.

Time	19	21	2	4	10
1838	334,915	4,899	4,703	4,571	4,845
39	4,571	4,535	4,211	4,132	4,355
40	3,667	3,668	3,299	3,177	3,393
41	4,352	4,350	4,163	4,038	4,232
42	4,800	4,723	4,343	4,224	4,518
43	4,808	4,757	4,373	4,206	4,405
44	3,471	3,425	3,125	3,037	3,262
45	4,639	4,693	4,489	4,417	4,581
46	6,516	6,428	5,957	5,788	6,155
47	5,203	5,186	4,934	4,804	4,952
Middel	334,6942	4,6664	4,3597	4,2394	4,4698

Juli.

Time	19	21	2	4	10
1838	333,967	3,988	3,664	3,540	3,796
39	5,083	5,087	4,816	4,684	4,795
40	2,692	2,738	2,537	2,493	2,571
41	2,672	2,682	2,464	2,382	2,453
42	4,420	4,412	4,123	4,048	4,301
43	4,044	4,024	3,712	3,586	3,785
44	3,416	3,427	3,185	3,118	3,303
45	5,118	5,198	4,986	4,873	5,065
46	4,204	4,206	4,050	3,966	4,194
47	5,754	5,748	5,444	5,305	5,504
Middel	334,1370	4,1510	3,8981	3,7995	3,9767

August.

Time	19	21	2	4	10
1838	332,424	2,512	2,243	2,161	2,335
39	4,797	4,821	4,666	4,532	4,730
40	5,497	5,521	5,360	5,278	5,544
41	4,3961	4,4514	4,3129	4,2026	4,3760
42	7,2583	7,2831	6,9443	6,8157	7,0207
43	6,1481	6,2103	6,0730	6,0058	6,2765
44	2,6045	2,6332	2,5345	2,5268	2,8849
45	4,191	4,270	4,108	4,011	4,231
46	6,951	7,004	6,754	6,646	6,796
47	6,242	6,303	5,971	5,786	6,022
Middel	335,0512	6,1009	4,8967	4,7965	5,0216

September.

Time	19	21	2	4	10
1838	336,640	6,731	6,584	6,509	9,739
39	3,846	3,939	3,704	3,591	3,823
40	3,380	3,413	3,298	3,246	3,403
41	7,0359	7,1255	6,8882	6,7412	6,8815
42	6,3092	6,3853	6,0863	5,9786	6,2133
43	7,3480	7,3371	6,9426	6,8307	7,0012
44	6,9247	6,9817	6,6527	6,4940	6,6567
45	4,360	4,433	4,157	4,036	4,065
46	6,154	6,143	5,825	5,709	6,014
47	2,925	3,092	2,996	2,950	3,207
Middel	335,4923	5,5581	5,3134	5,2086	5,4004

October.

Time	19	21	2	4	10
1838	333,266	3,435	3,342	3,211	3,082
39	9,591	9,735	9,554	9,502	9,731
40	5,317	5,411	5,248	5,211	5,487
41	2,2352	2,3563	2,2152	2,0926	2,4093
42	1,4792	1,5339	1,3803	1,4236	1,7308
43	3,7558	3,8800	3,7690	3,7542	3,9852
44	3,2763	3,3377	3,0197	2,8979	3,1019
45	4,538	4,558	4,521	4,486	4,714
46	4,450	4,583	4,535	4,529	4,727
47	5,967	6,066	5,766	5,724	6,040
Middel	334,3872	4,4896	4,3350	4,2831	4,5008

November.

Time	19	21	2	4	10
1838	232,955	3,121	2,927	2,897	2,994
39	6,553	6,717	6,582	6,578	6,670
40	3,295	3,390	3,352	3,399	3,403
41	3,7235	3,7182	3,3626	3,3253	3,3616
42	4,4058	4,4898	4,3640	4,3994	4,6323
43	4,6197	4,7161	4,5583	4,4818	4,5500
44	6,8196	6,9987	6,8560	6,8607	6,8720
45	3,404	3,576	3,332	3,374	3,460
46	7,292	7,392	7,205	7,171	7,329
47	4,734	4,876	4,756	4,751	4,741
Middel	334,7802	4,8995	4,7295	4,7237	4,8013

December.

Time	19	21	2	4	10
1838	336,047	6,196	6,157	6,079	6,205
39	7,217	7,379	7,272	7,289	7,425
40	9,425	9,570	9,430	9,385	9,356
41	2,3342	2,5566	2,6317	2,6886	2,8254
42	4,2041	4,3032	3,8976	3,8388	4,0006
43	5,5711	5,6675	5,5352	5,4000	5,3813
44	11,9421	12,0942	11,9006	11,8809	11,8409
45	0,352	0,424	0,428	0,509	0,488
46	3,121	3,250	3,232	3,191	3,310
47	7,125	7,301	7,389	7,465	7,585
Middel	335,7339	5,8742	5,7873	5,7726	5,8417

Man seer af disse Middeltal, at i alle Maaneder synker Barometret fra Formiddagstimen 21 til Eftermiddagstimerne 2 eller 4, og stiger igjen henimod Timen 10, dog saaledes, at det, med Undtagelse af 3 af Vintermaanederne staaer lidt lavere ved den sidste end ved den förstnævnte Time. Denne Regel viser sig ogsaa uden Undtagelse i Sommermaanederne i hver enkelt Aargang; men i Vintermaanederne, da de regelmæssige Variationer ere smaae og de uregelmæssige i Maanedens Löb undertiden stige til 18 eller 20 Linier, hender det undertiden, at den bliver ukjendelig. Det er altsaa klart, at Barometeriagttagelser endog i vore nordlige Egne, ved hvilke endog ved Middeltal af flere Aar ingen saadan daglig Variation er kjendelig, maae være skjödeslöst observerede, eller skjödeslöst reducerede, eller begge Dele.

Ved Bearbeidelsen af disse Materialier kunne fölgende Opgaver forlanges besvarede: 1) at finde en Formel for den daglige Variation i hver Maaned og Middelstanden for Maaneden. 2) Af denne at udlede Tidspunkterne, naar Maxima og Minima i Dögnet for hver Maaned indtræffe. 3) Den maanedlige Middelstand ved Havets Overflade. 4) Den absolute Middelstand for Havfladen ved Christiania. 5) Den sandsynlige Usikkerhed af den maanedlige og aarlige Middelstand.

Paa det ovenanförte Sted har jeg viist, at naar b_n betegner Barometerstanden ved Timen n, μ Middelstanden i Dögnet, saa kan den förste udtrykkes ved fölgende Formel:

$$\begin{aligned} b_n = \mu + x_1 \sin(n.15^0) + y_1 \cos(n.15^0) + \\ + x_2.\sin(n.30^0) + y_2 \cos(n.30^0) + \end{aligned} \qquad (1)$$

hvor x_1, y_1, x_2, y_2 ere Constanter. Da man i ovenstaaende Tabeller kun har 5 Værdier for b_n, nemlig for

$n = 2, 4, 10, 19, 21$, saa kunne disse 4 Constanter tillige med μ deraf bestemmes. Sætter man

$x_1 = \alpha_1 \cos a_1$, $y_1 = \alpha_1 \sin a_1$, $x_2 = \alpha_2 \cos a_2$, $y_2 = \alpha_2 \sin a_2$, (2)

saa forvandler Formlen sig til fölgende:

$h_n = \mu + \alpha_1 \sin(a_1 + n.15^0) + \alpha_2 \sin(a_2 + n.30^0)$, (3)

i hvilken Constanterne α_1, α_2, a_1, a_2 kunne bestemmes af Formlerne (2), naar x_1, x_2, y_1, y_2 ere fundne. Paa det anförte Sted har jeg viist, hvorledes for de her anvendte 5 Iagttagelsesmomenter disse 4 Constanter kunne findes, hvilken Methode jeg her vil anföre, tillige med Formlen for μ, for at man kan have alle til Beregningen nödvendige Formler samlede. Sætter man

$h_4 - h_2 = m$, $h_{10} - h_2 = m'$, $h_{19} - h_2 = m''$, $h_{21} - h_2 = m'''$,

og beregner fölgende Talværdier:

$m'.1 = m' - (0,67504)\, m$, $m''.1 = m'' - (0,21982)\, m$,

$m'''.1 = m''' - (9,63766)\ m$;

$m''.2 = m''.1 - (0,07807)\, m'.1$, $m'''.2 = m'''.1 - (9,89689)\, m'.1$;

$m'''.3 = m'''.2 - (9,84947)\, m''.2$;

saa er

$x_2 = - m'''.3$

$y_2 = (9,11944)\, x_2 - (9,26995)\, m''.2$

$x_1 = m'''.3 + (0,43648)\, y_2 - (9,76144)\, m'.1$

$y_1 = x_1 - (0,43648)\,(m + y_2)$;

hvor alle de i Parentheserne indsluttede Talværdier ere Logarithmer til de virkelige Factorer.

$$\mu = 0,461994\, h_2 - 0,093094\, h_4 + 0,358162\, h_{10} + 0,527265\, h_{19} - 0,254333\, h_{21},$$
$$= (9,66464) h_2 - (8,96892) h_4 + (9,55408)\, h_{10} + (9,72203) h_{19} - (9,40540) h_{21}.$$

Vare alle 5 Barometerstande ligestore, saa maatte μ være lig enhver af dem, altsaa bör Summen af alle Coefficienterne være $= 1$, hvilket ogsaa er Tilfældet. For at

regne med smaa Talværdier, kan man altsaa, ved Beregningen af μ, fra hver af Værdierne h_n fradrage saa mange hele Linier, som findes i den mindste, f. Ex. Antallet af hele Linier i h_4 eller h_2. I nedenstaaende Tabel har jeg, for at undgaae Vidlöftighed, alene anfört Constanterne α_1, α_2, a_1, a_2, og μ.

Tab. II.

Maaned	μ	α_1	α_2	a_1	a_2
Januar	334'''9627	0'''16799	0'''14888	32°41'	183°45'
Februar	4, 8908	0, 04282	0, 14839	4 51	190 14
Marts	5, 3356	0, 12354	0, 08933	183 9	137 55
April	5, 7579	0, 18092	0, 09509	196 30	107 14
Mai	6, 0150	0, 24534	0, 06180	184 34	149 31
Juni	4, 5087	0, 24110	0, 05333	190 19	112 26
Juli	3, 9971	0, 16042	0, 05902	181 2	136 4
August	4, 9803	0, 11002	0, 08658	188 42	129 50
September	5, 3864	0, 11599	0, 09218	167 58	143 48
October	4, 3874	0, 01140	0, 11561	40 30	153 4
November	4, 7393	0, 11124	0, 13577	57 49	182 57
December	5, 7579	0, 13135	0, 14283	42 59	171 57

Af disse Constanter har jeg beregnet den foranderlige Deel af Barometerstanden for alle 24 Timer i Dögnet og for hver af de 12 Maaneder i nedenstaaende Tavle. Lægger man til disse Værdier for hver Maaned den ovenstaaende Værdie af μ for hver Maaned, saa vil man see, at de 5 observerede Værdier af h_n i alle Maaneder derved nöiagtig gjengives.

Tab.

Time	Januar	Februar	Marts	April	Mai	Juni
0	+0‴0900	—0‴0228	+0‴0667	+0‴0294	+0‴0115	+0‴0061
1	+0, 0415	—0, 0814	—0, 0067	—0, 0300	—0, 0821	—0, 0706
2	+0, 0157	—0, 1153	—0, 0833	—0, 1102	—0, 1696	—0, 1490
3	+0, 0156	—0, 1133	—0, 1487	—0, 1872	—0, 2388	—0, 2186
4	+0, 0440	—0, 0745	—0, 1908	—0, 2457	—0, 2834	—0, 2693
5	+0, 0942	—0, 0081	—0, 2024	—0, 2736	—0, 2951	—0, 2932
6	+0, 1511	+0, 0690	—0, 1832	—0, 2643	—0, 2759	—0, 2865
7	+0, 1958	+0, 1362	—0, 1396	—0, 2188	—0, 2316	—0, 2503
8	+0, 2161	+0, 1749	—0, 0827	—0, 1455	—0, 1716	—0, 1908
9	+0, 1844	+0, 1738	—0, 0257	—0, 0582	—0, 1059	—0, 1169
10	+0, 1159	+0, 1316	+0, 0198	+0, 0276	—0, 0436	—0, 0389
11	+0, 0148	+0, 0579	+0, 0465	+0, 0975	+0, 0093	+0, 0332
12	—0, 1005	—0, 0299	+0, 0531	+0, 1422	+0, 0511	+0, 0847
13	—0, 2060	—0, 1103	+0, 0441	+0, 1591	+0, 0831	+0, 1356
14	—0, 2828	—0, 1640	+0, 0283	+0, 1523	+0, 1088	+0, 1630
15	—0, 3137	—0, 1787	+0, 0161	+0, 1308	+0, 1347	+0, 1780
16	—0, 2916	—0, 1520	+0, 0161	+0, 1061	+0, 1598	+0, 1847
17	—0, 2259	—0, 0923	+0, 0324	+0, 0881	+0, 1875	+0, 1874
18	—0, 1317	—0, 0163	+0, 0635	+0, 0826	+0, 2132	+0, 1879
19	—0, 0304	+0, 0555	+0, 1023	+0, 0897	+0, 2306	+0, 1853
20	+0, 0509	+0, 1044	+0, 1377	+0, 1035	+0, 2325	+0, 1768
21	+0, 1127	+0, 1183	+0, 1583	+0, 1145	+0, 2124	+0, 1575
22	+0, 1317	+0, 0950	+0, 1549	+0, 1120	+0, 1672	+0, 1235
23	+0, 1169	+0, 0425	+0, 1235	+0, 0880	+0, 0982	+0, 0726

III.

Time	Juli	August	September	October	November	December
0	+0‴0381	+0‴0498	+0‴0782	+0‴0597	+0‴0872	+0‴1066
1	—0, 0301	—0, 0144	+0, 0039	+0, 0031	+0, 0325	+0, 0575
2	—0, 0990	—0, 0836	—0, 0730	—0, 0524	—0, 0098	+0, 0294
3	—0, 1579	—0, 1443	—0, 1375	—0, 0918	—0, 0271	+0, 0103
4	—0, 1976	—0, 1838	—0, 1778	—0, 1043	—0, 0156	+0, 0147
5	—0, 2124	—0, 1947	—0, 1877	—0, 0867	+0, 0198	+0, 0407
6	—0, 2013	—0, 1752	—0, 1675	—0, 0438	+0, 0662	+0, 0790
7	—0, 1684	—0, 1306	—0, 1258	+0, 0126	+0, 1067	+0, 1153
8	—0, 1211	—0, 0711	—0, 0731	+0, 0669	+0, 1252	+0, 1346
9	—0, 0689	—0, 0098	—0, 0229	+0, 1040	+6, 1109	+0, 1256
10	—0, 0204	+0, 0413	+0, 0140	+0, 1134	+0, 0621	+0, 0838
11	+0, 0180	+0, 0732	+0, 0316	+0, 0920	—0, 0138	+0, 0219
12	+0, 0438	+0, 0831	+0, 0299	+0, 0450	—0, 1011	—0, 0724
13	+0, 0586	+0, 0741	+0, 0160	—0, 0155	—0, 1801	—0, 1488
14	+0, 0664	+0, 0540	—0, 0014	—0, 0738	—0, 2321	—0, 2218
15	+0, 0729	+0, 0334	—0, 0113	—0, 1144	—0, 2441	—0, 2522
16	+0, 0831	+0, 0212	—0, 0055	—0, 1266	—0, 2123	—0, 2413
17	+0, 0990	+0, 0240	+0, 0190	—0, 1071	—0, 1434	—0, 1913
18	+0, 1194	+0, 0423	+0, 0594	—0, 0610	—0, 0523	—0, 1132
19	+0, 1400	+0, 0709	+0, 1059	—0, 0002	+0, 0409	—0, 0231
20	+0, 1539	+0, 1007	+0, 1475	+0, 0593	+0, 1167	+0, 0577
21	+0, 1539	+0, 1208	+0, 1717	+0, 1022	+0, 1603	+0, 1163
22	+0, 1350	+0, 1212	+0, 1693	+0, 1175	+0, 1658	+0, 1428
23	+0, 0955	+0, 0974	+0, 1371	+0, 1018	+0, 1374	+0, 1287

Af denne Tabel vil man see, at Barometerstanden i de to Maaneder Januar og December nærmest om Vintersolhvervet, er over Middelstanden i de 16 Timer fra Formiddagstimen 20 til Midnat, og i de övrige 8 Timer fra Midnat til Timen 19 under samme. Derimod forholder det sig omvendt i de Maaneder, da Solen har nordlig Declination (Marts til September); da er nemlig Barometret under Middelstanden i de 9 eller 10 Timer fra 1 til 9 eller eller 10, og over samme i de övrige 15 eller 14 Timer af Dögnet.

Sætter man i Formlen (3) $n.15^0 = t$, og differentierer den, faaer men

$$\frac{dh}{dt} = \alpha_1 \cos(a_1 + t) + 2\alpha_2 \cos(a_2 + 2t)$$

eller

$$\frac{1}{\alpha_1 \cos(a_2 + 2t)} \cdot \frac{dh}{dt} = \frac{\cos(a_1 + t)}{\cos(a_2 + 2t)} + \frac{2\alpha_2}{\alpha_1}.$$

Har Störrelsen paa höjre Haand af Lighedstegnet en positiv Værdie, saa stiger Barometret ved Timen n; har den en negativ Værdie, saa synker det; og er den $= 0$, saa har det naaet et Maximum eller et Minimum. Formelen kan i Almindelighed fyldestgjöres ved 4 Værdier af t; men da α_1 og α_2 ere Constanter, saa gjælder den sidste Deel af Formelen for alle 4. Af forestaaende Tabel seer man, imellem hvilke Timer i enhver Maaned et Maximum eller et Miuimnm falder, og kjender altsaa t indtil Nöiagtighed af et Par Grader. Indsætter man denne forelöbige Værdie af t i Formelen, betegner $\log\cos(a_1 + t) - \log\cos(a_2 + 2t)$ med U, $\log 2\alpha_2 - \log\alpha_1$ med C, og er λ Tilvæxten af $\log\cos(a_1 + t)$, λ' Tilvæxten af $\log\cos(a_2 + 2t)$, begge for eet Minuts Tilvæxt af de respective Vinkler, saa er

$$\Delta t = \frac{C-U}{\lambda - 2\lambda'}.$$

Om Δt er positiv eller negativ angives af Formlen, naar Fortegnene ved C — U, λ og λ' rigtig bemærkes. Paa denne Maade ere fölgende Klokkeslet, naar Maxima og Minima i enhver Maaned indtræffe, beregnede.

Tab. IV.

Maaned	Minim.	Maxim.	Minim.	Maxim.
Januar	$2^h 30'6$	$7^h 53'4$	$15^h\ 4'9$	$22^h\ 1'1$
Februar	2 27,2	8 28'5	14 58,7	20 53,8
Marts	4 45,3	11 51,6	15 42,0	21 17,6
April	5 14,4	15 9,7	17 53,9	21 22,9
Mai	4 52,2	—	—	19 42,4
Juni	5 17,0	—	—	17 44,4
Juli	5 3,6	—	—	20 31,1
August	4 51,0	11 58,2	16 19,7	21 28,3
September	4 48,8	11 24,4	15 11,0	21 25,4
October	3 54,7	10 48,3	15 53,0	21 59,4
November	3 5,7	8 5,7	14 46,4	21 38,8
December	3 18,5	8 21,5	15 26,7	22 8,8

Man seer heraf, at et Minimum af Lufttryk træffer ind i Eftermiddagstimerne mellem Kl. $2\frac{1}{2}$ og 3 i Vintermaanederne, og derpaa efterhaanden forskyder sig til Kl. $5\frac{1}{4}$ henimod Sommersolhverv; et Maximum indtræffer derpaa i Aftentimerne ved Vintersolhverv omtrent Kl. 8, men forskyder sig henimod Sommermaanederne til over Midnat, saaledes, at det i de 3 Sommermaaneder falder sammen med det andet Maximum i Formiddagstimerne. Et andet Minimum indtræder ved Vintersolhverv ved Morgentimen 15, men kommer i de övrige Maaneder, som ligge længere fra Vintersolhvervet, noget sildigere. Endelig indtræder et andet Maximum ved Vintersolhverv, ved Timen 22, men

kommer i de övrige Maaneder, som ligge længer fra dette Solhverv, bestandig tidligere, saa at det i de 3 Maaneder Mai, Juni, Juli, som ligge nærmest om Sommersolhverv, falder sammen med det förste Maximum, hvorved det natlige Minimum forsvinder. I disse Sommermaaneder har altsaa i vore nordlige Egne Barometret kuns een Oscillation i Dögnet.

Sammenligner man Constanterne i Tab. II og Tidspunkterne for Maxima og Minima i Tab. IV med de Værdier for samme, der i Magaz. 3die Bind S. 10, 13 og 16 ere udledede af 3 og 4 Aars Iagttagelser, saa vil man see, at de meget nær stemme overeens, hvoraf fölger, at den regelmæssige daglige Variations Love allerede af Iagttagelser i en mindre Aarrække temmelig nöjagtig kunne bestemmes. De Barometer-Curver, der paa ovenanförte Sted ere meddeelte, forestille altsaa temmelig nöje Barometrets daglige Oscillation for hver Maaned, naar undtages Curven for September, der er urigtig. Denne Feil har sin Oprindelse deraf, at Barometerstanden ved Timen 21 i 1839 ved en urigtig Reduction var ansat = 333‴705 istedetfor 333,939, hvilket först opdagedes efter Afhandlingens Trykning. I Schumachers "astronomische Nachrichten" har jeg leveret de berigtigede Curver, sammenlignede med Curverne for de 12 Maaneder i Dresden, beregnede efter Inspecteur Lohrmanns tiaarige Iagttagelser; hvoraf sees, at i Dresden, hvis Brede er 51° 2′ 50″, finder endnu den dobbelte Oscillation Sted endog i de 3 Sommermaaneder, Mai, Juni og Juli, omendskjönt Oscillationen om Natten ogsaa der er liden; hvorimod den i Christiania ganske forsvinder. Af disse Curver, saavelsom af Talværdierne i Tab. III, sees, at om Sommeren er i Christiania Oscillationen om Dagen langt större end om Natten, hvor-

imod det om Vinteren forholder sig omvendt. Af niaarige meteorologiske Iagttagelser i Kaafiord (Brede 69° 51′) anstillede af Overstiger *Thomas* fra 1ste Oct. 1837 til 30te Sept. 1846, hvis Resultater jeg ved en anden Leilighed skal meddele, viser det sig, at i Vintermaanederne forsvinder indenfor Polarcirkelen Minimum om Eftermiddagen, og forandrer sig til et Maximum, saa at Barometret der staaer höjere Kl. 3 om Eftermiddagen, end Kl. 9 om Formiddagen og om Aftenen. Der gives altsaa en Parallel imellem Christiania og Dresden, i hvilken Minimum om Natten begynder at forsvinde ved Sommersolhverv, og en Parallel imellem Christiania og Kaafiord, i hvilken Minimum i Eftermiddagstimerne begynder at forsvinde ved Vintersolhverv.

Barometrets nederste Niveau har den största Deel af Tiden været i en Höide af 77,17 Norske Fod over Havfladen; men fra 10de November 1841 til Slutningen af Juni 1843, og fra 15de August 1846 til samme Dag i 1847 var det opstillet i det magnetiske Observatorium i en Höide af 88,21 Fod. For at reducere de i Tabel II anförte Middelstande μ for de forskjellige Maaneder til Havfladen, har jeg anvendt fölgende Methode. Er t og t' Temperaturen, h og h' Barometerhöiden paa nederste og överste Station, z Höiden over Havet, Stedets geographiske Brede $= \varphi$, r Jordens Radius, $\log h - \log h' = u$, $m = 0,43429$ Modulus for de Briggiske Logarithmer, og sættes

$$18337,9\left(1 + \frac{t + t'}{400}\right) = P,\ 1 + 0,002591 \cos 2\varphi = Q,$$

saa er, naar man tager Hensyn paa Plateauets Tiltrækning,

$$z = PQ\left(u + \tfrac{5}{4}\frac{mz}{r}\right)\left(1 + \tfrac{5}{8}\frac{z}{r}\right),$$

og naar man sætter Quadratet af den lille Brök $\frac{z}{r}$ ud af Betragtning

$$z\left(1-\frac{PQ\left(\frac{5}{4}m+\frac{5}{8}u\right)}{r}\right)=PQu$$

altsaa

$$\log z=\log P+\log Q+\log u-\log\left(1-\frac{PQ\left(\frac{5}{4}m+\frac{5}{8}u\right)}{r}\right).$$

Da r er over 6 Millioner Metres, saa er $\frac{P}{r}$ en saa liden Brök, at man i det sidste Led kan sætte $Q=1$, og udtrykke Logarithmen ved den bekjendte Række, af hvilken man blot tager det förste Led. Man har da

$$\log z=\log P+\tfrac{5}{4}\frac{Pm^2}{r}+\log Q+\log u+\tfrac{5}{8}\frac{mPu}{r}.$$

Sætter man nu $\log P+\frac{5}{4}\frac{Pm^2}{r}=A$, $\log Q=B$, $\frac{5}{8}\frac{mPu}{r}=C$, og beregner en Tabel for A, for Argumentet $t+t'$, fra Grad til Grad, for log Q fra $\varphi=0^0$ til 90^0, og for C med Argumentet $\log P+\log u$, eller $A+\log u$, saa er

$$\log z=A+B+\log u+C. \qquad (4)$$

Ved Hjælp af disse 3 Tabeller for Værdierne af A, B og C kan man, naar $u=\log h-\log h'$ er given, med Lethed beregne z; og naar z og den ene af Qviksölvhöiderne h eller h' ere givne, beregne den anden. *Gauss* har först leveret disse beqvemme Tabeller, men hvori der ikke er taget Hensyn til Plateauets Tiltrækning. I min Lærebog i Mechaniken, 2den Deel S. 716—717 har jeg leveret Tabeller, hvori denne Berigtigelse er taget i Betragtning, og Tabellen for A udstrakt til de lavere Temperaturer, som i vore Egne kunne finde Sted.

Men da i vort herværende Tilfælde z og h' ere givne og h skal söges, og z, altsaa ogsaa $\log h-\log h'$, er en meget liden Störrelse, saa kan h ei med Nöiagtighed fin-

des af h' ved Hjælp af disse Tabeller. Dette kan imidlertid opnaaes ved en 4de Tabel, som jeg paa det anförte Sted har tilföiet.

Er $h - h' = \delta$, $\frac{h'}{\delta} = q$, saa er

$$u = \log \frac{h' + \delta}{h'} = \log\left(1 + \frac{1}{q}\right) = \frac{m}{q}\left(1 - \frac{1}{2q} + \frac{1}{3q^2}\right)$$

$$\log u = \log m - \log q - \frac{m}{q}\left(\frac{1}{2} - \frac{5}{24q}\right);$$

da q er et meget stort Tal. Beregner man nu en Tabel for

$$\frac{m}{q}\left(\frac{1}{2} - \frac{5}{24q}\right) = D,$$

saa har man, naar Værdien af log u indsættes i Formlen (1),

$$\log q = \log m + A + B - \log z - D;$$

thi saa længe $h - h'$ er mindre end $\frac{1}{40}h'$, altsaa z er mindre end 200 Meter eller 650 Norske Fod, udgjör C ikke en Eenhed af det 5te Decimal, og kan altsaa sættes ud af Betragtning. Da A indeholder en Factor, som er angivet i Metre, og z her er angivet i Norske Fod (139,08 Franske Linier), saa maa hertil endnu lægges Logarithmen af Reductionsfactoren til Norske Fod som er 0,50343, og lægges denne til log m, som er 9,63778, saa faaer man

$$\log q = 0{,}14121 + A + B - \log z - D.$$

Sættes först D ud af Betragtning, faaer man af Summen af de 4 förste Led, en tilnærmet Værdie af log q; med denne söges D i nedenstaaende Tabel, hvorefter man finder $\log \delta = \log h' - \log q$.

t+t′	A	t+t′	A	φ	B	log q	D
—10°	4,25302	+ 8°	4,27264	53°	—31	2,55	61
— 9	4,25413	+ 9	4,27371	54	—35	2,54	63
— 8	4,25524	+10	4,27477	55	—38	2,53	64
— 7	4,25635	+11	4,27583	56	—42	2,52	65
— 6	4,25745	+12	4,27689	57	—46	2,51	67
— 5	4,25856	+13	4,27794	58	—49	2,50	69
— 4	4,25966	+14	4,27899	59	—53	2,49	70
— 3	4,26075	+15	4,28004	60	—56	2,48	72
— 2	4,26185	+16	4,28109	61	—60	2,47	73
— 1	4,26294	+17	4,28213	62	—63	2,46	75
0	4,26403	+18	4,28318	63	—66	2,45	77
+ 1	4,26511	+19	4,28421	64	—69	2,44	79
+ 2	4,26620	+20	4,28525	65	—72	2,43	81
+ 3	4,26728	+21	4,28629	66	—75	2,42	82
+ 4	4,26836	+22	4,28732	67	—78	2,41	84
+ 5	4,26943	+23	4,28835	68	—81	2,40	86
+ 6	4,27051	+24	4,28938	69	—84	2,39	88
+ 7	4,27157	+25	4,29040	70	—86	2,38	91
+ 8	4,27264	+26	4,29142	71	—89	2,37	92

Da man her alene kjender Temperaturen t' paa Iagttagelsesstedet, saa maa man istedetfor $t+t'$ tage $2t'$ som Argument for A, for hvilke Tabellen indeholder Værdier saa vidt som der for de her meddeelte Iagttagelser udfordres. Correctionen B er tilstrækkelig for hele Skandinavien. Da Reductionen δ er afhængig af Temperaturen t', Stedets Höide over Havet z, dets Brede φ og Barometerhöiden h', saa er det altsaa feilagtigt, som nogle Iagttagere have for Skik, at antage denne Reduction constant for alle Maaneder. Correctionerne B og D ere Eenheder af det 5te Decimal.

For ved Hjælp af disse Tabeller at reducere Middelstanden μ for de forskjellige Maaneder i Tab. II til Havfladen, beregnedes for hver Maaned Middelbarometerstanden og Middeltemperaturen af de 7 eller 8 Aargange, i hvilke Barometret havde Höiden 77′17 over Havfladen, og ligeledes af de övrige 3 eller 2 Aargange, da det stod i Höiden 88′21. Af begge disse beregnedes Reductionen til Havfladen. Den förste multipliceredes med 0,7 eller 0,8, og den sidste med 0,3 eller 0,2. Summen af disse er den endelige Reduction for Maaneden, som findes i nedenstaaende Tabel. For Sammenlignings Skyld har jeg tilföjet Middelstanden i alle 12 Maaneder i Petersburg efter *Kämtz* Vorlesungen über Meteorologie. S. 321.

Maaned	μ	Reduction til Havfladen	Middelstand ved Havfladen	Petersburg
Januar	334‴9627	1‴0872	336‴0499	338‴03
Februar	4, 8907	1, 0911	335, 9818	8, 28
Marts	5, 3356	1, 0711	336, 4067	7, 24
April	5, 7579	1, 0498	336, 8077	7, 43
Mai	6, 0150	1, 0250	337, 0400	7, 32
Juni	4, 5087	1, 0030	335, 5117	6, 83
Juli	3, 9971	0, 9819	334, 9790	6, 13
August	4, 9803	0, 9602	335, 9663	6, 61
September	5, 3864	1, 0046	336, 3910	7, 43
October	4, 3874	1, 0242	335, 4116	7, 27
November	4, 7393	1, 0606	335, 7999	6, 04
December	5, 7579	1, 0823	336, 8402	7, 00

I de 6 Maaneder fra December til Mai er Barometerstanden höjere, end i de övrige 6 Maaneder fra Juni til November; Middelet af de 6 förste er 336‴5211, af de sidste 335‴6766, altsaa en Forskjel af 0‴84. I Petersburg

er denne Forskjel = $0'''.83$. Her synes altsaa at finde en aarlig Periode Sted, nemlig et Maximum om Foraaret og et Minimum om Efteraaret. Om dette blot er en Tilfældighed, kan alene afgjöres ved Bestemmelsen af den sandsynlige Usikkerhed af et Middeltal af en Maaneds Iagttagelser og af et Middeltal af 10 Aargange af samme Maaned. Tager man for en vis Time i en af Maanederne Forskjellen imellem Middelstanden for alle 10 Aargange og Middelstanden for hver enkelt Aargang, saa kan af disse Differentser den sandsynlige Usikkerhed af den maanedlige Middelstand findes; og naar denne divideres med Quadratroden af 10, den sandsynlige Usikkerhed af Middeltallet af alle 10 Aargange. Da den daglige Oscillation i hver Maaned paa nogle faa Hundrededele nær er den samme i hver Aargang, saa er det næsten ligegyldigt, for hvilken Time man tager Differentserne. Saaledes har jeg for Januar Maaned af Middeltallene for Timerne 2, 4 og 10 fundet fölgende sandsynlige Usikkerheder af et Middeltal af 31 Dages Iagttagelser: $2'''6223$, $2'''6174$, $2'''6165$. For at spare unyttig Regning, har jeg derfor i alle Maaneder kun anvendt Differentserne for Timen 2. I nedenstaaende Tabel betegner Δ den sandsynlige Usikkerhed af et Medium af 10 Aargange for hver Maaned, og δ den sandsynlige Usikkerhed af een Aargang; men for nöiagtigere at kunne sammenligne Usikkerheden af et Middeltal af et lige Antal Iagttagelser i hver Maaned, har jeg i de Maaneder, som have 31 Dage, multipliceret denne med $\sqrt{\frac{31}{30}}$ og i Februar med $\sqrt{\frac{28}{30}}$, saa at δ egentlig betegner den sandsynlige Usikkerhed af en Middelbarometerstand, udledet af 30 Dages Iagttagelser ved samme Klokkeslet i hver Maaned.

Maaned	δ	Δ
Januar	2'''666	0'''829
Februar	1, 368	0, 448
Marts	1, 227	0, 382
April	1, 223	0, 387
Mai	0, 553	0, 172
Juni	0, 537	0, 170
Juli	0, 680	0, 212
August	1, 144	0, 356
September	1, 071	0, 339
October	1, 557	0, 484
November	1, 082	0, 342
December	2, 221	0, 691

Heraf sees, at den sandsynlige Usikkerhed af en Middelbarometerstand, udledet af 30 Dages Iagttagelser i samme Time, er i Januar dobbelt saa stor som i Februar, og 5 Gange saa stor som i Juni, og at den aftager regelmæssigt fra Vinter- til Sommer-Solhverv; samt at den midlere Barometerstand af 10 Aars Iagttagelser i Januar endnu har en sandsynlig Usikkerhed af 0'''829, i Juni kun af 0'''17. Man kan altsaa vedde 1 mod 1, at den ovenfor fundne Barometerstand ved Havets Overflade for Januar maa ligge imellem Grændserne 336'''88 og 335''22, og for Juni Maaned imellem 335'''68 og 335''34. Da imidlertid Grændserne kun ved Januar og December ligge saa vidt fra hinanden, saa er det meget sandsynligt, at Lufttrykket i Almindelighed er större om Foraaret end om Efteraaret; hvilket end mere bekræftes af Bestemmelserne for Petersburg.

For at bestemme den midlere Barometerstand ved Havets Overflade for Christiania, har jeg multipliceret Sum-

men af Middelstanden ved Havfladen i de 7 Maaneder, der have 31 Dage, med 310, i de 4 Maaneder, der have 30 Dage, med 300, og i Februar med 282, formedelst de 2 Skuddage i 1840 og 44, og divideret Summen af disse tre Producter med 3652. Herved fandtes Middelbarometerstanden ved Havets Overflade for Christiania = 336‴0994.

For at bestemme den sandsynlige Usikkerhed af dette Middeltal, har jeg taget fölgende Middeltal af de 5 observerede Barometerhöider igjennem alle 12 Maaneder i hvert af de 10 Aar, og deraf beregnet Middelstanden μ for hvert enkelt Aar efter Formlen nederst paa S. 382.

Time	19	21	2	4	10	μ
1838	335‴1861	5‴2543	5‴0613	4‴9756	5‴1570	5‴1203
1839	335, 6493	5, 7126	5, 4761	5, 4185	5, 6581	5, 5775
1840	335, 2166	5, 2963	5, 0962	5, 0219	5, 1668	5, 1410
1841	334, 6039	4, 6749	4, 5203	4, 4401	4, 6143	4, 5706
1842	335, 4745	5, 5199	5, 2503	5, 1669	5, 3714	5, 3512
1843	334, 7329	4, 7814	4, 5554	4, 4582	4, 6318	4, 6279
1844	335, 4212	5, 4810	5, 2646	5, 2022	5, 3919	5, 3375
1845	334, 6386	4, 6933	4, 4889	4, 4172	4, 5814	4, 5509
1846	335, 0068	5, 0306	4, 8408	4, 7717	4, 9390	4, 9212
1847	335, 3800	5, 4678	5, 3913	5, 3206	5, 4842	5, 4058
Middel	335,1310	5,1918	4,9945	4,9193	5,0996	5,0604

Af de 5 Middeltal i underste Rad findes Middelstanden efter Formlen S. 382 = 335‴0611.

Reduceres disse Barometerstande til Havfladen for de respective Höider af Standpunktet og Middeltemperaturer i enhver Række, saa faaer man

Aar	μ	Reduction	Ved Havet
1838	335‴1203	1‴0055	336‴1258
1839	5, 5775	1, 0024	6, 5799
1840	5, 1410	0, 9999	6, 1409
1841	4, 5706	1, 0194	5, 5900
1842	5, 3512	1, 1367	6, 4879
1843	4, 6279	1, 0679	5, 6958
1844	5, 3376	1, 0072	6, 3448
1845	4, 5509	1, 0026	5, 5535
1846	4, 9212	1, 0468	5, 9680
1847	5, 4058	1, 0895	6, 4953
		Middel	336,0982

Af Differentserne imellem Middeltallet og Standen for de enkelte Aargange findes for Christiania den sandsynlige Usikkerhed af en enkelt Aargang = 0‴2601
af Middel af 10 Aar = 0, 0823

Man kan altsaa antage den midlere Barometerstand ved Havfladen i Christiania = 336‴0994 ± 0‴0823, kun 0‴18 mindre, end den var fundet i N. Mag. 3 Bd. S. 23 af 3 Aars, og 0‴08 mindre end den i 4de Bd. S. 84 er fundet af 5 Aars Iagttagelser.

Denne Bestemmelse maa være nöjagtigere, end den, der er fundet af de hele Aargange, fordi Reductionen er bestemt for hver Maaned af dens midlere Barometerstand og Temperatur, og saaledes Reductionen formedelst de to Observationssteders forskjellige Höide nöjagtigere kunde beregnes, fremdeles fordi her er taget Hensyn til de to Skuddage. Imidlertid er Forskjellen kun 0‴0012. Dersom der i Barometerstanden ei fandt nogen aarlig Periode Sted, saa maatte man finde det samme Resultat ved at beregne den sandsynligste Middelstand H af de 12 enkelte Maane-

der, naar man gav hver Maaned en saadan Vægt, som hörer til dens sandsynlige Usikkerhed. Er h, h′, h″, o. s. v. Middelstanden for Januar, Februar, Marts o. s. v., n, n′, n″ den Vægt, som tilkommer hver Maaned, og Vægten 1 hörer til en Middelstand, hvis sandsynlige Feil er = 1 Linie, Δ, Δ', Δ'' den sandsynlige Usikkerhed af et Middel af 10 Aargange, saa er $n = \frac{1}{\Delta^2}$,

$$H = \frac{\Sigma hn}{\Sigma n} \pm \frac{1}{\sqrt{\Sigma n}}.$$

Herved vilde man finde

$$H = 336'''0117 \pm 0'''0839;$$

men Maanederne Mai og Juni vilde erholde en Vægt, som var 24 Gange större, end Vægten af Januar, og 17 Gange större, end Vægten af December, saa at Vintermaanederne næsten ingen Indflydelse havde paa Resultatet, uagtet den sandsynlige Feil af H kun blev lidet större, end naar den bestemmes af de hele Aargange. Da denne Værdie af H er 0'''0877 mindre end den forrige, og denne Differents overstiger den sandsynlige Feil, saa kan der ingen Tvivl være om, at der finder en aarlig Periode Sted.

Særdeles höie eller lave Barometerstande indtræffe næsten uden Undtagelse i Vintermaanederne, dog de sidste langt hyppigere end de förste. De höieste i disse 10 Aar observerede vare

	1838 Jan. 8, Kl. 10 Efterm.	= 29″	0‴69,	
	1841 Febr. 1, Kl. 9 Form.	= 29	0, 70,	
den laveste	1839 Jan. 8, Kl. 7 Form.	= 26	1, 79,	
	den ureducerede Middelstand	= 27	11, 06.	

Reducerede til Havfladen vilde de alle blive omtrent 1 Linie höiere.

Den höieste Stand var altsaa 13‴64 over, og den laveste 21‴27 under Middelstanden, og den hele Vandring = 34‴91, eller paa een Linie nær 3 Tommer. Dette har sin Oprindelse deraf, at de lave Barometerstande nær 27 eller derunder kun ere kort varende Stöd, som sjelden vedvare over et Par Dögn, hvorimod de höje nær 28″ eller derover ofte vare uafbrudt et Par Uger eller mere. Saaledes vandrede i Januar 1838 Barometret i 30 Dage imellem 28″0‴ og 29″ 0‴7 og var alene den 27de noget over en Linie under 28″. I Januar 1839 var Standen under 27″ imellem 1ste og 2den i 11 Timer, den 4de i 17 Timer, og imellem 7de og 9de i 46 Timer; altsaa i alt i 3 Dögn og 2 Timer; den var imellem 27″ og 28″ i 22 Dögn, og over 28″ i 6 Dögn. I Februar 1841 var Standen den 1ste over 29 Tommer, fra 2den til 12te og fra 19de til 25de, altsaa i 18 Dögn over 28″, og de övrige 9 Dögn 1 til 2 Linier under 28″ o. s. v.

Dersom Hydrodynamikens almindelige Problem ei indeholdt uoverstigelige Vanskeligheder, maatte man af Solens Declination, Iagttagelsesstedets Beliggenhed paa Jordkloden, og Klokkeslettet kunne beregne de daglige regulaire periodiske Forandringer i Lufttrykket, altsaa Barometrets daglige periodiske Oscillationer for enhver Aarstid. Imidlertid har jeg i Magaz. 3die Bind S. 25—33 sögt at antyde Aarsagen til Maxima og Minima, og til de Tider, paa hvilke de indtræffe. Nedenstaaende Tabel indeholder Tiden for Solens Op- og Nedgang i Christiania i Midten af hver Maaned, og Tiden af begge Maxima efter Tab. IV.

Maaned	⊙ Opgang	I Maxim.	Forskjel	⊙ Nedgang	II Maxim.	Forskjel
Januar	$20^h52'$	$22^h\ 1'$	$1^h\ 9'$	$3^h29'$	$7^h53'$	$4^h24'$
Februar	19 45	20 54	1 9	4 45	8 29	3 44
Marts	18 21	21 18	2 57	6 0	11 52	5 52
April	16 48	21 23	4 35	7 14	15 10	7 56
Mai	15 28	19 42	4 14	8 27	—	—
Juni	14 41	17 44	3 3	9 20	—	—
Juli	15 6	20 31	5 25	9 4	—	—
August	16 11	21 28	5 17	7 52	11 58	4 6
September	17 29	21 25	3 56	6 21	11 24	5 3
October	18 40	21 59	3 19	4 51	10 48	5 57
November	20 0	21 39	1 39	3 29	8 6	4 37
December	21 0	22 9	1 9	2 51	8 21	5 30

Heraf sees, at det förste Maximum i Formiddagstimerne indtræffer i de 3 koldeste Maaneder 1 Time og 9 Minuter efter Solens Opgang; nærmere henimod Sommersolhverv, naar Dagen længes, forlænger denne Mellemtid sig til omtrent $5\frac{1}{4}$ Time. Eftermiddagsmaximum indtræffer i den koldeste Maaned Februar $3\frac{3}{4}$ Time efter Solens Nedgang, men i de varmere Maaneder længere Tid efter samme, indtil de 3 varmeste Maaneder, da Natten er kort i vore Breder, dette Maximum falder sammen med det förste.

Tænker man sig 3 Punkter A, B, C i Christianias Parallel, af hvilke B ligger i den vestlige Lysgrændse, hvor altsaa Solen i Öjeblikket staaer op; A östenfor samme, hvor Solen fölgelig allerede har nogen Höide over Horizonten, og C vestenfor B, og som altsaa i samme Öjeblik ligger i den af Solen ubeskinnede Halvkugle; saa vil i B Luftens Temperatur nær Havfladen begynde at stige, i A allerede være noget steget, og i C omtrent være ved sit

daglige Minimum, der indtræffer kort för Solopgang. Af denne Temperaturforhöjelse i A og B vil fölge en forhöjet Expansionskraft i den disse Punkter omgivende Luftmasse, större i A end i B. Formedelst Trægheden kunne disse Luftmasser kun efterhaanden antage den til den forögede Kraft svarende Bevægelse, saavel i vertikal som horizontal Retning, og fölgelig maa Barometret saavel i B som i A være i Stigen. Da Trykket i A er större end i B, og i B större end i C, saa maa den horizontale Bevægelse nær Havfladen være fra A mod C lodret mod Lysgrændsen, altsaa ved Sommersolhverv omtrent fra NO til SW, og ved Vintersolhverv fra SO til NW. Luftströmningen ved Havfladen gaaer altsaa fra den af Solen beskinnede Halvkugle ind i den mörke, og Barometret maa saaledes i den sidste allerede begynde at stige för Solopgang. Sammenligner man Minimum om Natten i de 9 Maaneder, i hvilke dette finder Sted, med Solens Opgang har man

Maaned	Minimum	☉ Opgang	Forskjel
Januar	$15^h\ 5'$	$20^h52'$	$5^h47'$
Februar	14 59	19 45	4 46
Marts	15 42	18 21	2 39
April	17 54	16 48	—1 6
August	16 20	16 11	—0 9
September	15 11	17 29	2 18
October	15 50	18 40	2 47
November	14 46	20 0	5 12
December	15 27	21 0	5 33

Heraf sees, at ved Vintersolhverv begynder Barometret allerede at stige over $5\frac{1}{2}$ Time för Solens Opgang, men i de Maaneder, i hvilke Nætterne og altsaa Punktets Gang igjennem den ubeskinnede Halvkugle bliver kortere, stiger

ogsaa Barometret kortere Tid för Solens Opgang, indtil i April og August, da Stigningen omtrent begynder ved Solopgang. Denne Stigning vedvarer saa længe den Barometret omgivende Lufts ved Temperaturtilvexten frembragte Elasticitetstilvext overstiger den af den horizontale og vertikale Bevægelse foraarsagede Fortyndelse og deraf flydende Aftagelse i Elasticitet. I det Öjeblik disse ere ligestore, indtræffer Maximum I; derpaa synker Barometret, saa længe den sidste er större end den förste; naar de atter blive ligestore, hvilket nödvendig maa indtræffe efter det Tidspunkt, da Temperaturen har sit Maximum (imellem 1 og 2), indtræder laveste Barometerstand om Eftermiddagen; formedelst den længere Dag og större Opvarmning senere om Sommeren end om Vinteren, nemlig i Januar og Februar omtrent $2\frac{1}{2}$, og ved Sommersolhverv noget over 5 Timer efter Middag. Derpaa stiger igjen Lufttrykket formedelst den ved Luftmassernes Tilbageströmning om Iagttagelsesstedet forögede Elasticitet, hvilken Tilvæxt dog formindskes ved Afkjölingen. Naar Iagttagelsesstedet nærmer sig den östlige Lysgrændse (mod Solens Nedgang), gaaer den horizontale Luftströmning fra de vestligere mere opvarmede Egne atter lodret mod Lysgrændsen, altsaa ved Sommersolhverv fra NW til SO, og ved Vintersolhverv fra SW mod NO, og foröger Tætheden og Lufttrykket saa længe, indtil Stedet om Vinternætterne kommer saa dybt ind i den mörke Halvkugle, at Afkjölingen opvejer Tilströmningen. Da begynder Barometret igjen at synke, og maa i de 9 Maaneder, som have lang Nat nok, nærme sig et Minimum, der indtræder 3, 4, höist 5 Timer efter Midnat. Men i de 3 Midsommermaaneder gaaer vor Parallel igjennem en saa liden Deel af den mörke Halvkugle, og Iagttagelsesstedet er, selv ved Midnat, saa nær

Lysgrændsen, at Lufttilströmningen fra den opvarmede Halvkugle varer hele Natten, og Natten er saa kort, og Afkjölingen fölgelig saa ubetydelig, at det natlige Minimum forsvinder.

Denne periodiske Forandring maatte indtræde, hvad enten Luftkuglen var fuldkommen tör, eller mere eller mindre mættet med Vanddampe. Vanddampene, hvis Elasticitet i höjere Grad foröges ved Temperaturforhöjelsen, kunne alene foröge Oscillationernes Störrelse, og noget forandre Tidspunkterne for Maxima og Minima, hvilket udgjör Forskjellen mellem Land- og Söklimat; men neppe i den hele Theorie spille nogen Hovedrolle. Dette forholder sig udentvivl omvendt med de store uregelmæssige Oscillationer.

Efter Formlen i 3 B. S. 21 vil den daglige Middelstand i Christiania indtræffe ved fölgende Klokkeslet:

Januar	$11^h\ 8'$,	$19^h 21'$		
Februar	5 6,	11 40,	$18^h 13'$,	$23^h 40'$
Marts	0 55,	9 34,		
April	0 30,	9 41,		
Mai	0 7,	10 49,		
Juni	0 5,	10 32,		
Juli	0 33,	10 32,		
August	0 47,	9 12,		
September	1 3,	9 37,		
October	1 3,	6 47,	12 47,	19 0,
November	1 46,	4 26,	10 49,	18 34,
December	11 14,	14 19.		

Ved Middel af alle 12 Maaneder vil man finde, at Barometerstanden ved Middag er 0‴0500 over, og ved Timen 1 0‴0094 under Middelstanden, og at man omtrent vilde

erholde den aarlige Middelstand ved i alle 12 Maaneder daglig at iagttage Barometret ved Klokkeslettet $0^h 50'$.

II. Temperatur.

Januar.

Time	19	21	2	4	10
1838	—6°972*	—6°974	—6°510	—6°848	—7°042
1839	—5, 194	—4, 758	—2, 632	—3, 360	—4, 618
1840	—4, 582	—4, 852	—2, 894	—3, 477	—3, 939
1841	—7, 1984	—7, 3242	—5, 8097	—6, 6226	—7, 1516
1842	—4, 0013	—3, 9903	—3, 0665	—3, 5784	—3, 8897
1843	—2, 3977	—2, 6284	—1, 2406	—1, 7868	—1, 9258
1844	—5, 259	—5, 043	—3, 901	—4, 260	—4, 794
1845	—2, 915	—2, 920	—2, 114	—2, 636	—2, 938
1846	—2, 948	—3, 105	—2, 437	—2, 821	—3, 069
1847	—5, 986	—5, 876	—4, 689	—5, 325	—5, 932
Middel	—4, 7453	—4, 7471	—3, 5294	—4, 0715	—4, 5299

Februar.

Time	19	21	2	4	10
1838	—11°586*	—10°945	—7°256	—7°819	— 9°793
1839	— 4, 557	— 3, 611	—0, 410	—0, 945	— 3, 573
1840	— 3, 251	— 2, 869	—0, 511	—0, 697	— 2, 152
1841	— 6, 9446	— 6, 3214	—3, 6804	—4, 4625	— 5, 6196
1842	— 1, 9568	— 1, 5718	+0, 1529	—0, 0857	— 1, 0725
1843	— 6, 0632	— 5, 3471	—1, 9571	—2, 2536	— 5, 1871
1844	— 9, 548	— 8, 685	—5, 914	—6, 311	— 8, 643
1845	—11, 309	—10, 677	—6, 982	—7, 728	—10, 110
1346	— 5, 044	— 4, 723	—1, 338	—2, 501	— 3, 972
1847	— 6, 815	— 5, 917	—2, 893	—3, 278	— 5, 787
Middel	— 6, 7053	— 6, 0647	—3, 0798	—3, 6073	— 5, 5894

Marts.

Time	19	21	2	4	10
1838	−3°135	−1°688	+0°286	−0°289	−2°795
39	−6, 836	−5, 013	−1, 070	−2, 298	−5, 303
40	−2, 697	−1, 036	+2, 929	+2, 810	−0, 506
41	−1, 7032	−0, 0500	+2, 5661	+2, 0435	−0, 1161
42	−0, 8835	+0, 2442	+2, 9194	+2, 7423	+0, 0842
43	−3, 994	−2, 254	+1, 753	+1, 749	−1, 915
44	−5, 392	−3, 417	+0, 437	−0, 095	−3, 626
45	−7, 015	−4, 915	−0, 814	−0, 841	−5, 054
46	+0, 265	+1, 352	+3, 499	+3, 062	+0, 613
47	−3, 524	−2, 231	+1, 693	+1, 456	−1, 631
Middel	−3, 4915	−1, 9008	+1, 4198	+1, 0340	−2, 0249

April.

Time	19	21	2	4	10
1838	−1°052	−0°725	+3°968	+2°840	−0°338
39	−1, 366	+0, 227	+4, 435	+4, 220	−0, 350
40	+3, 010	+5, 1317	+8, 624	+8, 1317	+3, 7200
41	+3, 1867	+4, 3967	+6, 2300	+6, 0200	+3, 2257
42	+2, 7340	+5, 1630	+8, 9223	+8, 8657	+3, 7200
43	+0, 380	+1, 986	+5, 441	+5, 377	+1, 660
44	+2, 566	+4, 171	+7, 373	+6, 900	+2, 602
45	+1, 638	+3, 492	+7, 031	+6, 850	+2, 600
46	+2, 377	+4, 005	+6, 141	+6, 107	+2, 433
47	−0, 216	+1, 502	+3, 631	+3, 632	+0, 265
Middel	+1, 3258	+2, 9349	+6, 1796	+5, 8943	+1, 9538

Mai.

Time	19	21	2	4	10
1838	+5°800	7°711	11°210	10°492	5°439
39	5, 997	7, 834	11, 668	11, 176	6, 678
40	6, 0419	7, 3516	9, 6555	9, 2968	6, 1452
41	7, 7510	9, 5126	12, 4226	11, 7645	7, 9400
42	9, 1606	11, 0055	13, 5115	13, 3187	9, 2055
43	6, 256	8, 423	11, 865	11, 756	6, 442
44	8, 976	10, 326	13, 436	13, 639	8, 446
45	6, 706	8, 056	10, 538	10, 337	6, 707
46	6, 356	7, 854	10, 142	10, 020	5, 925
47	3, 030	7, 638	10, 756	10, 426	6, 338
Middel	6, 6075	8, 5712	11, 5205	11, 2226	6, 9266

Juni

Time	19	21	2	4	10
1838	10°624	11°758	14°718	14°202	10°420
39	11, 201	12, 746	14, 703	14, 106	10, 871
40	10, 382	12, 018	14, 703	13, 995	10, 043
41	9, 8658	11, 3175	13, 1593	13, 0642	9, 3668
42	11, 5187	13, 3177	15, 9027	15, 7230	11, 0330
43	10, 598	11, 963	14, 948	15, 130	11, 200
44	10, 069	11, 709	13, 707	12, 966	9, 553
45	10, 976	12, 260	14, 456	13, 879	10, 500
46	12, 029	13, 832	17, 303	17, 210	11, 784
47	11, 578	12, 985	15, 252	15, 148	11, 448
Middel	10, 8842	12, 3906	14, 8852	14, 5423	10, 6219

Juli.

Time	19	21	2	4	10
1838	12°810	14°352	16°861	16°574	12°371
39	12, 974	14, 225	16, 118	15, 556	12, 578
40	10, 7210	12, 0823	13, 9242	13, 4661	10, 2355
41	10, 9177	12, 2532	14, 0113	13, 3968	10, 1839
42	11, 4094	12, 8394	15, 4406	14, 9697	11, 0413
43	12, 144	14, 252	16, 863	16, 293	12, 145
44	12, 039	13, 656	15, 654	15, 087	11, 399
45	12, 456	13, 888	16, 167	16, 165	11, 857
46	12, 782	14, 563	16, 615	16, 439	12, 395
47	12, 960	14, 446	17, 298	17, 542	12, 688
Middel	12, 1213	13, 6557	15, 8952	15, 5489	11, 6894

August.

Time	19	21	2	4	10
1838	9°847	11°163	13°969	13°399	9°777
39	10, 196	11, 671	13, 619	13, 255	9, 729
40	11, 6210	13, 1339	15, 0403	14, 8484	10, 9548
41	10, 5935	12, 1242	14, 1387	13, 2626	10, 8729
42	12, 7206	14, 8603	18, 6194	18, 0365	12, 8471
43	12, 327	13, 876	16, 629	16, 174	12, 428
44	10, 916	11, 967	14, 218	13, 455	10, 364
45	11, 349	12, 712	14, 323	14, 198	11, 228
46	14, 958	16, 448	19, 297	19, 191	14, 627
47	11, 422	13, 329	16, 284	16, 141	11, 454
Middel	11, 5950	13, 1284	15, 6137	15, 1961	11, 4282

September.

Time	19	21	2	4	10
1838	8°582	9°786	11°457	10°996	8°525
39	8, 7317	9, 6883	10, 7017	10, 4623	8, 6050
40	8, 0667	9, 2992	11, 3858	10, 7900	8, 6750
41	7, 1037	8, 5443	10, 6917	10, 3000	7, 3683
42	7, 3000	8, 9453	11, 4027	11, 1453	7, 9037
43	7, 699	9, 968	12, 723	12, 960	8, 193
44	7, 459	9, 495	12, 140	11, 546	7, 731
45	6, 882	9, 164	11, 519	10, 971	7, 464
46	7, 882	10, 475	13, 468	13, 467	9, 040
47	6, 670	8, 446	10, 743	10, 163	7, 290
Middel	7, 6376	9, 3811	11, 6232	11, 2801	8, 0795

October.

Time	19	21	2	4	10
1838	2°663	3°769	6°132	5°659	3°296
39	5, 244	6, 056	7, 824	7, 398	5, 844
40	1, 8387	3, 1177	5, 0452	4, 4960	2, 8032
41	2, 9477	3, 9232	5, 4539	4, 7848	3, 2813
42	3, 4103	4, 8216	7, 5106	6, 9739	4, 3500
43	0, 770	2, 614	4, 805	4, 543	1, 844
44	3, 909	4, 697	6, 441	5, 704	4, 163
45	2, 788	3, 676	5, 309	4, 627	2, 435
46	6, 951	7, 503	8, 527	8, 325	7, 124
47	1, 431	3, 146	5, 751	5, 276	2, 320
Middel	3, 2003	4, 3324	6, 2799	5, 7787	3, 7461

November.

Time	19	21	2	4	10
1838	—1°820	—1°560	+0°023	—0°614	—1°450
1839	+0, 043	+0, 215	+1, 042	+0, 576	+0, 068
1840	+0, 4583	+0, 6700	+1, 2570	+0, 9683	+0, 7133
1841	—1, 9067	—1, 5380	+0, 0773	—0, 6573	—1, 5393
1842	—1, 5327	—1, 3010	+0, 5800	—0, 2237	—1, 3360
1843	+0, 325	+0, 612	+1, 572	+1, 126	+0, 316
1844	—1, 207	—0, 801	+0, 316	—0, 393	—0, 886
1845	+2, 088	+2, 257	+3, 449	+3, 007	+2, 074
1846	+0, 918	+1, 113	+2, 208	+1, 753	+1, 317
1847	+2, 872	+3, 231	+4, 203	+3, 805	+3, 287
Middel	+0, 0238	+0, 2898	+1, 4717	+0, 9347	+0, 2564

December.

Time	19	21	2	4	10
1838	—4°087	—4°090	—3°038	—3°408	—4°047
1839	—4, 529	—4, 416	—3, 855	—4, 127	—4, 489
1840	—5, 9694	—6, 3016	—5, 5403	—5, 7903	—5, 7661
1841	—0, 8829	—0, 8861	—0, 2926	—0, 3987	—1, 0800
1842	—0, 0894	—0, 1500	+0, 6639	+0, 2410	+0, 4235
1843	—1, 168	—0, 752	+0, 528	+0, 380	—0, 695
1844	—8, 076	—8, 002	—6, 986	—7, 350	—7, 549
1845	—2, 736	—2, 623	—1, 554	—1, 997	—2, 142
1346	—5, 878	—5, 662	—4, 686	—5, 228	—5, 623
1847	—0, 742	—0, 719	—0, 098	—0, 537	—0, 824
Middel	—3, 4158	—3, 3602	—2, 4858	—2, 8215	—3, 1792

I 1838 er Temperaturen ved Timen 19 i Januar og Februar bestemt ved Interpolation af Temperaturen i Timen 21 ved Hjælp af Temperaturdifferentsen imellem disse to Timer i de övrige 9 Aar i samme Maaneder. Det samme er Tilfældet med Barometerstanden i samme Time i 1838 i disse to Maaneder.

Ved at sammenligne den sande Middeltemperatur i hver Maaned, udledet af timevise Iagttagelser igjennem hele Dögnet i Aarene 1827 og 1828 (Magaz. 3 Bd. S. 42—47) med den Værdie for samme, der kan udledes af Iagttagelserne paa de 5 her anvendte Tidspunkter, har jeg (samme Sted S. 53) udledet en empirisk Formel, der, naar t_2, t_4, t_{10}, t_{19}, t_{21} betegne Temperaturen ved de 5 omtalte Klokkeslet, den sande Middeltemperatur af Maaneden kan udtrykkes saaledes:

$$T = \frac{7t_2 + 8t_4 + 15t_{10} + 11t_{19} + 7t_{21}}{48} + c;$$

hvor c betegner en Correction, der for de forskjellige Maaneder har fölgende Værdier:

Maaned	c	Maaned	c
Januar	+ 0°0152	Juli	— 0°3033
Februar	— 0, 0072	August	— 0, 2691
Marts	— 0, 0587	Septbr.	— 0, 1639
April	— 0, 1849	Octbr.	— 0, 0058
Mai	— 0, 4026	Novbr.	— 0, 0241
Juni	— 0, 5300	Decbr.	— 0, 0159

Ved Hjælp af denne Formel har jeg beregnet Middeltemperaturen for hver Maaned i det forlöbne Decennium, forsaavidt den kan udledes af Middeltemperaturerne i de 5 Iagttagelsestimer.

Januar	— 4°3734
Februar	— 5, 2253
Marts	— 1, 3894
April	+ 3, 0411
Mai	+ 8, 0767
Juni	+11, 6851
Juli	+13, 0284
August	+12, 6836
Septbr.	+ 9, 0544
Octbr.	+ 4, 4090
Novbr.	+ 0, 4741
Decbr.	— 3, 1148

Sammenligner man disse Værdier med Resultatet af 5 Aars Iattagelser paa det anförte Sted S. 55, saa vil man see, at Forskjellen imellem begge kun i December stiger til en Grad, i October og August til $\frac{3}{4}$ og $\frac{1}{2}$ Grad, og i de övrige Maaneder er ubetydelig. Tager man Middeltal af disse Temperaturer med Hensyn paa Dagenes Antal i hver Maaned og paa de 2 Skuddage, saa finder man Middeltemperaturen ved Christiania Observatorium

+ 4°0778.

Ved timevise Iagttagelser paa Hovedvagten paa Agershuus Fæstning fandtes Middeltemperaturen i 1827 = + 4°8282, i 1828 = + 5°1523. Tog man disse med i Beregningen, vilde man af 12 Aar erholde Middeltemperaturen lidt höjere, nemlig = 4°2299. Men formedelst Localiteten ved Vagten er det sandsynligt, at Temperaturen der, især i Sommermaanederne, maatte findes lidt for höi.

For at kunne bestemme Usikkerheden af den maanedlige Middeltemperatur for hver af Aarets 12 Maaneder, forsaavidt denne er udledet af Iagttagelser i een enkelt Maa-

ned paa de fem her anvendte daglige Tidspunkter, maa man for hver af de 12 Maaneder beregne de 10 forskjellige Værdier for hele Decenniet, og sammenligne disse med Middelet for samme Maaned. Disse indeholdes i nedenstaaende Tabelle:

Aar	Januar	Februar	Marts	April	Mai	Juni
1838	—6°8909	—9°6802	—1°9032	+0°4144	7°1342	11°3890
39	—4, 2559	—2, 9120	—4, 5526	0, 7763	7, 7653	11, 7881
40	—3, 9749	—2, 0338	—0, 0905	5, 0288	6, 9321	11, 2170
41	—6, 8884	—5, 5571	+0, 2222	4, 1065	9, 0145	10, 4048
42	—3, 7428	—1, 0120	+0, 6836	5, 1359	10, 3686	12, 4393
43	—1, 9981	—4, 4585	—1, 3540	2, 4002	7, 9622	11, 8449
44	—4, 7024	—8, 0771	—2, 8779	4, 0498	10, 0322	10, 6303
45	—2, 7444	—9, 6215	—4, 2213	3, 6792	7, 6646	11, 4758
46	—2, 8978	—3, 7044	+1, 4114	3, 6176	7, 2000	13, 3180
47	—5, 6386	—5, 2085	—1, 2118	1, 2023	6, 6925	12, 3434
Middel	—4, 3734	—5, 2254	—1, 3894	3, 0414	8, 0766	11, 6851

Aar	Juli	August	Septbr.	October	November	December
1838	13°8125	10°9411	9°3975	4° 0215	— 1°2208	—3°8247
39	13, 6182	11, 0051	9, 2434	6, 2794	+0, 2863	—4, 3502
40	11, 3892	12, 4009	9, 2105	3, 2315	+0, 7460	—5, 8776
41	11, 4442	11, 5969	8, 2885	3, 8600	—1, 2646	—0, 7941
42	12, 3809	14, 5494	8, 8039	5, 0958	—0, 9353	+0, 2112
43	13, 5281	13, 5839	9, 6299	2, 5860	+0, 6553	—0, 4701
44	12, 8067	11, 5325	9, 0408	4, 7659	—0, 7138	—7, 6364
45	13, 3337	12, 1494	8, 5905	3, 4756	+2, 4358	—2, 2543
46	13, 7860	16, 1410	10, 2036	7, 5386	+1, 3743	— 5, 5005
47	14, 1847	12, 9365	8, 1350	3, 2354	+3, 3795	—0, 6521
Middel	13, 0284	12, 6837	9, 0544	4, 4090	+0, 4743	—3, 1149

Ved at tage Forskjellerne mellem hver Maaneds Middeltemperatur i de enkelte Aargange og det nedenunderstaaende Middeltal af 10 Aars Iagttagelser for samme Maaned, har jeg paa sædvanlig Maade fundet den sandsynlige Usikkerhed eller Ujevnhed (*Schwankung*) for Maaneden, og ved at dividere denne med Quadratroden af 10, den sandsynlige Usikkerhed △ af det tiaarige Middeltal. For nöjagtigere at kunne sammenligne Temperaturens Ustadighed i de forskjellige Aarstider, har jeg, ligesom ved Barometeriagttagelserne, reduceret den maanedlige Ujevnhed til den Værdie, den vilde have, ifald alle Maaneder bestod af 30 Dage, hvilken Værdie i nedenstaaende Tabel er betegnet med δ.

Maaned	δ	△
Januar	1° 141	0° 3550
Februar	1, 988	0, 6507
Marts	1, 339	0, 4320
April	1, 169	0, 3698
Mai	0, 888	0, 2762
Juni	0, 586	0, 1853
Juli	0, 673	0, 2092
August	1, 145	0, 3559
September	0, 458	0, 1431
October	1, 068	0, 3321
November	1, 068	0, 3378
December	1, 857	0, 5774

Heraf udledes fölgende Slutninger: 1) at Temperaturens Ustadighed i Almindelighed tiltager fra Sommer- til Vintersolhverv. Men fra denne Regel gives dog fölgende Undtagelser, nemlig at 2) Februar er den ustadigste Maaned, dernæst December; 3) September er med Hensyn til

Temperaturen den stadigste Maaned i Aaret, hvorimod August staaer nær ved April og Januar. Usikkerheden af Temperaturen i Februar er mere end 4 Gange större end i September. Maaskee kunde man udtrykke dette Resultat paa fölgende Maade: Temperaturen er roligst i de Dage, som gaae foran Efteraarsjevndögn, og uroligst i de, som gaae foran Foraarsjevndögn.

Beregner man af Tabellen S. 412, med behörigt Hensyn paa Dagenes Antal i hvert Aar, Middeltemperaturen for de enkelte Aar, saa faaer man

Aar	Middeltemp.
1838	2°8777
1839	3, 7592
1840	4, 0203
1841	3, 7605
1842	5, 3724
1843	4, 5481
1844	3, 2719
1845	3, 7412
1846	5, 2595
1847	4, 1696
Middel	4, 0778

Summen af Temperaturerne i disse 10 Aar, som indeholde 3652 Dage, var nemlig 14892°097; altsaa bliver Middeltemperaturen 4°07779, overeensstemmende med hvad ovenfor S. 411 af de tiaarige Middeltemperaturer for hver af de 12 Maaneder er fundet, hvorved altsaa Regningen er controlleret. Af Differentserne imellem Middeltemperaturen for Decenniet og for de enkelte Aar findes den sandsynlige Usikkerhed af en enkelt Aargang $= \pm$ 0°5372

af et Middel af 10 Aar $= \pm$ 0, 1699.

Fölgelig bliver **Middeltemperaturen ved Christianias Observatorium**

$$+ 4^\circ0778 \pm 0^\circ1699;$$

hvorved dog er at bemærke, at Observationsstedets Höide over Havfladen var i 7 Aar og 4 Maaneder 77'17 og i 2 Aar og 8 Maaneder 88'21. Vare alle Iagttagelser blevne anstillede paa det förste lavere Sted, vilde man vel fundet Temperaturen ganske lidet höjere; men denne Omstændighed vilde neppe forøge Middeltemperaturen $0^\circ01$. Da forskjellige Punkter af Hovedstaden ligge 30 til 40 Fod lavere end Observatoriet, vilde vel Temperaturen her findes noget höjere, end den ovenanförte; og især formedelst de om Vinteren opvarmede Huse, som nödvendig noget maa foröge den omgivende Lufts Temperatur. I *Doves* Repertorium der Physik IV Bd. S. 32, angives Christianias Middeltemperatur efter *Esmarks* Iagttagelser fra 1816 til 1825 paa tre ej ganske bestemte Klokkeslet (Morgen, Middag og Aften) og mine fra 1823 til 1827 omtrent Kl. 8—9 Form., 3 og 11 Eftermiddag $= 5^\circ4$ Centesimal $= 4^\circ32$ Reaumur. Denne synes altsaa endnu at være noget for höj, da den overskrider den sandsynlige Usikkerhed af det ovenfor fundne Enderesultat. Endelig maa bemærkes, at de paa Observatoriet anvendte Thermometre er nöje undersögte efter den Besselske Methode, og de smaae Correctioner anbragte; at Iagttagelsesmomenterne ere strængt overholdte, og ingen forsömte, saa at det vundne Resultat er grundet paa 18260 Iagttagelser. Fremdeles maa bemærkes, at fra Begyndelsen af October 1840 til Slutningen af 1841 observeredes saavel Barometret som Thermometret 7 Gange daglig, i det der til de ovenfor anförte Tidspunkter endnu lagdes Timerne 0 (Middag) og 7 Eftermiddag; men for Eensformigheds Skyld

ere disse to Iagttagelsestimer ej inddragne i Beregningen. Den eneste Usikkerhed, der endnu kan hvile over det vundne Resultat, har sin Oprindelse deraf, at den maanedlige Middeltemperatur er udledet af 5 daglige Iagttagelser formedelst den S. 410 anförte Formel, hvor Correctionen c er funden af de to fuldstændige Aargange af timevise Iagttagelser i 1827 og 1828. Denne Correction skal afhjælpe den Feil, som har sin Oprindelse af de 9 Timer om Natten imellem Timerne 10 og 19, i hvilke ingen Iagttagelser ere gjorte. Men der er ingen Tvivl om, at Forholdet imellem Temperaturerne i Dag- og Nattetimerne i samme Maaned er noget forskjelligt i forskjellige Aar, saa at denne Correction sandsynlig vilde findes lidt anderledes, ifald den havde været udledet af fuldstændige timevise Iagttagelser i en længere Aarrække. Hertil haves ogsaa Materialier, i det saadanne fuldstændige Iagttagelser ere udförte i det magnetiske Observatorium fra November 1841 til Slutning af Juni 1843, og fra 15 August 1846 til samme Dag 1847, altsaa i 32 Maaneder. Men den fuldstændige Beregning af disse har Tiden ej endnu tilladt mig at udföre.

Det kunde være interessant at kjende den midlere Temperaturs Gang fra Dag til Dag igjennem hele Aaret, for at undersöge om den i Aarets Löb har flere Maxima og Minima; hvilket formedelst Atmosphærens bestandige Strömninger fra den ene Halvkugle til den anden i de modsatte Aarstider er sandsynligt. Men formedelst den store Usikkerhed, der forhen (S. 413) er befundet ved en af 30 Dages Iagttagelser udledet Middeltemperatur i de forskjellige Maaneder, vilde den af blot 10 Dages Iagttagelser for hver Dag i Maaneden udledede Middeltemperatur være beheftet med en endnu langt större Usikkerhed,

hvis Störrelse man omtrent vilde finde, ved at multiplicere Værdierne af δ i Tabellen S. 413 med Quadratroden af 3. Selv i September Maaned, hvor δ har den mindste Værdie, vilde man finde denne Usikkerhed = ± 0°79, i Januar = 1°98, i Marts = 2°32 og i Februar endog = 3°44. Man maa altsaa vente at finde store Ujevnheder i den af blot 10 Aars Iagttagelser udledede midlere Temperatur for hver af Aarets Dage, fornemmelig i Vintermaanederne. For at beregne denne daglige Middeltemperatur, har jeg for hver Dag i Aaret taget et simpelt Middeltal af de daglig antegnede Temperaturer, og derpaa et Middeltal af de ensnævnede Dages Middeltal i alle 10 Aar. For saavidt muligt at reducere disse Middelværdier til den sande Middeltemperatur af Dögnet, har jeg af de fuldstændige timevise Iagttagelser i 1827 og 1828 udledet Forskjellen imellem den sande Middeltemperatur af et Dögn og Middelværdien for de her anvendte 5 Iagttagelsesmomenter, for Midten af hver Maaned, og ved Interpolation sögt at udlede Correctionen for hver enkelt Dag i Maaneden. For den midterste Dag i hver Maaned fandtes fölgende Reductioner

15 Januar	=— 0° 08	15 Juli	=— 0° 67
14 Februar	=— 0, 22	15 August	=— 0, 66
15 Marts	=— 0, 30	15 Septbr.	=— 0, 51
15 April	=— 0, 50	15 October	=— 0, 23
15 Mai	=— 0, 77	15 Novbr.	=— 0, 15
15 Juni	=— 0, 79	15 Decbr.	=— 0, 03

De heraf udledede Correctioner for hver Dag i Aaret ere anbragte ved de i nedenstaaende Tabel anförte Middeltemperaturer.

Middeltemperatur

Dag	Jan.	Febr.	Marts	April	Mai	Juni
1	—2° 85	—6° 33	—4° 09	+0° 94	6° 09	10, 66
2	—3, 12	—5, 90	—2, 67	0, 26	6, 33	10, 01
3	—5, 43	—5, 75	—2, 61	0, 12	7, 16	9, 95
4	—4, 32	—5, 03	—2, 51	0, 82	7, 55	10, 98
5	—5, 39	—5, 46	—2, 39	1, 70	6, 97	10, 78
6	—5, 12	—5, 69	—2, 11	1, 22	7, 11	11, 71
7	—4, 27	—5, 33	—2, 11	1, 06	6, 35	11, 97
8	—5, 63	—6, 18	—2, 55	0, 85	7, 76	12, 11
9	—6, 49	—7, 05	—1, 50	1, 00	7, 44	11, 88
10	—6, 00	—6, 84	—2, 02	1, 49	7, 48	11, 49
11	—4, 27	—6, 01	—2, 39	2, 06	7, 99	11, 40
12	—3, 87	—5, 58	—1, 66	2, 87	7, 03	12, 96
13	—2, 84	—4, 51	—2, 46	3, 11	6, 74	12, 57
14	—3, 21	—2, 56	—3, 03	2, 93	6, 94	12, 72
15	—3, 69	—2, 75	—1, 92	2, 55	6, 85	11, 79
16	—3, 90	—3, 11	—2, 28	3, 24	7, 28	12, 42
17	—4, 52	—3, 23	—0, 77	3, 72	6, 67	12, 82
18	—4, 73	—5, 32	—0, 53	3, 85	7, 32	13, 12
19	—5, 05	—5, 80	—1, 71	3, 80	7, 74	12, 82
20	—4, 49	—6, 06	—1, 08	4, 07	8, 76	11, 95
21	—5, 85	—6, 00	—1, 57	4, 32	9, 19	11, 98
22	—4, 64	—3, 91	—0, 39	4, 68	9, 80	11, 97
23	—4, 12	—5, 04	+0, 25	4, 59	10, 40	11, 98
24	—4, 84	—6, 03	—0, 27	5, 30	10, 06	11, 11
25	—2, 85	—5, 53	—0, 30	5, 38	9, 40	11, 36
26	—3, 23	—5, 78	+0, 20	5, 42	10, 55	11, 55
27	—3, 23	—3, 59	+0, 38	5, 85	10, 35	11, 89
28	—3, 86	—4, 30	+0, 66	5, 79	10, 66	12, 34
29	—4, 64		+1, 14	5, 43	10, 88	12, 00
30	—6, 17		+0, 31	5, 95	11, 10	12, 72
31	—6, 37		+0, 50		11, 13	

af 10 Aar.

Dag	Juli	August	Septbr.	Octbr.	Novbr.	Decbr.
1	12° 29	13° 43	10° 79	7° 26	+2° 84	—1° 50
2	12, 71	13, 87	10, 85	7, 37	2, 66	—1, 40
3	12, 84	13, 60	11, 21	5, 68	2, 13	—2, 23
4	13, 57	13, 24	11, 26	5, 00	2, 06	—1, 82
5	12, 84	13, 53	9, 98	4, 34	2, 91	—1, 24
6	12, 75	13, 74	9, 88	4, 52	2, 40	—1, 09
7	12, 76	13, 74	10, 43	5, 24	2, 24	—1, 77
8	12, 44	13, 44	10, 53	5, 52	2, 34	—1, 38
9	13, 79	13, 64	9, 74	5, 38	2, 59	—2, 09
10	13, 57	13, 02	10, 58	5, 69	2, 09	—2, 53
11	13, 62	13, 22	10, 09	5, 58	1, 22	—2, 93
12	13, 66	12, 71	9, 86	4, 96	0, 11	—4, 21
13	13, 80	12, 18	9, 58	4, 42	+0, 12	—4, 01
14	13, 45	12, 67	8, 89	4, 23	—0, 65	—3, 15
15	13, 54	12, 49	9, 00	5, 43	—0, 44	—2, 40
16	13, 16	12, 43	8, 79	4, 97	—0, 17	—2, 80
17	13, 30	12, 74	9, 34	4, 62	—0, 79	—3, 09
18	12, 94	12, 31	8, 65	4, 17	—0, 88	—4, 48
19	12, 97	12, 57	8, 36	3, 77	+0, 70	—4, 17
20	12, 93	12, 67	7, 97	3, 42	+0, 72	—4, 98
21	13, 16	12, 05	8, 90	3, 59	+0, 54	—4, 47
22	13, 42	12, 23	8, 66	3, 12	—0, 93	—4, 03
23	13, 18	12, 01	7, 88	4, 19	—0, 89	—4, 14
24	13, 40	11, 77	7, 95	4, 34	—0, 88	—4, 90
25	13, 54	12, 06	6, 70	3, 50	—1, 08	—3, 90
26	13, 73	12, 16	7, 66	3, 07	—0, 28	—2, 95
27	13, 03	11, 90	7, 75	2, 77	—1, 27	—4, 63
28	12, 40	12, 50	6, 98	3, 02	—1, 55	—5, 31
29	12, 06	12, 11	7, 00	3, 23	—1, 61	—4, 16
30	12, 62	12, 04	7, 26	2, 61	—1, 89	—2, 50
31	12, 79	11, 83		2, 48		—2, 80

Af denne Tabel seer man vel, at der indtræffer et et Minimum af Temperatur af —6° til —7° imellem den 30 Januar og 12 Februar; og et Maximum af $+13\frac{3}{4}$ Grader enten i den förste Trediedeel af Juli eller i den förste Uge af August; men Ujevnhederne fra Dag til Dag ere for store til, at man med Sikkerhed kan see, paa hvilken Dag disse Extremer falde, eller slutte, om Temperaturen har flere Undulationer. Forsaavidt muligt at udjevne de blot tilfældige Undulationer, har jeg for hver Dag taget et Middeltal af Temperaturen paa selve Dagen tilligemed de to næstforegaaende og fölgende Dage. Denne Beregningsmaade forudsætter, at den daglige midlere Temperaturforandring i det korte Tidsrum af 5 Dage er proportioneret med Tiden, hvilket i Almindelighed kan antages, undtagen nær et Maximum eller Minimum; men der er igjen den daglige Variation ubetydelig. Fölgende Tabelle indeholder disse Middelværdier.

Dag	Jan.	Febr.	Marts	April	Mai	Juni
1	—3° 340	—6° 104	—3° 452	+0° 426	+6°190	+10°570
2	3, 664	5, 870	—3, 236	0, 528	6, 616	10, 546
3	4, 222	5, 694	2, 854	0, 768	6, 820	10, 476
4	4, 676	5, 566	2, 450	0, 824	7, 024	10, 686
5	4, 906	5, 452	2, 346	0, 984	7, 028	11, 078
6	4, 946	5, 538	2, 334	1, 130	7, 148	11, 510
7	5, 380	5, 942	2, 132	1, 166	7, 126	11, 690
8	5, 500	6, 218	2, 058	1, 124	7, 228	11, 832
9	5, 332	6, 282	2, 114	1, 292	7, 404	11, 770
10	5, 252	6, 332	2, 024	1, 654	7, 540	11, 968
11	4, 694	5, 998	2, 006	2, 106	7, 336	12, 060
12	4, 038	5, 100	2, 132	2, 492	7, 236	12, 228
13	3, 576	4, 282	2, 292	2, 704	7, 111	12, 288
14	3, 502	3, 702	2, 270	2, 940	6, 968	12, 492
15	3, 632	3, 232	2, 092	3, 110	6, 896	12, 464
16	4, 010	3, 394	1, 706	3, 258	7, 012	12, 574
17	4, 378	4, 042	1, 442	3, 432	7, 172	12, 594
18	4, 538	4, 704	1, 274	3, 736	7, 554	12, 626
19	4, 928	5, 282	1, 132	3, 952	7, 936	12, 538
20	4, 952	5, 418	1, 056	4, 144	8, 562	12, 368
21	4, 830	5, 362	0, 700	4, 292	9, 178	12, 140
22	4, 788	5, 408	0, 612	4, 592	9, 642	11, 798
23	4, 460	5, 302	0, 456	4, 854	9, 770	11, 680
24	3, 936	5, 258	—0, 100	5, 074	10, 042	11, 594
25	3, 654	5, 194	+0, 052	5, 308	10, 152	11, 578
26	3, 602	5, 046	+0, 134	5, 548	10, 204	11, 650
27	3, 562	4, 658	+0, 416	5, 574	10, 360	11, 820
28	4, 226	4, 086	+0, 538	5, 688	10, 708	12, 100
29	4, 854		+0, 598	5, 816	10, 824	12, 248
30	5, 474		+0, 710	5, 918	10, 886	12, 412
31	5, 882		+0, 630		10, 756	

Dag	Juli	August	Septbr.	October	Novbr.	Decbr.
1	+12°512	+13°262	+11°344	+6° 917	+2° 544	—1°706
2	12, 862	13, 386	11, 188	6, 514	2, 434	1, 768
3	12, 850	13, 534	10, 818	5, 930	2, 520	1, 638
4	12, 942	13, 596	10, 636	5, 382	2, 432	1, 556
5	12, 952	13, 570	10, 552	4, 956	2, 348	1, 630
6	12, 872	13, 538	10, 416	4, 924	2, 390	1, 460
7	12, 916	13, 618	10, 112	5, 000	2, 496	1, 514
8	13, 062	13, 516	10, 232	5, 270	2, 332	1, 772
9	13, 236	13, 412	10, 274	5, 482	2, 096	2, 140
10	13, 416	13, 206	10, 160	5, 426	1, 670	2, 628
11	13, 638	12, 954	9, 970	5, 206	1, 226	3, 154
12	13, 620	12, 760	9, 800	4, 976	+0, 758	3, 366
13	13, 614	12, 654	9, 484	4, 924	+0, 072	3, 340
14	13, 522	12, 496	9, 224	4, 802	—0, 206	3, 314
15	13, 450	12, 502	9, 120	4, 734	—0, 386	3, 090
16	13, 278	12, 528	8, 934	4, 682	—0, 586	3, 184
17	13, 188	12, 508	8, 828	4, 592	—0, 316	3, 388
18	13, 060	12, 544	8, 622	4, 190	—0, 084	3, 904
19	13, 064	12, 468	8, 612	3, 914	+0, 058	4, 238
20	13, 084	12, 366	8, 508	3, 614	+0, 030	4, 426
21	12, 932	12, 306	8, 354	3, 624	—0, 112	4, 398
22	13, 218	12, 146	8, 272	3, 332	—0, 288	4, 504
23	13, 340	12, 024	8, 018	3, 748	—0, 648	4, 288
24	13, 454	12, 046	7, 770	3, 644	—0, 812	3, 984
25	13, 376	11, 980	7, 588	3, 574	—0, 880	3, 304
26	13, 220	12, 078	7, 408	3, 340	—1, 012	4, 338
27	12, 957	12, 146	7, 218	3, 118	—1, 158	4, 190
28	12, 768	12, 142	7, 330	2, 940	—1, 320	3, 910
29	12, 580	12, 076	7, 250	2, 822	—1, 564	3, 880
30	12, 660	11, 854	7, 174	2, 836	—1, 590	3, 524
31	12, 954	11, 524		2, 764		3, 086

Da hver af Værdierne i ovenstaaende Tabel er et Middel af 50 Dages Temperatur, saa vil den sandsynlige Usikkerhed af samme omtrent erholdes, ved at multiplicere Usikkerheden af et Middel af 30 Dages Iagttagelser δ for samme Maaned (Tabellen S. 413) med Qvadratroden af $\frac{3}{5}$ eller 0,7745; d. e. den vil omtrent formindskes en Fjerdedeel. Saaledes vil den i Februar, da den er störst, blive $\pm 1^{0}223$, og i September, da den er mindst, $\pm 0^{0}355$. Der vil altsaa udfordres en langt större Iagttagelsesrække, inden man med Sikkerhed kan afgjöre, om de forskjellige Minima i den foranstaaende Tabel ere tilfældige, eller höre Naturen til. Imidlertid ere fölgende Slutninger temmelig sandsynlige.

1) Middeltemperaturen i Christiania er over Frysepunktet omtrent fra den 25de Marts til Midten af November, fölgelig i 235 Dage, og i de övrige 130 Dage under samme.

2) Den laveste Temperatur indtræffer imellem den 8de og 10de Februar, og er omtrent — $6\frac{1}{3}$ Grad; den höjeste imellem den 11te og 13de Juli, og er omtrent $+ 13^{0}6$, omendskjönt der ogsaa ved Enden af den förste Uge i August har viist sig en ligesaa höj Temperatur. Den störste midlere Temperaturforandring i Aaret er altsaa 20^{0} efter det Reaumurske Thermometer.

3) Hurtigst tiltager Temperaturen i April Maaned, nemlig $5^{0}5$ i 30 Dage, altsaa $0^{0}18$ daglig; hurtigst aftager den i Maanederne September, October og November, nemlig omtrent $4^{0}1$ i 30 Dage, altsaa daglig omtrent $0^{0}14$.

4) Fra den 11te Januar synes Temperaturen at stige noget indtil henimod Enden af Maaneden, inden den naaer sit Minimum ved Begyndelsen af den anden Uge i Februar; maaskee som Fölge af en Overströmning fra den sydlige Halvkugle, som da har Midsommer.

5) I Ugen efter Sommersolhverv synes Temperaturen at synke noget, ligesom i den sidste Halvdeel af Juli.

6) I den sidste Uge af December synes Temperaturen at stige lidt. I det her omhandlede Decennium har Temperaturen imellem den 20de og 30te December 8 Gange været flere Dage over Frysepunktet, og kuns i Aarene 1840 og 1844 bestandig under samme. Denne Formodning bekræftes ogsaa ved den Norske Bondes Udsagn, at der under Tilberedelserne til Julefesten saudsynlig indtræffer Törveir. (S. Magaz. 3 Bd. S. 83. Anmærkn.).

De höjeste Temperaturer, der i disse 10 Aar ere indtrufne, ere fölgende:

1838	Juli	4	Kl. 2	=	23°45
1842	Juni	9	— 2	=	22, 15
1843	Juli	10	— 2	=	23, 72
1844	Juli	24	— 4	=	21, 82
1845	Juli	21	— 4	=	22, 28
1846	Juui	19	— 4	=	23, 44
1847	Juni	29	— 2	=	22, 16

De laveste ere fölgende:

1841	Jan.	21	Kl. 19	=	— 23°65
1844	Febr.	25	— 19	=	— 20, 18
1845	Febr.	19	— 21	=	— 22, 28

Den störste Temperaturvexel, der i disse 10 Aar har indtruffet, har altsaa været imellem + 23°72 og — 23°65, d. e. = 47°37; og betydelig större vil den vel neppe nogensinde findes. Da Middeltemperaturen er 4°08, saa ligger altsaa Minimum 27,73 Grader under, og Maximum kun 19, 64 Grader over Medium. En lignende Omstændighed finder Sted ved Barometerstanden.

XIII.

Chemisk Undersögelse af nogle ved Jernfabrikationen frembragte crystallinske Slagger [1]

ved

David Forbes.

For nogen Tid siden har jeg været saa heldig at komme i Besiddelse af endeel Specimina af Slagger frembragte under forskjellige Stadier af Jernfabrikationen; adskillige af disse har jeg underkastet en chemisk Analyse, hvis Resultater jeg anseer ikke at være ganske uden Interesse, især forsaavidt de synes at kaste noget Lys over Dannelsen af forskjellige naturlig forekommende Mineralier, i Særdeleshed over et (Humboltiliten), der, saavidt mig bekjendt, hidtil ikke har været iagttaget kunstig frembragt. Paa disse Undersögelser er det, at jeg i denne Afhandling tillader mig at henlede Chemikernes og Mineralogernes Opmærksomhed.

---

[1]) Indsendt af Forfatteren, og oversat efter Sammes engelske Manuscript af Chr. Langberg.

De Specimina, hvis Undersögelse i det Fölgende fremstilles, vare alle af crystallinsk Struktur, og de Dele af samme, som anvendtes til Analysen, bleve alle udsögte saa vel crystalliserede og fri for fremmede indblandede Dele, som de Stykker, der stode til min Raadighed, vilde tillade.

De förste to Slagger, som ved en forelöbig qvalitativ Undersögelse fandtes at være let oplöselige i Saltsyre, og at indeholde: Kiseljord, Leerjord, Kalkjord, Talkjord, Kali og Svovl, det sidste som Sulphuret, analyseredes paa fölgende Maade:

a) Den fiint pulveriserede Slag digereredes i fortyndet Saltsyre indtil den var fuldkommen decomponeret, og afdampedes derpaa forsigtig til Törhed. Den törre Masse behandledes derpaa med Saltsyre, henstilledes rolig i nogle Timer, og det i samme indeholdte Jern oxyderedes ved Salpetersyre. Kiseljorden adskiltes fra Oplösningen ved Filtrering, udvaskedes med kogende Vand indtil salpetersuurt Sölvoxyd ikke længer frembragte nogen Uklarhed, blev derpaa opsamlet paa et Filtrum, törret, indasket, afkjölet over Svovlsyre, og veiet.

b) Den sure Oplösning gjordes nu svag alkalinsk ved Tilsætning af Ammoniak, og filtreredes, idet Tragten bedækkedes med en Glasplade for at udelukke Luften; den hele Operation udförtes saa hurtig som mulig.

c) Bundfaldet (b) kogtes med Kali, filtreredes fra det uoplöselige Jernoxyd og Manganoxyd, blev derpaa overmættet med Saltsyre, og Leerjorden bundfældt med kulsuur Ammoniak, og efterat være udvasket opsamlet som sædvanlig.

d) De uoplöselige Oxyder (c) oplöstes i Saltsyre, og

bundfældtes med tilbörlig Omhyggelighed ved bernsteensuur Ammoniak, hvorved Jernmængden bestemtes.

e) Kalkjorden bundfældtes af Oplösningen (b) ved oxalsuur Ammoniak. Bundfaldet, som stedse fandtes at indeholde en liden Mængde oxalsuur Magnesia, blev indasket ved en stærk Rödglödhede, og digereredes derpaa i fortyndet Edikkesyre, som oplöste Kalkjorden, men ingen Virkning udövede paa Manganoxydet. Til den fra Manganoxydet frafiltrerede edikkesure Kalkjord tilsattes Svovlsyre i ringe Overskud; Blandningen afdampedes til Törhed, og Kalkjorden bestemtes som svovlsuurt Salt.

f) Oplösningen (d), efterat Jernet var blevet udskillet fra samme, sattes til Oplösningen (e) efter Kalkjordens Udskillelse, og Manganen bundfældtes ved Svovlvandstof-Svovlammonium i et lukket Kar, i hvilket man lod det henstaae mindst 12 Timer. Det ved Affiltrering udskilte Svovl-Mangan, ligesom ogsaa Oxydet (e) efter Kalkjordens Udskillelse ved Edikkesyre, bleve nu oplöste i Saltsyre, og det Hele bundfældet ved kulsuur Kali; den kulsure Manganoxyd bestemtes, efter i nogen Tid at være indasket ved stærk Rödglödhede, som $MnO + Mn_2O_3$.

g) Oplösningen (f) digereredes, efter Manganens Bundfældning, med et Overskud af Saltsyre, og ophededes indtil den hele Mængde Svovl, som frembragtes ved Decompositionen af Svovlvandstof-Svovlammoniumet, ganske var bleven udskillet, og det ved phosphorsuur Natron og Ammoniak bundfældte Magnesia udvaskedes med ammoniakholdigt Vand saalænge til intet Residuum blev tilbage ved Afdampning af den sidste Udvaskning, og bestemtes som sædvanlig.

h) Den kulsure Kali bestemtes af en ny Portion af Slaggen, der blev oplöst i Saltsyre, Jernet oxyderet ved

Salpetersyre, og Oplösningen bundfældet ved Ammoniak, og siden tilsat et Overskud af kulsuur Ammoniak; Filtratet afdampedes til Törhed, og ophededes indtil alle ammoniakalske Salte vare uddrevne. Residuet blev oplöst i Vand, filtreret, mættet med Svovlsyre, og atter afdampet til Törhed. Det oplöstes derpaa i Vand, et Overskud af eddikesuur Baryt tilsattes, og den bundfældte svovlsure Baryt frafiltreredes. Oplösningen blev nu afdampet til Törhed, derpaa ophedet til Rödglödhede, og Residuet oplöst i Vand, som derpaa mættedes med Saltsyre, og atter afdampedes til Törhed; efter derpaa at være ophedet til en svag Rödglödhede blev det afveiet, og Kalimængden beregnet af den erholdte Mængde Chlor-Kalium.

k) Svovlmængden bestemtes ved at smelte en Deel af Slaggen med en Blanding af kulsuur Natron, kulsuur Kali og salpetersuur Kali, og derpaa oplöse den smeltede Masse i Kongevand; Svovlsyren udskiltes ved Chlor-Barium, og Svovlmængden bestemtes af den erholdte svovlsure Baryt.

l) For at undersöge Tilstedeværelsen af Phosphorsyre decomponeredes en Deel af Slaggen ved Saltsyre, og Kiseljorden udskiltes. Det ved Tilsætning af Ammoniak dannede Bundfald oplöstes i Saltsyre; Viinsteensyre tilsattes, og derpaa Chlor-Magnesium med et Overskud af Ammoniak. I Ingen af de to förste undersögte Slagger opdagedes noget Spor af Phosphorsyre, selv ikke efter flere Dages Forlöb.

I.

Slag fra Russells Hall Marsovn nær Dudley, Staffordshire, England.

Marsovnen dreves med varm Blæst, og Ertsen, som

var Leerjernsteen blev smeltet med Coke, og som Flussmiddel tilsat magnesiaholdig Kalksteen. Slaggen selv var af en grönliggguul Farve. Haardhed 5,5 og specifik Vægt ved 18° C 2.9187.

Slaggen crystalliserede i qvadratiske Prismer med en plan Endeflade lodret mod Prismets Axe; paa mange Prismer vare Vinklerne afstumpede ved Planer, der dannede ligestore Vinkler med Prismets hosliggende Sideflader.

1.	Anvendt Slag	25. 38	grains [1])
2.	Erholdt Kiseljord	9. 62	
3.	— Leerjord	3. 30	
4.	— svovlsuur Kalkjord .	21. 40	
5.	— phosphorsuur Magnesia	5. 09	
6.	— Manganoxyd . . .	0. 76	
7.	— Jernoxyd	0. 35	
8.	Kali: anvendt Slag	75. 68	
9.	Chlor-Kalium	3. 11	
10.	Svovl: anvendt Slag . . .	20. 83	

Under Paavirkning af Saltsyre udvikledes Svovl-Vandstof, og Svovlen maa derfor være forekommet som Sulphuret.

11. Svovlsuur Baryt 2. 45

Efter Beregningen maa Svovlen antages at forekomme i Slaggen som Svovl-Calcium.

12. Phosphorsyre kunde ikke opdages.

---

[1]) De virkelig afveiede Mængder af de fundne Substantser skulle stedse, som ovenfor, blive angivne, for at man derved kan sættes istand til at corrigere Beregningerne, for det Tilfælde at nogen af de anvendte Atomvægter af senere Iagttagere maatte befindes urigtige. I Beregningerne har jeg fulgt *Rose* (fransk Oversættelse. Paris 1843).

Efter disse Data giver Analysen fölgende Resultat:

			Suurstof
Kiseljord	37. 91	. . . . . .	19. 69
Leerjord	13. 01	. . . . . .	6. 08
Kalkjord	31. 43	. 8.73	
Talkjord	7. 24	. 2.81	. 12. 27
Jernoxydul . . .	0. 93	. 0.21	
Manganoxydul . .	2. 79	. 0.52	
Kali	2. 60	. . . . . .	0. 44
Svovl-Calcium . .	3. 65		
Tab	0. 44		
	100. 00		

II.

Marsovn Slag fra Wednesbury Oak Works. Tipton Staffordshire, England.

Marsovnen dreves med kold Blæst, til Smeltningen brugtes Coke, og som Flussmiddel magnesiaholdig Kalksteen. Slaggen havde en grönliggul til bruunt hældende Farve, og var mörkere, end den forrige. Haardhed 5,7. Den crystalliserede i Prismer af qvadratisk Gjennemsnit, og Vinklerne vare afstumpede lig No. I.

1.	Anvendt Slag	25.76 grs.
2.	Kiseljord	10 18
3.	Leerjord	3.89
4.	Svovlsuur Kalk	21.23
5.	Phosphorsuur Magnesia . .	2.45
6.	Manganoxyd	0.80
7.	Jernoxyd	0.61
8.	Kali. Anvendt Slag . . .	27.52
9.	Chlor-Kalium	0.46
10.	Svovl; anvendt Slag . . .	22.63

Ved Saltsyrens Indvirkning udvikledes Svovlvandstof. Undersögelsen viste, at Slaggen ingen Svovlsyre indeholdt.

11. Svovlsuur Baryt 1,54

12. Slaggen blev undersögt paa Phosphorsyre efter den för nævnte Methode, men intet Spoer af samme opdagedes, selv efter en Uges Henstaaen.

	Analyse.		Suurstof.
Kiseljord	39.52		20.50
Leerjord	15.11		7.06
Kalkjord	32.52	9.60	12.05
Talkjord	3.49	1.35	
Manganoxydul . .	2.89	0.64	
Jernoxydul	2.02	0.46	
Kali	1.06		0.17
Svovl-Calcium . .	2.15		
Tab	1.24		
	100.00		

Ved at undersöge de Forhold, hvori Bestanddelene af de to foregaaende Slagger staae til hinanden, vil man see, at den nöiagtige Formel for samme vil være fölgende

$$Al_2O_3\ Si\ O_3 + 2\left(3(Ca.\ Mg.\ Mn.\ Fe.)O\ \dot{S}i\ O_3\right).$$

Berthier giver i sin *Traité des Essais* forskjellige Analyser af Slagger, som aabenbar ere identiske med de foregaaende, men udleder for samme Formelen

$$(Ca.\ Mg.\ Mn.\ Fe.)\ S + Al.\ S.$$

Dette er Formelen for Idocrasen, fra hvilken imidlertid Slaggen deri er forskjellig, at den indeholder to Æqvivalenter Kalk istedetfor eet. For Sammenlignings Skyld anföres her to Analyser af tilsvarende Slagger af Berthier, og af Idocras ved Magnus.

	Jern Slag Dudley	Berthier. Janon	Idocras Vesuv	Magnus. Bannat
Kiseljord . .	0.406	0.388	37 359	38.518
Leerjord . .	0.168	0.152	23.530	20.063
Kalkjord . . .	0.322	0.370	29.681	32.411
Talkjord . . .	„	0.032	5.208	2.987
Manganoxydul .	„	„	„	„
Jernoxydul . .	0.104	0.044	3.992	3.420
Svovl	„	0.008	„	„
	1.000	0.994	99.77	97.418

Det er mærkeligt, at Berthier i Slaggen fra Dudley (det samme Sted, hvorfra flere af de i denne Opsats analyserede Specimina erholdtes) hverken har opdaget Kali, Svovl, Talkjord eller Mangan.

III.

Den dernæst undersögte Slag var et Stykke, som erholdtes fra Krantz i Berlin, og som kom fra *Olsberger Hytten ved Rhin.* Det var af en brunguul Farve, og viste en radial crystallinsk Structur; de individuelle Crystaller vare imidlertid for smaa til at kunne maales. Haardhed 5,7. Smaa Kugler af metallisk Jern, og Skjæl af Graphit forekom indsprængte i den crystallinske Masse.

Slaggen blev med megen Vanskelighed pulveriseret i en Agat Morter, og blev aldeles ikke angrebet af Syrer.

1. En Deel af samme, nemlig 17.54 grs. blev derfor smeltet med 80 grs. af en Blanding af kulsuur Kali og Natron indtil fuldkommen Smeltning. Den afkjölede Masse havde en blaagrön Farve, som Fölge af Manganens Oxydation. Den oplöstes derpaa i Saltsyre, og Operationen fortsattes som i förste Tilfælde, hvorved fölgende Resultater erholdtes:

2. Kiseljord	. . . . .	9.43 grains
3. Leerjord	. . . . .	0.84
4. Svovlsuur Kalk	. . .	12.48
5. Phosphorsuur Magnesia		4.70
6. Manganoxyd	. . . .	0.24
7. Jernoxyd	. . . . .	0.29

8. Kali. En ny Portion af Slaggen oplöstes ved reen Flussspath og Svovlsyre, og man gik frem som sædvanlig, uden at noget Spoer af Kali kunde opdages.

Heraf findes fölgende procentiske Sammensætning

			Suurstof
Kiseljord . .	53.76	. . . .	27 93
Leerjord . .	4.76	. . . .	2.22
Kalkjord . .	29.48	. 8.28	12.71
Talkjord . .	9.82	. 3.80	
Manganoxydul	1.30	. 0.29	
Jernoxydul .	1.48	. 0.34	
	100.60		

Denne Slag forestilles utvivlsomt ved Formelen $2\,SiO_3\,(Ca.\,Mg.\,Mn.\,Fe)\,O$, da Leerjorden aabenbar kun forekommer som en fremmed Indblanding, og ikke udgjör nogen Bestanddeel af den sande Crystals Sammensætning, ligesom den sandsynligviis ogsaa forekommer som Bisilicat.

IV.

Den fölgende Slag, der var den sidste af de her analyserede Marsovn Slagger, erholdtes fra *L'Esperance Hytten ved Seraing nær Lüttich i Belgien*, der drives med varm Blæst og Trækul; den bestod i en chocoladebruun porös crystallinsk Masse, og de enkelte Crystaller syntes at være Prismer, der radierede fra samme Centrum.

Den var skjör og let at pulverisere, men næsten uop löselig i Saltsyre.

1. Ved den förste Analyse kunde paa Grund af et indtruffet Tilfælde alene Kalkjorden bestemmes. Mængden af den anvendte Slag var 23.63 grs; denne smeltedes med 80 grs. af en Blanding af kulsuur Kali og Natron, og Operationen fortsattes som sædvanlig.

2.	Svovlsuur Kalkjord	15.04 grs.

3. Analysen blev atter begyndt med en ny Portion Slag, der veiede . . . . 17.84 grs.

4.	Kiseljord	9.95
5.	Leerjord	2.48
6.	Phosphorsuur Magnesia	1.02
7.	Manganoxyd	0.49
8.	Jernoxyd	0.42

9. Kali. Den anvendte Slag . . . 30.40 smeltedes sammen med 120 grs. kulsuur Baryt; Blandingen oplöstes i Saltsyre, og Analysen fortsattes som sædvanlig.

10.	Chlor-Kalium	0.86 grs.

11. Svovl opdagedes, men i en overordentlig ringe Mængde.

Heraf beregnes fölgende procentiske Sammensætning.

Kiseljord . .	55.77	. . . .	28.97
Leerjord . .	13.90	. . . .	6.49
Kalkjord . .	22.22	. 6.24	8.09
Talkjord . .	2.10	. 0.81	
Manganoxydul	2.52	. 0.56	
Jernoxydul . .	2.12	. 0.48	
Kali	1.78	. . . .	0.30
	100.41		

Paa Grund af Slaggens uregelmæssige Crystallisation,

og da Resultaterne af Analysen ikke tilfredsstillende henpege paa nogen bestemt Formel, har jeg ikke forsögt paa at udlede noget rationalt Udtryk for dens Sammensætning.

V.

Denne Slag var bleven frembragt ved at omsmelte med Kalk i en Cupolovn det af Marsovnen producerede Raajern. Den bestod af en graaagtig Slag, der indeholdt en betydelig Mængde honninggule Crystaller, som seet gjennem tynde Kanter vare halvgjennemsigtige, og syntes at være Prismer af qvadratisk Gjennemsnit, med afstumpede Vinkler, og Spaltningsflader lodrette paa Prismets Axe. Bruddet var muskligt, og Crystallerne i mange Dele af Slaggen overordentlig fine, og radierende.

For at oplöse denne Slag anvendtes Salpetersyre indeholdende Salpetersyrling; ved en forelöbig qvalitativ Analyse viste det sig, at Slaggen ikke indeholdt nogen Talkjord eller Kali. Efter Kalkjordens Bundfældning bestemtes Svovlsyre Mængden (frembragt ved Oxydation af den i Slaggen forekommende Svovl) ved at bundfælde den som svovlsuur Baryt ved Tilsætning af edikkesuur Baryt.

1.	Anvendt Slag . .	25.46
2.	Leerjord	2.95
3.	Kiseljord	11.59
4.	Svovlsuur Kalk . .	24.27
5.	Manganoxyd	0.25
6.	Jernoxyd	0.34
7.	Svovlsuur Baryt .	1.44

Heraf beregnes fölgende procentiske Sammensætning:

			Suurstof.
Kiseljord . .	45.59	. . . .	23.68
Leerjord . .	11.88	. . . .	5.18
Kalkjord . .	38.20	. 10.73	
Manganoxydul .	0.91	. 0.20	11.18
Jernoxydul . .	1.11	. 0.25	
Svovl-Calcium	1.76		
Tab	0.55		
	100.00		

Ved Betragtningen af denne Slags Sammensætning vil man letteligbemærke, at den meget nær udtrykkes ved Formelen for Humboltiliten ifölge *von Kobell's* Analyse (Rammelsbergs Mineralogie. B. 1 S. 314). Den af ham angivne Formel for Humboltiliten er nemlig

$$3\dot{R}_2\dddot{Si} + \dddot{R}\dddot{Si},$$

og den procentiske Sammensætning fölgende:

			Suurstof
Kiseljord . .	43.96	. . . .	21.83
Kalkjord . . .	31.96	. 8.97	
Talkjord . . .	6.10	. 2.36	11.86
Jernoxydul . .	2.32	. 0.53	
Leerjord . . .	11.20	. . . .	5.23
Natron . . .	4.28	. . . .	1.09
Kali	0.38	. . . .	0.06
	100.20		

Den efter Formelen beregnede procentiske Sammensætning vilde være

Kiseljord	45.37
Leerjord	12.62
Kalkjord	41.99
	99.98

For at fuldstændiggjöre Sammenligningen mellem Slaggen og Mineralet Humboltilit tilföies den mineralogiske Beskrivelse af dette sidste efter Danas Mineralogie S. 359. "Grundform: et ret Prisma med qvadratisk Gjennemsnit; Secundær Form: Grundformen med afstumpede Sidekanter. Spaltningsfladen basisk, og tydelig. Haardhed 5. Specifisk Vægt 2.910 — 3.104; Glands glasagtig; Farve bruunlig eller honningguul. Gjennemskinnelig, og i tynde Lameller gjennemsigtig; Bruddet muskligt og ujevnt. Det oplöses af Salpetersyre."

Af denne Beskrivelse vil man ved förste Öiekast see, at begge disse to Substantser ere identiske, og at Slaggen ikke er andet, end et paa kunstig Maade tilfældig dannet Humboltilit Mineral.

VI.

Den dernæst analyserede Slag var af det Slags, som technisk kaldes "*Refinery Cinder*", og som frembringes under Raffineringen af Raajernet, ved i smeltet Tilstand at udsætte dette for Virkningen af Blæsten. Produkterne af denne Proces ere da raffineret eller hvidt Jern, og "Refinery Cinder" eller Slag. Denne Methode er imidlertid ikke i nogen udbredt Anvendelse, og den af mig undersögte Slag erholdtes fra *Bromford Works* nær Birmingham. Den var af en smuk sort Farve, med et iriserende Overtræk; den var spröd, og gav et bruunligsort Pulver. Crystallerne syntes at höre til det prismatiske System.

Analysen udförtes paa fölgende Maade: 25.178 grains smeltedes sammen med 80 grs. af Blandingen af kulsuur Kali og kulsuur Natron, og 30 grs. salpetersuur Kali. Den smeltede Masse oplöstes i Saltsyre, og Oplösningen afdampedes til Törhed; den törre Masse blev digereret med Saltsyre, og filtreret. Da den paa Filtrum opsamlede

Kiseljord ikke var hvid, saa blev den atter smeltet med 40 grs. af den kulsure Kali og Natron Blanding og 10 grs. salpetersuur Kali. Den smeltede Masse digereredes som för med Saltsyre; men da selv nu Kiseljorden ikke viste sig fuldkommen hvid, blev den for tredie Gang smeltet og behandlet som forhen, hvorved den endelig erholdtes af en reen hvid Farve. Leerjorden bestemtes paa den sædvanlige Maade. Jernet og Manganen adskiltes fra hinanden ved bernsteensuur Ammoniak. Ved paany at oplöse Jern- og Manganoxyderne blev en liden Mængde Kiseljord tilbage, hvilken opsamledes og tillagdes den forhen erholdte.

Den Oplösning, fra hvilken Leerjorden var udskillet, bundfældtes ved Chlor-Barium, og Svovlmængden bestemtes af den erholdte svovlsure Baryt. Overskuddet af Chlor-Barium bortskaffedes fra Filtratet ved at tilsætte 20 grs. Svovlsyre fortyndet med 6000 grs. Vand, hvilken ikke bundfælder Kalkjorden. Kalkjorden bestemtes som sædvanlig, efterat have udskillet noget af Manganoxydet ved Edikkesyre. Den tiloversblevne Mangan, af hvilken den störste Deel var bleven bundfældet tilligemed Leerjorden og Jernet ved Ammoniak, bundfældtes derpaa ved Svovlvandstof Svovl-Ammonium. Talkjorden bestemtes ved Ammoniak og phosphorsuur Natron.

1.	Anvendt Slag	25.18 grs.
2.	Kiseljord	5.73
3.	Leerjord	1.84
4.	Svovlsuur Kalk	2.07
5.	Phosphorsuur Magnesia .	0.49
6.	Manganoxyd	0.98
7.	Jernoxyd	17.19

Jernet blev antaget at forekomme som Oxydul.

8. Svovlsuur Baryt . . . 0.89

Heraf findes fölgende procentiske Sammensætning:

		Suurstof
Kiseljord . . .	22.76 . . .	11.83
Jernoxydul . .	61.28 . . .	13.95
Manganoxydul .	3.58 . . .	0.76
Leerjord . . .	7.30 . . .	3.41
Kalkjord . . .	3.41 . . .	0.97
Talkjord . . .	0.76 . . .	0.29
Svovl	0.46	
Tab	0.45	
	100.00	

Det synes som om Phosphorsyre i ganske ringe Mængde ogsaa var tilstede i denne Slag.

Denne Slag synes aabenbar at bestaae af et Silicat af Jernoxydul, da Leerjorden sikkerlig kun er en tilfældig Indblanding opstaaet ved de Omstændigheder, under hvilke Crystallisationen skede.

Til Slutning skal jeg endnu bemærke, at jeg ved forskjellige norske Jernværks-Bestyreres Godhed ogsaa har været saa heldig at erholde forskjellige crystalliserede Specimina af norske Slagger, der i sin Sammensætning synes at være forskjellige fra de her analyserede, og jeg haaber i en fölgende Afhandling at kunne forelægge Resultaterne af disses Analyse.

Rettelser.

Pag. 11 Linie 12 staaer: ligeoverfor Gaarden læs: ligeoverfor Skuterud paa Gaarden
— 12 — 14 udgaae Ordene: ved Sydgruberne
— — — 15 staaer: No. 3 bringer læs: No. 3 i sin Tid bringer
— — — 16 — den förste Grube læs: Sydgruberne
— 174 — 2 f. n. staaer: kunne læs: kan
— 184 — 2 f. n. — Zone læs: Zone i Gneisen
— 195 — 10 f. n. — stemmer læs: stemme
— 207 — 6 f. o. — 1 At. $\underline{\dot{H}}$ læs: 3 At. $\underline{\dot{H}}$
— 427 — 5 f. o. — Magnesia læs: Mangan
— 431 — 6 f. n. — Fe læs: f.